REAL INSTITUTO Y OBSERVATORIO DE LA ARMADA EN SAN FERNANDO
BOLETÍN ROA N.º 2/2017

TRABAJOS FIN DE MÁSTER 2016 DE LOS ALUMNOS DE LA ESCUELA DE ESTUDIOS SUPERIORES DE LA ARMADA

MINISTERIO DE DEFENSA

REAL INSTITUTO Y OBSERVATORIO DE LA ARMADA EN SAN FERNANDO

BOLETÍN ROA Nº 2/2017

TRABAJOS FIN DE MÁSTER 2016 DE LOS ALUMNOS DE LA ESCUELA DE ESTUDIOS SUPERIORES DE LA ARMADA

MINISTERIO
DE DEFENSA

CATÁLOGO GENERAL DE PUBLICACIONES OFICIALES
http://publicacionesoficiales.boe.es/

Edita:

MINISTERIO DE DEFENSA
SECRETARÍA GENERAL TÉCNICA

http://publicaciones.defensa.gob.es/

© Autor y editor, 2017

NIPO: 083-17-198-2 (impresión bajo demanda)
NIPO: 083-17-199-8 (edición en línea)

Fecha edición: noviembre 2017

Las opiniones emitidas en esta publicación son de la exclusiva responsabilidad del autor de la misma.
Los derechos de explotación de esta obra están amparados por la Ley de la Propiedad Intelectual. Ninguna de las partes de la misma puede ser reproducida, almacenada ni transmitida en ninguna forma ni por medio alguno, electrónico, mecánico o de grabación, incluido fotocopias, o por cualquier otra forma, sin permiso previo, expreso y por escrito de los titulares del © *Copyright*.

Foto portada:

Fachada del Edificio Principal del Real Instituto y Observatorio de la Armada en San Fernando (siglo XVIII).

REALIZACIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE UN RELOJ ÓPTICO A 194.5 THz MEDIANTE UN LÁSER DFB ANCLADO EN ABSORCIONES DE CIANURO DE HIDRÓGENO 5
Teniente de Navío Héctor Álvarez Martínez

LOCALIZACIÓN HIPOCENTRAL DE TERREMOTOS A PARTIR DE DATOS DE ESTACIONES SÍSMICAS EN TIERRA Y OBS 65
Teniente de Navío Roberto Cabieces Díaz

IMPLEMENTACIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE UN OSCILADOR ÓPTICO EN RUBIDIO ATÓMICO PARA METROLOGÍA DE FRECUENCIAS.....99
Teniente de Navío María del Carmen Vélez López

Facultad de Ciencias Físicas

Instituto de Óptica

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

REALIZACIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE UN RELOJ ÓPTICO A 194.5 THz MEDIANTE UN LÁSER DFB ANCLADO EN ABSORCIONES DE CIANURO DE HIDRÓGENO

Autor: Héctor Álvarez Martínez

Tutores: Dr. Pedro Corredera Guillén

Dr. Julio San Román Álvarez de Lara

Dr. Aitor Villafranca Velasco

Salamanca 2016

Índice

Índice de figuras 8
Índice de tablas 9
Lista de abreviaturas y siglas 10
Agradecimientos 13
1. Introducción 15
1.1. El tiempo y su medida 15
1.2. Relojes ópticos 17
1.2.1.Historia 17
1.2.2. Fundamentos 17
1.2.3. Anclaje del oscilador óptico: células de absorción 19
1.2.3.1. Estabilización por absorción simple y absorción saturada 20
1.2.4. Aplicaciones 21
1.3. Peines de frecuencias ópticos 22
1.3.1. Orígenes 22
1.3.2. Principios de funcionamiento 23
1.4. Objetivos 27
2. Caracterización de una célula de absorción 28
2.1. Elementos utilizados 28
2.1.1. Láser sintonizable de cavidad externa (TECL) 28
2.1.2. Medidor de longitud de onda y medidor de potencia 29
2.1.3. Célula de absorción de $H^{12}C^{14}N$, $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$ 29
2.2. Montaje experimental 31
2.3. Resultados de la calibración 32
2.4. Incertidumbre en la calibración de la célula 37
2.5. Discusión y corrección por presión y temperatura 38
3. Caracterización de un reloj óptico 45
3.1. Elementos utilizados 45
3.1.1. Láser de diodo DFB: generación de la señal 45
3.1.2. Peine de frecuencias: detección de la señal 46
3.1.2.1. Láser mode-locked de fibra dopada con erbio en anillo 48
3.1.2.2. Unidad de estabilización 49
3.1.2.3. Unidad de batido 50
3.2. Anclado y estabilización en el flaco de la absorción en $H^{12}C^{14}N$ 51
3.2.1. Montaje experimental 51
3.2.2. Resultados de la caracterización del láser DFB en el IO-FFC 51
3.3. Anclado y estabilización en el flanco de la absorción saturada en $H^{12}C^{14}N$ 54
3.3.1. Montaje experimental 54
4. Conclusiones 56
Anexos 59
A. Caracterización de la inestabilidad de la señal reloj: la varianza de Allan 57
B. Cálculo de incertidumbres 59
5. Bibliografía 63

Índice de figuras

Figura 1: Diagrama esquemático de un reloj óptico. 18

Figura 2: Tres pulsos consecutivos de un tren de pulsos emitidos por un láser en *mode-locking* y su correspondencia en el dominio de las frecuencias [18]. 24

Figura 3: Determinación de la f_{CEO} mediante batido heterodino de dos armónicos. 26

Figura 4: Espectro medido en el *ESA* del oscilador láser en *mode-locked*, y del batido del láser a medir. 26

Figura 5: Determinación de los signos de las frecuencias incógnitas de la ecuación de un OFC (5). 27

Figura 6: Láseres *TECL* TUNICS-Plus Photonetics y TUNICS-Plus GN Nettest usados 28

Figura 7: Láser de cavidad externa afectado por "*mode hopping*". 29

Figura 8: Medidor de longitud de onda EXFO WA-1650 (abajo) y medidor de potencia EXFO PM-1600 (arriba). 29

Figura 9: Espectro de transmisión de la célula de $H^{12}C^{14}N$, $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$ [21]. 30

Figura 10: Célula de gases de absorción Tri-H(80)-5/150/150-FCAPC de Wavelength References, compuesta de $H^{12}C^{14}N$, $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$. 30

Figura 11: Espectro de absorción del cianuro de hidrógeno ($H^{12}C^{14}N$), donde pueden verse las dos ramas R y P. 31

Figura 12: Esquema del montaje para la calibración de la célula. 32

Figura 13: Espectro de las líneas de la célula de absorción de $H^{12}C^{14}N$, el $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$. 32

Figura 14: Líneas de absorción de las ramas R y P del $H^{12}C^{14}N$, con un total de 50 líneas. 33

Figura 15: Líneas de absorción de las ramas R y P del $^{12}C^{16}O$, con un total de 37 líneas. 33

Figura 16: Líneas de absorción de las ramas R y P del $^{13}C^{16}O$, con un total de 35 líneas. 33

Figura 17: Diferencias entre las longitudes de onda medidas y las de referencia para las ramas R y P del $H^{12}C^{14}N$. 35

Figura 18: Diferencias entre las longitudes de onda medidas y las de referencia para las ramas R y P del $^{12}C^{16}O$. 36

Figura 19: Diferencias entre las longitudes de onda medidas y las de referencia para las ramas R y P del $^{13}C^{16}O$. 37

Figura 20: Variación relativa (pm/kPa) para $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$ para cada línea de absorción medida en el NIST. 40

Figura 21: Resultado de la corrección de presión a la rama R del $^{12}C^{16}O$. 41

Figura 22: Resultado de la corrección de presión a la rama P del $^{12}C^{16}O$. 41

Figura 23: Resultado de la corrección de presión a la rama R del $^{13}C^{16}O$. 42

Figura 24: Resultado de la corrección de presión a la rama P del $^{13}C^{16}O$. 43

Figura 25: Sintonización en longitud de onda (nm) en función de la intensidad de corriente (mA) a una temperatura de 25 ºC. 45

Figura 26: Espectro de emisión del diodo láser para una intensidad de corriente de 250 mA y una temperatura de 30 ºC. 45

Figura 27: Diodo láser DFB EP1542. 45

Figura 28: Fuente de alimentación ILX. 45

Figura 29: Vista general del laboratorio de metrología de frecuencias y procesos no lineales en fibras ópticas, en particular el IO-CSIC [31]. 46

Figura 30: Esquema general del peine de frecuencias auto-referenciado del IO-CSIC. 46

Figura 31: Diagrama de bloques del IO-FFC y equipos auxiliares [18]. 47

Figura 32: Monitorización de la f_{CEO} y la f_{rep} para la posterior estabilización del IO-FFC. 48

Figura 33: Oscilador principal y salidas amplificadas del láser *mode-locked* de Er:fibra en anillo.....48

Figura 34: Unidad de estabilización del IO-FFC.....49

Figura 35: Unidad de batido del IO-FFC. 50

Figura 36: Anclado y estabilización del láser *DFB* por absorción en la línea P10 (1541.2711 nm) del $H^{12}C^{14}N$. 51

Figura 37: Línea P10 del $H^{12}C^{14}N$ medida durante la calibración con el medidor de longitud de onda (negro) con ajuste gaussiano (rojo).....52

Figura 38: Espectro de la emisión de supercontinuo del IO-FFC visualizado en el *OSA*. 52

Figura 39: Batido del láser *DBF* sobre un filtro (~ 10 MHz) de la emisión de supercontinuo del IO-FFC. 53

Figura 40: Estabilidad del láser *DFB* Eblana Photonics 1542 para un tiempo de 63 s. 53

Figura 41: Anclado y estabilización del láser *DFB* por absorción saturada en la línea P10 (1541.2711 nm) del $H^{12}C^{14}N$..... 55

Figura 42: Diagrama Sigma - Tau. Pendientes en ley de potencia en el dominio del tiempo, producidas al usar la raíz cuadrada positiva de la AVAR [34]. 58

Figura 43: Distribuciones típicas de probabilidad usadas para el cálculo de incertidumbres.....61

Índice de tablas

Tabla I: La mejora de la cronometría a lo largo de los siglos. Se muestra el tiempo que debe transcurrir para que se produzca un error de 1 segundo [1].....16

Tabla II: Valores medidos y de referencia, así como las diferencias de estos correspondientes a las ramas R y P del $H^{12}C^{14}N$. 34

Tabla III: Valores medidos y de referencia, así como las diferencias de estos correspondientes a las ramas R y P del $^{12}C^{16}O$.....35

Tabla IV: Valores medidos y de referencia, así como las diferencias de estos correspondientes a las ramas R y P del $^{13}C^{16}O$.....36

Tabla V: Incertidumbres asociadas al proceso de calibración de la célula de absorción $H^{12}C^{14}N$, el $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$. 38

Tabla VI: Comparación entre las presiones parciales en las células de referencia usadas (incluida su referencia bibliográfica) y la célula bajo calibración.....39

Tabla VII: Resultado de la corrección de presión a la rama R del $^{12}C^{16}O$. 40

Tabla VIII: Resultado de la corrección de presión a la rama P del $^{12}C^{16}O$. 41

Tabla IX: Resultado de la corrección de presión a la rama R del $^{13}C^{16}O$.....42

Tabla X: Resultado de la corrección de presión a la rama P del $^{13}C^{16}O$.....43

Tabla XI: Comparación entre las presiones parciales en las células de referencia usadas (incluida su referencia bibliográfica) y la célula bajo calibración.....43

Tabla XII: Valores promediados de las frecuencias incógnitas de (5) y frecuencia del láser obtenida mediante el IO-FFC. 54

Tabla XIII: Valor del factor de cobertura *k* que proporciona un intervalo correspondiente a un nivel de confianza, suponiendo una distribución normal.....60

Lista de abreviaturas y siglas

BIH Bureau International de l'Heure

BIPM Bureau International des Poids et Mesures

CEO Carrier Envelope Offset

CEM Centro Español de Metrología

CSIC Consejo Superior de Investigaciones Científicas

DFB Distributed Feedback Laser

EDFA Erbium Doped Fiber Amplifier

ESA Electrical Spectrum Analyzer

FC/APC Fiber Connector/Angle Physical Contact

FFC Femtosecond Frequency Comb

FP Fabry-Perot

FWHM Full Width at Half Maximum

GNSS Global Navigation Satellite System

GP-IB General Purpose - Interface Bus

HITRAN HIgh resolution TRANsmission molecular absorption database

HNLF Highly Non-Linear Fiber

IO Instituto de Óptica

IR Infrarrojo

LED Ligth-Emitting Diode

NBS National Bureau of Standards

NIST National Institute of Standards and Technology

NRC National Research Council

NPL National Physical Laboratory

OFC Optical Frequency Comb

OSA Optical Spectrum Analyzer

PID Proporcional Integrativo Derivativo

PM Power Meter

PPNL Periodically Poled Lithium Niobate

PTB Physikalisch-Technische Bundesanstalt

ROA Real Instituto y Observatorio de la Armada

SI Sistema Internacional de Unidades

TECL Tunable External Cavity Laser

TF Transformada de Fourier

UV UltraVioleta

WM Wavelength Mete

Agradecimientos

Quiero aprovechar estas líneas para expresar, en primer lugar, mi más sincero agradecimiento al Dr. Pedro Corredera Guillén, responsable del laboratorio de Fibras Ópticas del Instituto de Óptica del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC). Por ofrecerme la posibilidad de realizar este trabajo, siendo mi tutor principal y dándome la oportunidad de trabajar e integrarme en un grupo cuya calidad científica supera la excelencia. Por la confianza que ha depositado en mí desde el primer momento, por su continua dirección y supervisión, y por su infinita disponibilidad (y paciencia). Pero por encima de todo lo anterior, por el inestimable trato personal recibido.

También quiero expresar mi agradecimiento a mis cotutores: el Dr. Julio San Román Álvarez de Lara, profesor del Grupo de Óptica de la Universidad de Salamanca y coordinador del máster; y el Dr. Aitor Villafranca Velasco, del Grupo de Fibras Ópticas del Instituto de Óptica del CSIC. Por sus labores de supervisión, disponibilidad y cercanía.

Al Dr. Francisco Javier Galindo Mendoza, Capitán de Navío, Jefe de la Sección de Hora del Real Instituto y Observatorio de la Armada. También por su confianza, y por ponerme en contacto con el Dr. Pedro Corredera; organizándome una visita a sus laboratorios. Aquel fue el comienzo del presente Trabajo Fin de Máster.

Al Dr. José Luis de Miguel Antón y a Juan Galindo Santos, ambos del Grupo de Fibras Ópticas del CSIC, por su ayuda desinteresada y amabilidad durante el transcurso del trabajo realizado.

Finalmente, y de manera muy especial, a mis padres y mis hermanos, los cuales me han apoyado y animado siempre en todo lo que he querido hacer. De ellos aprendo cada día.

A todos, ¡muchas gracias!

1. Introducción

1.1. El tiempo y su medida

Todos hablamos de tiempo y hacemos uso de él no una, sino muchas veces en nuestro quehacer diario. La manera de percibir y entender las cosas que tienen lugar a nuestro alrededor están íntimamente ligadas a él, pero, ¿qué es exactamente?, ¿qué entendemos por tiempo?

Dejando de lado el punto de vista filosófico y desde una perspectiva puramente física, es posible definir al tiempo como la separación de los acontecimientos que son sometidos al cambio. De esta manera los acontecimientos se ordenan en secuencias, posibilitando la determinación de un futuro, un presente y un pasado. La mecánica clásica (o newtoniana) entendía que el tiempo era algo absoluto, es decir, una magnitud exactamente igual para cualquier observador. En contraposición, en la mecánica relativista la magnitud tiempo varía en función del punto en que se encuentre el observador y el sistema de referencia usado.

Para la ordenación de estas secuencias, es necesario fijar cuándo sucede un determinado acontecimiento (aspecto cronológico), estableciéndose para ello una época origen, a partir de la cual se medirá el intervalo de tiempo transcurrido entre dos acontecimientos (aspecto cronométrico) contando el número de ciclos de un fenómeno físico periódico que haya sucedido desde entonces. Esta periodicidad puede venir definida por el paso del Sol por un meridiano o el de un péndulo por su vertical después de cada batida, por ejemplo. Estos dos aspectos son precisamente las dos propiedades de la medida del tiempo: la época y el intervalo. La primera establecerá el punto de partida de una determinada cronología (era de Nabonasar, era de España, era cristiana, etc.), y la segunda nos permitirá ir avanzado a través de intervalos (porciones de tiempo) uniformes y perfectamente definidos.

Desde la antigüedad egipcia, el hombre siempre tuvo curiosidad por averiguar qué era aquello que veía moverse por encima de él, tanto de día como de noche, lo que le llevo a fijar su atención en los astros e intentar ir dando poco a poco respuesta a todas sus preguntas e inquietudes. Así, y de manera inconsciente, los movimientos de los astros en el firmamento se convirtieron en la regla de medida de esos intervalos, dando lugar a las primeras escalas de tiempo, algunas de ellas presentes y de uso extendido en la actualidad.

Los diferentes ciclos astronómicos constituyeron así las unidades naturales de medida del tiempo, como son el año y el día. Con objeto de poder medir este último y sus divisiones (primero en horas y después estas en minutos y segundos) fueron apareciendo los primeros instrumentos de medida, como fueron los relojes de sol y las clepsidras, seguidos unos siglos más tarde por los relojes de arena, los relojes mecánicos y de péndulo. Hasta que en el primer tercio del siglo XX, con la llegada de la electrónica moderna, comienzan a aparecer los primeros y tan populares relojes de cuarzo.

Apenas pasaron unos años cuando en 1948 se construye el primer reloj atómico en el Buró Nacional de Estándares (National Bureau of Standards, NBS) en Washington D.C., ahora el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (National Institute of Standards and Technology, NIST), ubicado en Boulder, Colorado. Este se basó en la resonancia magnética molecular y atómica de la molécula de amonio para estabilizar un oscilador de cuarzo. Poco después, en 1955, el Instituto Nacional de Física (National Physical Laboratory, NPL) del Reino Unido construye el primer reloj basado en un átomo de cesio, que no tardó en revolucionar el mercado, tan sólo un año después de ser inventado, como lo hizo también en 1960 el primer máser de hidrógeno en la universidad de Harvard. En la tabla I se muestra la mejora de las estabilidades con la evolución de los diferentes relojes.

Una vez que estos nuevos dispositivos, tan precisos como jamás se hubiese podido imaginar, comienzan a operar con total normalidad, el Buró Internacional de la Hora (Bureau International de l'Heure, BIH), actualmente el Buró Internacional de Pesas y Medidas (Bureau International des Poids et Mesures, BIPM) en París, y diferentes laboratorios nacionales, establecen una nueva escala de tiempo, la atómica. Esta escala se basa en la definición del segundo del Sistema Internacional de Unidades (SI), donde se define como la duración de 9192631770 oscilaciones de la radiación emitida en la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del isótopo 133 del átomo de cesio (^{133}Cs), a una temperatura de 0 K.

Es a partir de este momento en que el tiempo comienza a ser medido por un fenómeno periódico físico natural que por primera vez ya no depende de la rotación de la Tierra, sino de las transiciones energéticas que tienen lugar en el interior de los átomos. Recayendo la responsabilidad del mantenimiento de esta joven y nueva escala de tiempo atómica en el BIPM, que comienza su andadura en el año 1955.

Tabla I: La mejora de la cronometría a lo largo de los siglos. Se muestra el tiempo que debe transcurrir para que se produzca un error de 1 segundo [1].

Tipo de reloj	Año	Error de 1 s en
Reloj de péndulo (C. Huygens)	1656	3 horas
R.P. de movimiento mejorado	1700	6 horas
R.P. de escape aperiódico	1720	12 horas
R.P. con compresión de temperatura	1760	2 días
R.P. con compensación barométrica	1840	10 días
R.P. con escape mejorado	1890	1 mes
Péndulo libre de Short	1925	6 meses
Cristal de cuarzo	1940	4 años
Patrón atómico de cesio	1955	1500 años
Patrón de cesio mejorado	1965	30000 años

1.2. Relojes ópticos

1.2.1. Historia

En la década posterior a la invención del láser, se hizo evidente para muchos investigadores el enorme potencial que presentaba un oscilador óptico bien estabilizado a la hora de realizar mediciones precisas, que en el caso que nos concierne, se usarán para contar y medir el tiempo. A partir de este momento, se utiliza un conjunto de herramientas cada vez más sofisticadas para mejorar la resolución y fidelidad con la que poder excitar cierto nivel energético de un átomo, ión o molécula y posteriormente estabilizar dicha transición energética, como así propusieron por aquel entonces Javan [2] y Dehmelt [3]. Este esfuerzo de contabilizar los ciclos ópticos de una fuente láser, tan sólo al alcance de un pocos grupos de investigación, dio lugar a las llamadas cadenas de frecuencias armónicas [4] que a través de sucesivas etapas no lineales, conseguían multiplicar la frecuencia de un patrón primario de cesio primero hasta el IR, y de este al dominio óptico. Así, en el NBS, la medición de la frecuencia de un láser de He-Ne a 88 THz estabilizado en metano y referenciado al patrón de cesio, combinada con la medición de la longitud de onda de ese mismo láser estabilizado y referenciado al patrón de kriptón, permitió la mejora de la medición de la velocidad de la luz en dos órdenes de magnitud. De esta manera se hizo evidente el enorme potencial de los láseres estabilizados en frecuencia, lo que ha convertido al láser de He-Ne a 633 nm, estabilizado en yodo molecular, en el patrón de longitud (teniendo en cuenta la relación $\lambda = c/f$) ampliamente usado tanto en aplicaciones industriales como científicas en los últimos 20 años.

El uso generalizado de los láseres estabilizados como patrones de tiempo y frecuencia se ha demorado en el tiempo, debido principalmente a las continuas mejoras y fácil acceso de los patrones de frecuencia de microondas basados en cesio [5]. Es por ello que hasta la década de 1980 no comenzaron las investigaciones y primeras realizaciones de los relojes ópticos; los cuales generaban señales a partir de un láser de He-Ne a 88 THz estabilizado en metano y medían y contaban su frecuencia en las convencionales cadenas de frecuencia, antecesoras de los peines de frecuencia [6] [7].

En la década de 1990, la introducción de técnicas de captura y confinamiento de átomos e iones mediante enfriamiento, así como el desarrollo de las cadenas de frecuencia que posibilitaron conectar las transiciones ópticas con las de microondas, dieron lugar a los primeros experimentos con relojes ópticos basados en átomos de calcio (Ca) [8] a 456 THz y en iones de estroncio (Sr^+) a 456 THz [9] en el Instituto Nacional de Metrología (Physikalisch-Technische Bundesanstalt, PTB) de Alemania y el Consejo Nacional de Investigación Científica (National Research Council, NRC) de Canadá, respectivamente.

1.2.2. Fundamentos

En la mayoría de los relojes, entre ellos los atómicos ópticos, se pueden diferenciar dos elementos principales: un oscilador que produce eventos periódicos (los tictacs del

reloj), y un contador para la acumulación y la visualización de cada uno de esos tictacs o transiciones reloj. Por ejemplo, la oscilación de un péndulo proporciona los eventos periódicos que se cuentan, se acumulan, y visualizan a través de un conjunto de engranajes que finalmente mueve las manecillas del reloj. Del mismo modo, en un reloj de cuarzo, las vibraciones mecánicas de un pequeño cristal de cuarzo se detectan electrónicamente, acumulan, y se muestran en una pantalla que marca la hora. Sin embargo, debido a la influencia de las fluctuaciones ambientales, la naturaleza de un patrón basado en un dispositivo físico hace que sea muy difícil que un oscilador de cuarzo permanezca reproducible a un nivel de 1 μs por día. Afortunadamente los relojes atómicos añaden una tercera componente que resuelve el anterior problema: la resonancia de una transición atómica bien definida que se utiliza para controlar la frecuencia del oscilador. Aquí es donde la espectroscopia de precisión se hace imprescindible para asegurar que la evolución de una señal de reloj se rige en última instancia por la física cuántica fundamental. Si la frecuencia del oscilador se controla para que coincida con la frecuencia de transición entre dos estados atómicos no perturbados (es decir, que el oscilador esté anclado a la frecuencia de transición atómica), entonces el tiempo derivado de esa frecuencia puede tener una muy buena estabilidad a largo plazo. Para un reloj atómico basado en una transición de microondas, la electrónica de alta velocidad es capaz de contar y acumular un número definido de ciclos del oscilador de referencia para marcar un segundo de tiempo. Como se muestra en la figura 1, los fundamentos son los mismos para un reloj atómico basado en una transición óptica a una frecuencia mucho más alta. En este caso, el oscilador es un láser estabilizado con su frecuencia anclada a una transición óptica. Sin embargo, no existe dispositivo electrónico tal que pueda contar directamente estas oscilaciones ópticas, unas 100000 veces más rápidas que las de microondas, motivo por el cual el desarrollo de este tipo de relojes vino de la mano de los peines de frecuencia ópticos de femtosegundo, capaces de detectar, medir y contar billones de ciclos por segundo.

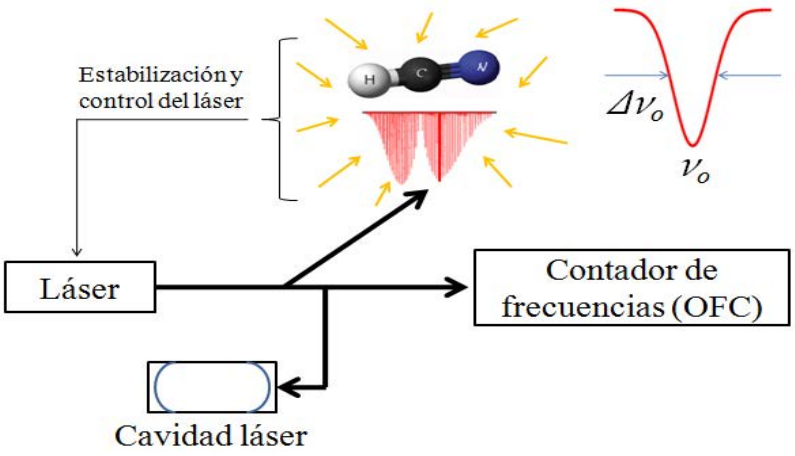

Figura 1: Diagrama esquemático de un reloj óptico.

El láser es inicialmente estabilizado en una cavidad óptica Fabry-Perot con el objeto de filtrar modos espurios y usar una emisión de anchura de línea más estrecha y pura, es decir, una estabilidad a corto plazo. A continuación, la frecuencia central de una estrecha resonancia molecular (absorción) será la referencia externa en la que anclarlo y estabilizarlo. Una vez anclado, se contarán un número de ciclos ópticos que marcarán un segundo de tiempo.

1.2.3. Anclaje del oscilador óptico: células de absorción

La selección de la propia transición atómica o molecular de referencia es, sin lugar a dudas, uno de los aspectos más críticos en el desarrollo de un nuevo patrón de frecuencias o reloj óptico. El uso de una especie química (o átomo) u otra, depende principalmente de la zona del espectro en la que se quiera trabajar, en función de la aplicación final que se le vaya a dar al reloj. Así, si lo que queremos es obtener la máxima precisión (número de dígitos) para un uso en metrología de tiempo, la elección para la estabilización será un átomo neutro o un ión debido a sus estrechas anchuras de línea (~ 100 MHz), que pueden incluso aproximarse a sus anchuras naturales de resonancia (< 1 kHz) una vez hayan sido capturados y confinados en trampas magneto-ópticas o redes ópticas [10]. En cambio, si lo que se busca es una transición en el infrarrojo (IR) cercano, de manera que nos sirva de referencia para los canales de frecuencias en las comunicaciones por fibra óptica en las regiones de 1.3 μm y 1.5 μm [11], la elección claramente será molecular, a pesar de presentar mayores anchuras de línea (~ 1 GHz) y por tanto menor precisión. Además, el uso de estas últimas, no solo posee la ventaja de trabajar en el IR, donde existen multitud de equipos opto-electrónicos (analizadores de espectros ópticos, medidores de longitud de onda, láseres sintonizables, etc.) ampliamente usados en comunicaciones, sino que también ofrecen la posibilidad, en el campo de la metrología de tiempo y frecuencia, de poder comparar dos relojes ópticos a través de fibra óptica directamente.

De entre los diferentes métodos para preparar e interrogar a los absorbentes (gases), ya sean moleculares o atómicos, uno de los más usados es el confinamiento de estos en células de absorción. En primer lugar, porque el material absorbente se puede preparar y mantener en unas condiciones de temperatura y presión constantes. Y en segundo lugar, porque permite aumentar considerablemente el tiempo de interacción con la radiación láser, al contener los gases o vapores de absorción en su interior. Tiempo que, por otra parte, está limitado por la medida en que las colisiones con la pared durante la interrogación perturben la respuesta coherente de los absorbentes al campo electromagnético. De ahí el enorme esfuerzo invertido en la búsqueda o preparación de superficies donde las colisiones con la superficie tengan la menor influencia posible sobre la transición del reloj. Por lo que es habitual encontrarse con otros tipos de absorbentes en el interior de las células (teflón, parafina, helio, etc.) cuyo función es la de amortiguar los choques con las superficies.

Las moléculas presentan líneas de absorción específicas dependientes de las distintas transiciones energéticas propias de cada especie química. Para la selección de los gases más adecuados a nuestro fin, están a disposición una serie de bases de datos de

espectroscopia, como son las del Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics. (espectroscopia de absorción molecular de alta resolución o HITRAN) o las del NIST, las cuales nos proporcionan un importante número de las líneas correspondientes a gases que han sido estudiados con anterioridad y que abarcan desde el IR hasta el UV.

Cuando disponemos de moléculas en su estado gaseoso, esas líneas pueden llegar a ser lo suficientemente estrechas e insensibles a posibles variaciones ambientales que hacen que puedan ser determinadas con precisiones del orden de la décima de picómetro. La presión a la que se encuentra el gas en su interior, la localización y sus bandas de absorción, número de líneas y anchura de cada una de ellas, así como la propia disponibilidad del gas, son aspectos a tener muy en cuenta a la hora de su elección. Esta versatilidad y flexibilidad las convierte en unas candidatas idóneas para los sistemas ópticos de sensado remoto de gases, sistemas de detección de fugas de gases, calibración de láseres sintonizables o para el anclado y la estabilización en frecuencia de osciladores ópticos. Entre los gases moleculares más usados en la región de los 1.3 μm se encuentran el metano $^{12}CH_4$ (1312 nm - 1320 nm), el sulfuro de hidrógeno HS (1280 nm - 1320 nm), el fluoruro de hidrógeno HF (1283.87 nm - 1321.24 nm), el dióxido de carbono $^{12}CO_2$ (1286.52 nm - 1300.78 nm y 1311.83 nm - 1319.97 nm) y el vapor de agua H_2O (1280 nm - 1440 nm). Y en la región de los 1.5 μm, el acetileno $^{12}C_2H_2$ (1510 nm - 1540 nm), el monóxido de carbono $^{12}CO_2$ (1560 nm - 1595 nm), el monóxido de carbono $^{13}CO_2$ (1595 nm - 1628 nm), el cianuro de hidrógeno $H^{13}C^{14}N$ (1530 nm - 1565 nm) y el cianuro de hidrógeno $H^{12}C^{14}N$ (1520 nm - 1555 nm).

1.2.3.1. Estabilización por absorción simple y absorción saturada

La estabilización en frecuencia de un láser en una célula de absorción molecular, consiste en fijar su línea de emisión en un punto de una de las líneas de absorción del gas usado, que constituirá la referencia absoluta. Tanto la profundidad de la línea como su anchura dependerán de la especie química en cuestión, así como de las condiciones ambientales, principalmente la presión, a que esté sometido el gas en el interior de la célula. Generalmente, para espectroscopia de precisión o metrología de frecuencias se tiende a preparar el gas o la mezcla de gases de la célula a bajas presiones por un motivo doble. Por un lado, se obtiene una menor anchura de línea de absorción debido a una disminución del efecto Doppler, y por consiguiente una mayor precisión en la estabilización; y por otro lado, se necesitará una menor potencia láser para la excitación del nivel energético molecular debido a la existencia de un menor número de moléculas en su interior.

La elección del punto de anclaje en la línea, el cual se identificará como el de máxima absorción, puede realizarse en el flanco de subida (o bajada) o en el valle de esta, según se programe el sistema de estabilización. Una vez elegida la línea de absorción de interés, se sintonizará la fuente láser, de un láser de semiconductor, en la región donde esta se encuentre. A continuación se modulará la longitud de onda del láser (variando su corriente de alimentación) de manera que se realizará un barrido sobre la línea en sí hasta que este se detenga en el punto que se haya fijado (flanco de

subida, por ejemplo). Finalmente, las caídas en potencia se detectarán a la salida de la célula mediante un detector y un amplificador *Lock-in*.

Existe otra técnica complementaria a la anterior denominada espectroscopia por absorción saturada [12]. En esencia, la idea es la misma, solo que ahora se hace pasar por la célula de absorción dos haces del mismo láser a la frecuencia de la absorción, en la misma dirección pero en sentidos opuestos, de manera que se superpongan en cierta longitud de camino óptico. Normalmente, las intensidades de estos dos haces no son las mismas, conociéndose al haz de mayor intensidad como haz de saturación, mientras que al de menor intensidad como haz de prueba. El objetivo del haz de saturación consiste en bombear ópticamente a las moléculas a un estado energético superior en el cual no existe interacción con el haz de prueba, lográndose así un efecto de transparencia, es decir, un aumento en la intensidad de luz transmitida, por saturación de la absorción que producen las moléculas. Si la frecuencia del láser se modula en la vecindad de la frecuencia central de la línea de absorción, aparecerán picos (*lamb dips*) en el espectro, cuyas anchuras de línea solo dependen de la anchura natural de la transición molecular, de la intensidad del haz y de la anchura de línea de emisión del propio láser.

1.2.4. Aplicaciones

A pesar de que la hora es un aspecto importante de nuestra vida cotidiana, a la mayoría de nosotros realmente no nos importa o no necesitamos tenerla perfectamente determinada más allá de 60 segundos. Las redes de ordenadores de los bancos que llevan a cabo transacciones financieras o las agencias de viajes que operan con miles de reservas requieren de una mayor sincronización, unas mil veces mejor que el minuto al que nos acabamos de referir, pero todavía nos mantenemos a un nivel de precisión del orden del milisegundo (ms). Sin embargo, muchas aplicaciones tecnológicas, tales como las comunicaciones y los sistemas de navegación por satélite (*Global Navigation Satellite System*, *GNSS*), son mucho más exigentes, requiriendo de relojes que sean estables y exactos al nivel de decenas de nanosegundos (1 ns = 10^{-9} s) por día. Los relojes más exactos están referenciados a resonancias naturales de átomos, proporcionando de esta manera una herramienta única para la exploración científica de la estructura atómica y de las interacciones físicas entre los átomos y el medio. Es necesario, por tanto, tener relojes con niveles de exactitud por debajo de los 100 picosegundos (1 ps = 10^{-12} s) por día (1 parte en 10^{15}). Además estos relojes con tales prestaciones son igualmente valiosos como herramientas básicas de investigación científica. La próxima generación de relojes ópticos que están actualmente en desarrollo ya comienza a dar sus primeros frutos, proyectando incertidumbres cercanas a 1 parte en 10^{18}, es decir, que no adelantarían ni retrasarían un segundo en el curso de la vida de nuestro universo.

Pero, ¿por qué y para qué los científicos o la propia sociedad necesita mejores relojes? Una breve mirada hacia atrás en la historia de la medida del tiempo ofrece una idea de lo que podríamos esperar de los nuevos relojes ópticos en las próximas décadas. En la década de 1950, cuando los relojes atómicos de microondas basados en cesio (y otros átomos y moléculas) fueron por primera vez desarrollados, la situación no era tan

diferente a la nueva generación de relojes con que nos encontramos ahora. Esos primeros relojes atómicos fueron rápidamente reconocidos como significativamente mejores que los relojes mecánicos e incluso que los basados en cristales de cuarzo existentes, cuyo uso era principalmente científico. En aquel entonces, poca gente se imaginaba que tan solo 30 años después, una constelación de satélites de posicionamiento dotados de relojes atómicos de cesio y rubidio circunnavegarían el globo terrestre proporcionando el tiempo y la posición (con un error de unos pocos centímetros) a cualquier observador en la Tierra: el *GPS* y su equivalente europeo Galileo. Sus relojes atómicos internos son ahora una parte importante de nuestras vidas. Si bien es difícil extrapolar para los próximos 50 años, se espera que los relojes ópticos encuentren numerosas aplicaciones en comunicaciones y sistemas de navegación avanzada que a día de hoy ni siquiera imaginamos. Por ejemplo, el estable tictac de los relojes ópticos puede ser especialmente útiles para el seguimiento y la comunicación entre satélites y naves espaciales a través de las distancias astronómicas más allá de nuestro planeta.

En un futuro cercano, ya está claro que los relojes ópticos y la metrología de frecuencias ópticas proporcionará interesantes y nuevas vías de investigación a científicos para estudiar el universo que nos rodea, llevándonos quizás a redefinir las constantes físicas fundamentales poniendo a prueba las leyes de la física.

1.3. Peines de frecuencias ópticos

1.3.1. Orígenes

Aunque estaba claro que los relojes operando a frecuencias ópticas tenían mucho potencial para la mejora tanto de la estabilidad como de la exactitud, el principal problema para el desarrollo de los relojes ópticos fue el dar con un sistema que fuese capaz de contar las rápidas oscilaciones ópticas. La solución a este problema vino dada en sus comienzos por las cadenas de frecuencias armónicas [13] [14] y por la técnica de división de intervalos de frecuencias [4] [15]. Básicamente, una serie de elementos no lineales generaban nuevos armónicos de la frecuencia fundamental de un oscilador, el cual a su vez estaba anclado en fase. Repitiendo el proceso de multiplicación (o división) y anclado en fase en varias etapas era posible convertir una radiofrecuencia como la de un reloj atómico (GHz) en frecuencias ópticas (THz) [8]. Sin embargo, ambas técnicas requerían de numerosos y costosos equipos al alcance de muy pocos laboratorios, con la desventaja añadida de que solo podían ser usadas para medir una única frecuencia óptica. No sería hasta el año 1998, en que este escenario cambiase por completo después de que el grupo de T. Hänsch demostrase que los láseres pulsados ultra-cortos (en sus inicios de picosegundo y en la actualidad de femtosegundo) operando en *mode-locking* podían desempeñar un papel importante en el campo de la metrología óptica de frecuencias [16]. Tal fue así, que la recompensa no se hizo esperar, y en 2005 fueron galardonados con el Premio Nobel de física el propio Hänsch y John L. Hall por el desarrollo de la espectroscopia de alta precisión basada en láseres de femtosegundos (fs) a través de peines de frecuencias ópticos (*Optical Frequency Comb*,

OFC), premio compartido con Roy J. Glauber por su trabajo en la descripción teórica del comportamiento de las partículas de luz [17].

Fue a partir de este momento cuando los láseres de Titanio-Zafiro comenzaron a liderar el mercado de láseres pulsados ultra-cortos, por su ancho espectro de salida, para la generación de *OFC*. Esto era debido a que coincidían con el punto de longitud de onda de dispersión nula de las fibras micro-estructuradas normales, las cuales eran clave para producir efectos no lineales y generar nuevas frecuencias, ensanchando el espectro. Gracias a los avances en el estudio de los efectos no lineales, estos comenzaron a efectuarse en fibras dopadas con tierras raras (erbio, iterbio, tulio, etc.), lo que introdujo en el mundo de las mediciones ópticas a los láseres de fibra dopada con erbio, como una alternativa cada vez más potente; permitiendo ensanchar el espectro de los láseres de fs más allá de una octava del espectro original. Nació así una implementación simple y elegante de medios coherentes en fase, y de una sola etapa, para medir y contar frecuencias ópticas.

1.3.2. Principios de funcionamiento

El resultado de aplicar la Transformada de Fourier (TF) a un tren de pulsos cortos emitidos por un láser en modo anclado (*mode-locked laser*) consiste en un conjunto de modos longitudinales equi-espaciados en frecuencia, resultantes de la superposición coherente en fase (figura 2). Este conjunto de modos, picos o dientes es lo que se conoce como *OFC* o peine de femtosegundos (*Femtosecond Frequency Comb*, *FFC*), este último obviando que nos encontramos en dominio óptico y haciendo hincapié en la duración temporal de los pulsos emitidos en el orden de fs. Al sistema completo capaz de generar un *OFC* es a lo que llamamos generador de peines de frecuencias ópticas (*Optical Frequency Comb Generator*, *OFCG*).

Esta regla de medida tan solo tiene dos grados de libertad: la frecuencia de repetición del pulso (f_{rep}) y la frecuencia de desfase entre la envolvente y la portadora (*Carrier-Envelope Offset, CEO)* (f_{CEO}). La f_{rep} se corresponde con el espaciamiento constante entre las líneas del peine mientras que la f_{CEO} determina el desplazamiento respecto de la frecuencia cero del peine. Ambas frecuencias se encuentran en la región de microondas (GHz) y pueden estabilizarse y medirse con instrumentos bien referenciados a un oscilador maestro sincronizado con la referencia internacional. Así, la frecuencia de óptica de un diente arbitrario N de un *OFC* puede ser expresada como:

$$f_N = f_{CEO} + N \cdot f_{rep} \tag{1}$$

Mientras que la f_{rep} es simplemente determinada por la inversa de la tasa de repetición (T_{rep}) del láser, que puede ser fácilmente controlada mediante las condiciones de bombeo, la f_{CEO} está gobernada por las diferencias de fase existentes entre la portadora y la envolvente de los pulsos durante su camino de ida y de vuelta, o *round trip,* en la cavidad del láser, siendo medida mediante batido heterodino de diferentes armónicos del espectro inicial.

Para una comprensión y obtención de los dos parámetros del peine expresado en (1) conviene considerar el campo eléctrico *E(t)* del tren de pulsos emitido (figura 2). Si los pulsos fuesen copias exactas en el tiempo, *E(t) = E(t - T)*, es decir, si el medio no fuese dispersivo, la TF proporcionaría un espectro con una separación equidistante entre modos y una $f_{CEO} = 0$. Por desgracia, eso no es lo que ocurre en un láser real, donde la dispersión intracavidad hace que las velocidades de la envolvente (velocidad de grupo, v_g) y la portadora (velocidad de fase, v_f) son por lo general diferentes, siendo las responsables de que la estructura eléctrica del pulso esté variando constantemente.

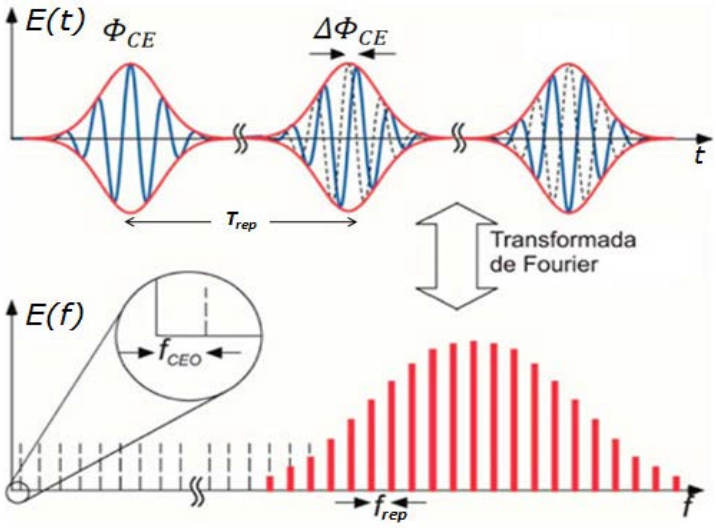

Figura 2: Tres pulsos consecutivos de un tren de pulsos emitidos por un láser en *mode-locking* y su correspondencia en el dominio de las frecuencias [18].

Por suerte, ese cambio entre la portadora y la envolvente puede ser seguida gracias al término $dn/d\omega$ en la definición de la velocidad de grupo:

$$v_g = c/n_g = c/\left(n + \omega \cdot \frac{dn}{d\omega}\right) \tag{2}$$

El pulso, al propagarse en un medio dispersivo, irá acumulando una fase de desplazamiento (*offset*) entre la portadora y la envolvente:

$$\Delta\Phi_{CE} = \frac{2\pi}{\lambda}\int_0^L n_g(z) - n(z)dz = \frac{\omega^2}{c}\int_0^L \frac{dn(z)}{d\omega}dz \tag{3}$$

donde L es la longitud del material dispersivo. En el caso de una cavidad lineal, L sería dos veces su longitud.

La fase del desplazamiento portadora-envolvente, es decir, la fase de la *CEO*, $\Delta\Phi_{CE}$, es el cambio de fase Φ_{CE} por cada *round trip* [19]. No deben confundirse $\Delta\Phi_{CE}$ con la fase a secas Φ_{CE}, a la cual por definición se suele asignar el valor cero cuando el campo eléctrico toma el valor máximo posible, y que algunos autores denominan fase absoluta. La $\Delta\Phi_{CE}$, sin embargo, se define como la diferencia entre las fases absolutas de dos pulsos consecutivos, y de esta se deriva la frecuencia *CEO*, f_{CEO}:

$$f_{CEO} = \frac{\Delta\Phi_{CE}}{2\pi} \cdot f_{rep} \quad (4)$$

donde f_{CEO} es dependiente del tiempo, a no ser que la dispersión intravidad y la longitud de la cavidad sean absolutamente contantes con el tiempo. Dichos cambios son insignificantes en una escala de pulso a pulso, pero comienzan a ser significativos en una escala de milisegundo. Por ejemplo si tenemos una frecuencia de repetición de 100 MHz, es decir, 10 ns entre pulso y pulso, en 1 ms habremos contabilizado 100000 pulsos.

Volviendo al resultado de pasar ese tren de pulsos en el dominio del tiempo al dominio de frecuencias a través de la TF, vemos que si T_{rep} es constante, el espectro consiste en un peine de frecuencias equi-espaciadas con una $f_{rep}=1/T_{rep}$. Este *OFC* no debe ser confundido con los modos de una cavidad lineal, que sólo serán equidistantes en ausencia de la dispersión intracavidad. En cambio, si el espaciado entre los dientes en el peine de frecuencias no fuese constante, diferentes componentes de Fourier de los pulsos viajarían a diferentes tasas de repetición dentro de la cavidad, y los pulsos comenzarían poco a poco a distanciarse.

Como se acaba de ver, las diferentes velocidades de fase y de grupo causan una translación de todo el peine, y se hace necesaria la determinación de la f_{CEO} para poder usar (1). Una primera aproximación fue a través de método interferométrico de la correlación cruzada de su segundo armónico entre dos pulsos consecutivos. Así, cuando la $\Delta\Phi_{CE}$ se va a cero, la correlación cruzada es idéntica a la autocorrelación con un patrón de flecos simétrico, en el resto de los casos ese patrón aparecería desplazado y asimétrico. Esta técnica, aunque en principio funciona en el dominio temporal, es susceptible a errores de desplazamiento. Cualquier desplazamiento entre un retardo de grupo y fase en el brazo largo del correlador daría una f_{CEO} errónea.

La solución vino dada por la técnica de bátido heterodino. Como se puede ver en la figura 3, este consiste en coger el armónico N-ésimo (al que llamaremos fundamental) de un diente del peine ($f_N = N{\cdot}f_{rep} + f_{CEO}$), generar su segundo armónico en un interferómetro ($2f_N = 2(N{\cdot}f_{rep} + f_{CEO})$) y batirlo con el armónico M-ésimo (que será elegido de manera que sea la frecuencia doble del diente N-ésimo inicial) de otra línea del peine ($f_{2N} = 2{\cdot}N{\cdot}f_{rep} + f_{CEO}$) y restarlas (batirlas); obteniéndose así la f_{CEO}.

Lo anterior requiere un mínimo de ancho espectral del peine de una octava, lo cual no siempre nos lo proporciona el oscilador, por lo que a menudo se necesita ensanchar su espectro original generando nuevas frecuencias (generación de supercontinuo) mediante efectos no lineales en fibras de alta no linealidad (*Highly Non-Linear Fiber*, *HNLF*), como pueden ser las micro-estructradas o fibras de crsital fotónico [20].

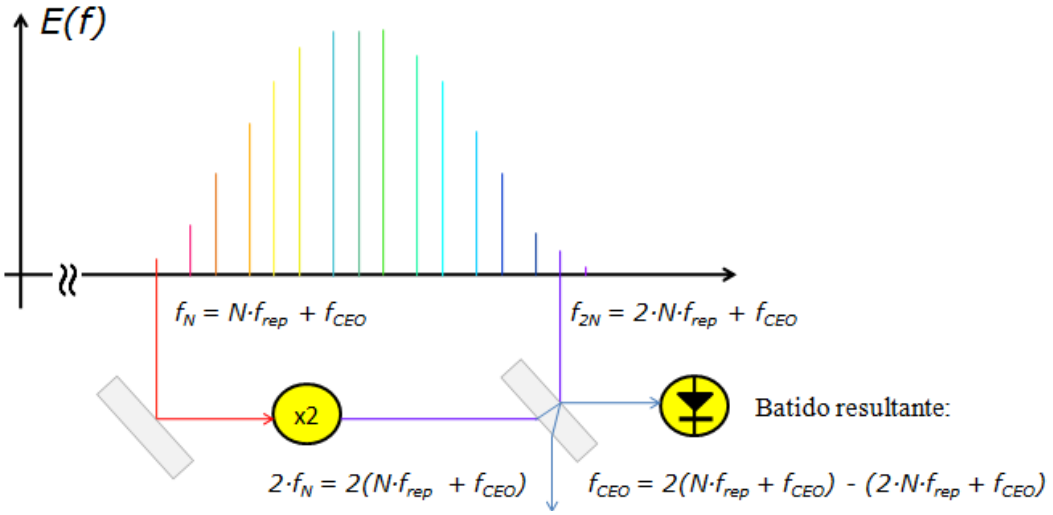

Figura 3: Determinación de la f_{CEO} mediante batido heterodino de dos armónicos.

La determinación de la frecuencia de un láser, a partir del batido, debe realizarse cuidadosamente, ya que los picos de frecuencia registrados se corresponden con el batido de diferentes componentes del peine con el láser a medir. Ahora la ecuación (1) es modificada de manera que para un pico del peine conocido (*N*) la relación entre la frecuencia del láser y la frecuencia de batido pueda expresarse como:

$$f_{láser} = \pm f_{CEO} + N \cdot f_{rep} \pm f_{batido} \tag{5}$$

En la (5), f_{batido} representa una cantidad positiva que se añade o se sustrae a la frecuencia del láser, dependiendo de si ésta es mayor o menor que la frecuencia del peine (de índice *N*) con el que se bate. La figura 4 muestra los valores de la f_{batido} para la pantalla habitual que se visualiza en el analizador de espectros eléctrico (*ESA*).

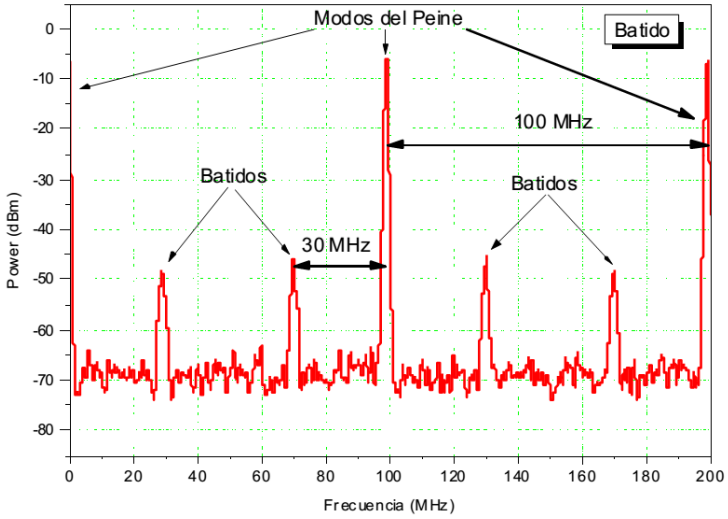

Figura 4: Espectro medido en el *ESA* del oscilador láser en *mode-locked*, y del batido del láser a medir.

Para determinar el modo *N* del peine, se parte de un conocimiento aproximado de la frecuencia del láser a medir, por ejemplo, el láser está estabilizado en la línea P10 del

cianuro de hidrógeno $H^{12}C^{14}N$ (154.2711 nm, 194.5098808 THz), para la que se encuentra el N más próximo posible con los valores de f_{rep} y f_{CEO} de nuestro sistema. Hacemos lo mismo para un valor de f_{rep} incrementado en una pequeña cantidad Δf_{rep} (con $\Delta f_{rep} < 2.5$ MHz, típicamente 250 kHz). En este momento se observa el cambio en la f_{batido}: si f_{batido} aumenta con el aumento de f_{rep} el signo en la ecuación (2) es (-) mientras que si f_{batido} disminuye con el aumento de f_{rep} el signo en la ecuación (2) es (+), como se muestra a continuación en la figura 5.

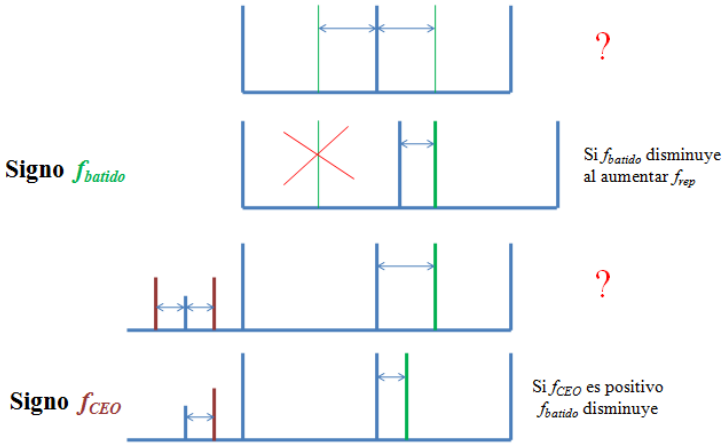

Figura 5: Determinación de los signos de las frecuencias incógnitas de la ecuación de un OFC (5).

De esta forma, dos radiofrecuencias en el dominio de las microondas han sido capaces de alcanzar el dominio óptico en el que opera un láser, gracias a que el número de modos del peine N puede alcanzar valores de hasta 10^6. Por esta razón, los láseres en *mode-locking* consiguieron reemplazar las engorrosas cadenas de frecuencias predecesoras.

1.4. Objetivos

En el contexto descrito en los puntos anteriores se comenzó la elaboración de este Trabajo de Fin de Máster con el objetivo de realizar y caracterizar un reloj óptico para implementar un patrón de frecuencia en la tercera ventana de comunicaciones ópticas mediante el uso de un láser de realimentación distribuida (*DFB*) en fibra anclado en absorciones moleculares de cianuro de hidrógeno ($H^{12}C^{14}N$). La estructura o fases llevadas a cabo son las siguientes:

1. Estudio y caracterización de una célula de absorción en la tercera ventana de comunicaciones. Selección de especie y célula de anclaje.
2. Anclaje de un láser *DFB* en una absorción conocida.
3. Estudio de la calidad del patrón mediante batido heterodino en fibra con el Peine de Frecuencias Óptico (*OFC*).
4. Realización del anclado de un láser *DFB* en una absorción saturada.

2. Caracterización de una célula de absorción

Nos hemos propuesto estudiar y caracterizar una célula de absorción en gases que sirvan para el anclado de láseres en los siguientes pasos del presente trabajo. Como premisa en la selección y estudio de la célula, es que las especies químicas (gases) tengan absorciones en la 3ª ventana de comunicaciones ópticas.

2.1. Elementos utilizados

Vamos a describir de forma muy sucinta cada uno de los elementos relevantes usados en el experimento.

2.1.1. Láser sintonizable de cavidad externa (TECL)

Se han empleado dos láseres sintonizables de cavidad externa (*Tunable External Cavity Laser, TECL*), que disponen de una salida para fibra óptica monomodo y conectores FC/APC para evitar reflexiones no deseadas, que puedan provocar inestabilidades. El primer *TECL* (TUNICS-Plus Photonetics) puede ser sintonizado entre 1450 nm y 1550 nm, y el segundo TECL (TUNICS-Plus GN Nettest) entre 1510 nm y 1650 nm, quedando así cubierto el rango espectral a estudiar.

Estos láseres tienen internamente un *LED* de gran potencia y amplio espectro, con emisión en las longitudes de onda en las que se requiere la sintonía, y un conjunto de reflectores y elementos ópticos. La sintonía en longitud de onda se hace por medio de una cavidad externa, que incluye una red de difracción y un reflector dieléctrico en prisma que refleja la luz justo en la misma dirección de la incidencia (y en sentido contrario) haciendo resonar la longitud de onda seleccionada (figura 6).

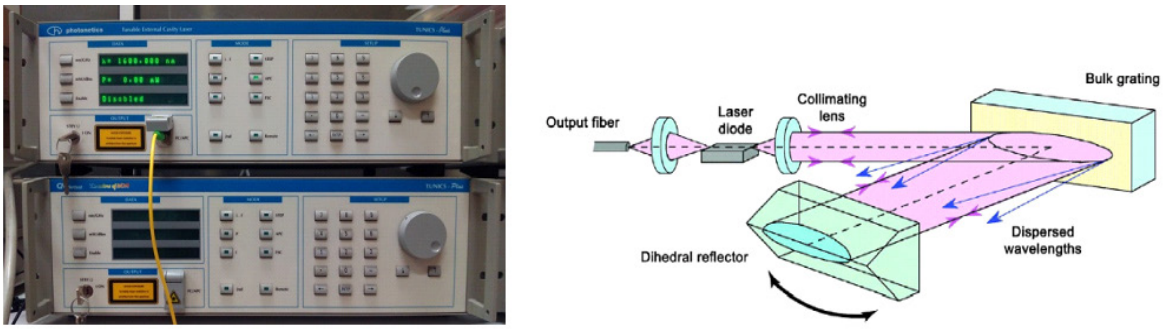

Figura 6: Láseres *TECL* TUNICS-Plus Photonetics y TUNICS-Plus GN Nettest usados. A la derecha el esquema de cómo estos instrumentos realizan la sintonía de longitud de onda.

Las características más interesante de los láseres *TECL*, además de la amplia sintonía, es la finura de la línea en todo su espectro. Estos láseres presentan una anchura de línea de 500 kHz. Esta característica puede verse deteriorada por desajustes en la cavidad, debidos a sobrecorrientes y calentamientos en su interior; manifestándose con

la aparición de *mode hopping,* que consiste en un ensanchamiento de su emisión láser y de la pérdida de su carácter monocromático.

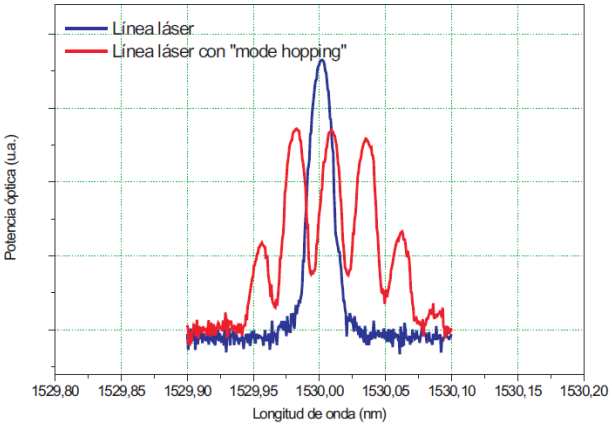

Figura 7: Láser de cavidad externa afectado por "*mode hopping*".

2.1.2. Medidor de longitud de onda y medidor de potencia

El medidor de longitud de onda (*Wavelength Meter*, *WM*) usado es un EXFO modelo WA-1650. Este medidor, está basado en un interferómetro Michelson, modificado para la medida de longitud de onda usando como referencia a un láser de He-Ne estabilizado. El equipo mide la longitud de onda (o frecuencia) en aire o en vacío, con una resolución de lectura de 0.08 pm (10 MHz). Para poder hacer estas medidas tan precisas, el láser de referencia del He-Ne está estabilizado en 1 MHz y corrige automáticamente la temperatura y la presión del aire interno con datos que mide el propio instrumento. Este equipo, mide también la potencia óptica de la señal que recibe.

Figura 8: Medidor de longitud de onda EXFO WA-1650 (abajo) y medidor de potencia EXFO PM-1600 (arriba).

El medidor de potencia (*Power Meter*, *PM*) es un EXFO modelo PM-1600, compuesto por dos detectores de InGaAs (adecuados para las longitudes de onda entre 800 nm y 1650 nm), más la electrónica de medida.

2.1.3. Célula de absorción de $H^{12}C^{14}N$, $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$

Se ha elegido una célula de absorción fabricada por Wavelength References modelo Tri-H(80)-5/150/150-FCAPC. En particular, este modelo contiene una mezcla de tres gases: cianuro de hidrógeno $H^{12}C^{14}N$, monóxido de carbono $^{12}C^{16}O$ y monóxido de

carbono $^{13}C^{16}O$. Estos gases se encuentran a presiones de 5 Torr, 150 Torr y 150 Torr, respectivamente, y su combinación cubre el rango espectral desde los 1520 nm hasta los 1640 nm (ventanas C y L de comunicaciones ópticas), como se muestra en la figura 9.

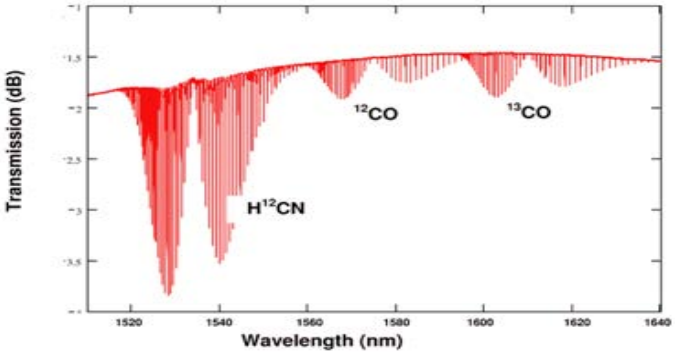

Figura 9: Espectro de transmisión de la célula de $H^{12}C^{14}N$, $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$ [21].

La célula tiene un tubo de vidrio en su interior de longitud de 18.92 cm, y está protegido exteriormente por una carcasa de plástico, provista tanto a la entrada como a la salida de conectores de fibra óptica *SC* (*Subscription Channel*). En la figura 10 se muestra la célula y la trayectoria que recorre la fuente de luz que se introduce. La longitud total que recorre la luz es de 80 cm, que se consigue mediante cuatro reflexiones siendo el camino óptico en cada pasada de aproximadamente 16 cm. Tras las reflexiones, a la salida del sistema, la luz es recogida por una fibra óptica y registrada por un analizador de espectros ópticos (*Optical Spectrum Analyzer*, *OSA*).

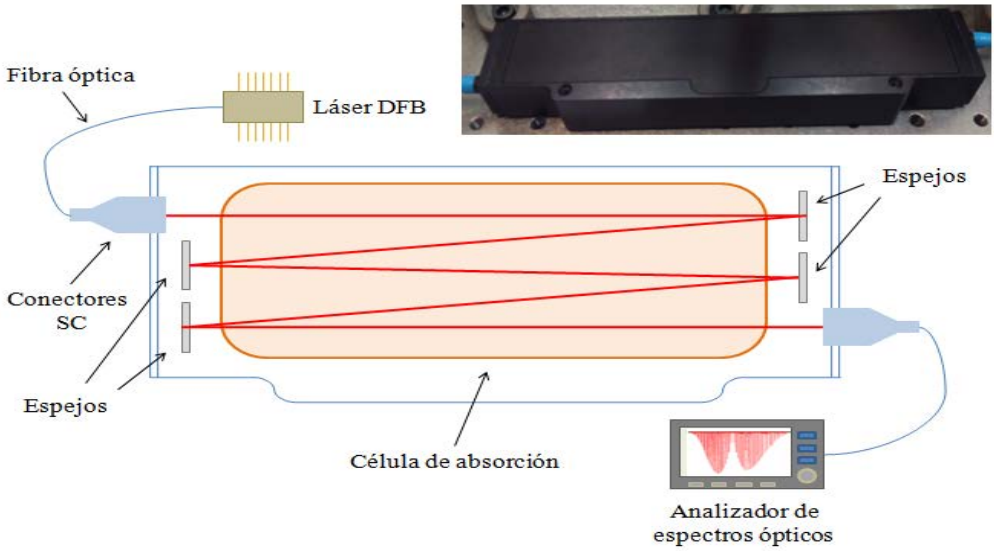

Figura 10: Célula de gases de absorción Tri-H(80)-5/150/150-FCAPC de Wavelength References, compuesta de $H^{12}C^{14}N$, $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$.

Las referencias en el infrarrojo cercano se consiguen sobre moléculas puras de gases, en particular para las longitudes de onda de las comunicaciones ópticas 1270 nm y

1630 nm las moléculas más usadas son [11]: acetileno en la transición rotacional-vibracional $\nu_1 + \nu_3$ de sus dos especies $^{12}C_2H_2$ y $^{13}C_2H_2$, cianuro de hidrógeno en la transición rotacional–vibracional $2\nu_3$ ($H^{12}C^{14}N$ y $H^{13}C^{14}N$), monóxido de carbono en la transición rotacional–vibracional 3ν ($^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$) y dióxido de carbono ($^{12}C^{16}O_2$ y $^{13}C^{16}O_2$). Como se puede ver, en todos los casos en que interviene el elemento químico carbono, siempre hay dos opciones, por su posibilidad de formarse con sus dos isótopos estables: ^{12}C y ^{13}C. De forma general, en esta zona del espectro las absorciones se presentan en dos ramas bien diferenciadas rama R y rama P, haciendo que cada una de las especies químicas usadas presenten un conjunto de líneas de absorción en la forma que se presenta en la figura 11.

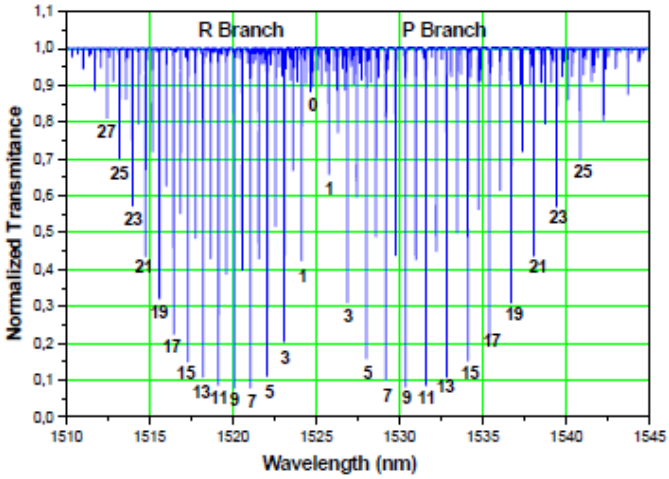

Figura 11: Espectro de absorción del cianuro de hidrógeno ($H^{12}C^{14}N$), donde pueden verse las dos ramas R y P.

2.2. Montaje experimental

Para la calibración de la célula de absorción, el montaje que se usará se representa en la figura 12. Con los dos láseres *TECL* mencionados, se realizan sucesivamente barridos de la zonas espectrales de interés: 1520 nm - 1560 nm, 1560 nm - 1595 nm y 1595 nm - 1630 nm. Aunque el láser *TECL* (TUNICS-Plus GN Nettest) puede emitir desde 1510 nm este se ha usado desde 1560 nm ya que a las longitudes de onda entre 1510 nm y 1560 nm la potencia de emisión no era la adecuada para el experimento. La salida de fibra del *TECL* se divide en un acoplador de fibra óptica (95/5) de manera que el 5 % se desvía al medidor de longitud de onda y el otro 95 % se hace pasar por la célula de absorción. La señal a la salida de la célula se lleva al medidor de potencia (EXFO PM-1600). El láser, el *WM* y el *PM* se conectan a un ordenador por conexión GP-IB que realiza los barridos del láser en longitud de onda, mide la longitud de onda en el *WM* y la potencia óptica tanto en el *PM* y como en el *WM*. De este experimento obtenemos la longitud de onda emitida por el láser, la potencia óptica en la rama del 5 % (que usamos para comprobar la estabilidad del láser), la potencia óptica a la entrada

de la célula, y la potencia óptica en la salida de la misma (a través de los dos detectores del *PM*). Con estas potencias podemos definir los valores de longitudes de onda de máxima absorción.

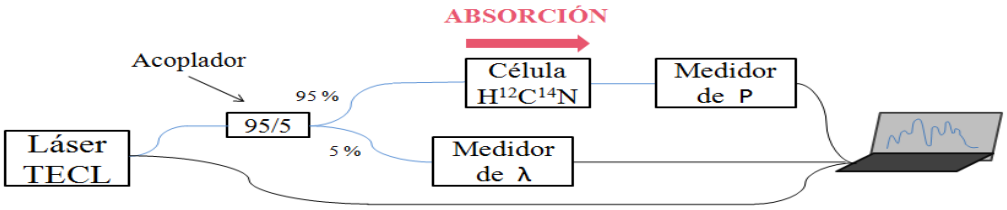

Figura 12: Esquema del montaje para la calibración de la célula.

2.3. Resultados de la calibración

El fabricante (Wavelength References) acompaña a la célula de un simple certificado de conformidad con los siguientes datos: la presión parcial a la que se encuentran los diferentes gases en su interior (50 Torr para el $H^{12}C^{14}N$, 150 Torr para el $^{12}C^{16}O$ y 150 Torr para el $^{13}C^{16}O$), la temperatura a la que se caracterizó (23 ºC), y las longitudes de onda de mayor absorción para cada gas (1558 nm para el $H^{12}C^{14}N$, 1568 nm para el $^{12}C^{16}O$ y 1603 nm para el $^{13}C^{16}O$).

Usando el montaje experimental descrito, se ha procedido a la calibración completa de toda la célula de absorción obteniéndose los resultados que se ven en la figura 13 a temperatura de (23 ± 1) ºC. Esta calibración no solo servirá para la elección de una línea en particular del reloj óptico del siguiente objetivo de este trabajo, sino que permanecerá como referencia en el Instituto de Óptica como patrón para calibración de *OSA* y *WM*.

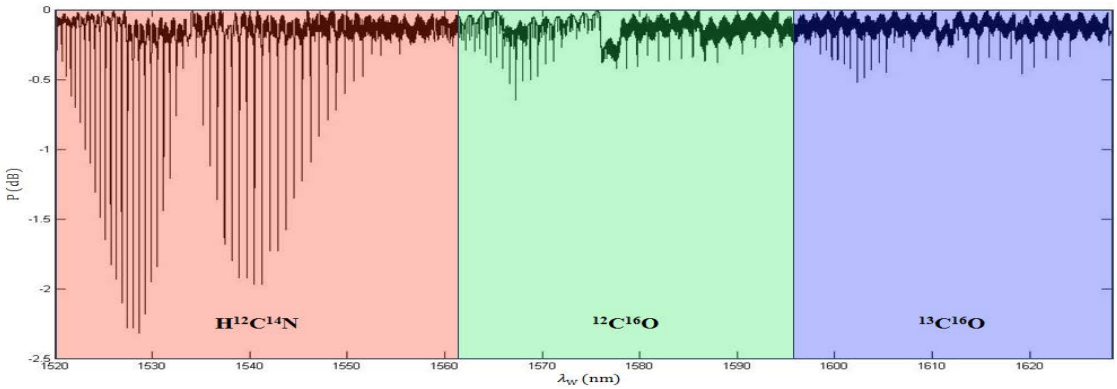

Figura 13: Espectro de las líneas de la célula de absorción de $H^{12}C^{14}N$, el $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$.

Para una mayor claridad, en las figuras 14, 15 y 16, se muestran a continuación y por separado los espectros obtenidos para cada gas contenido y la diferenciación entre las líneas de las ramas R y P.

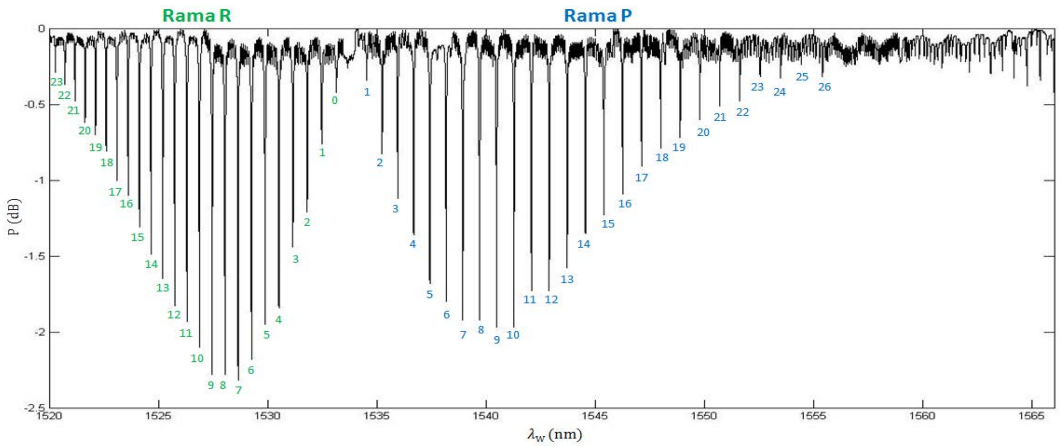

Figura 14: Líneas de absorción de las ramas R y P del $H^{12}C^{14}N$, con un total de 50 líneas.

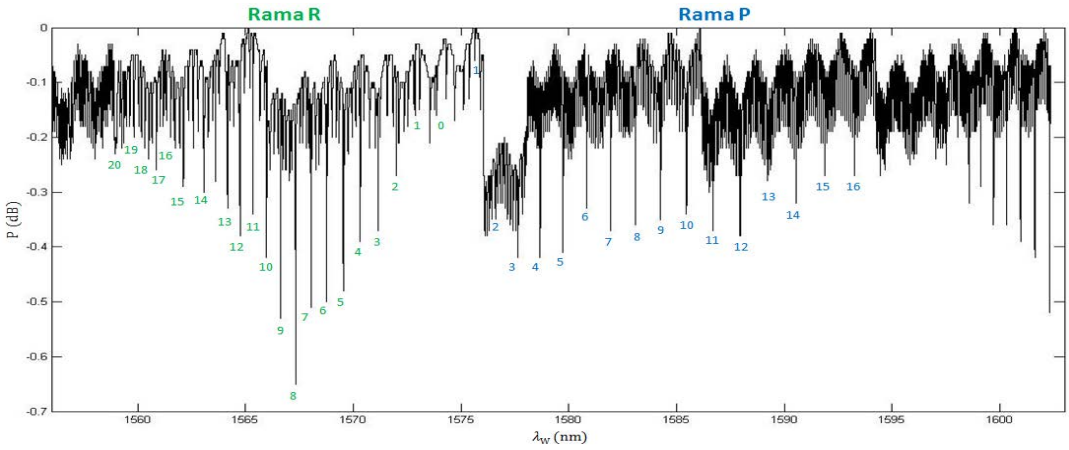

Figura 15: Líneas de absorción de las ramas R y P del $^{12}C^{16}O$, con un total de 37 líneas.

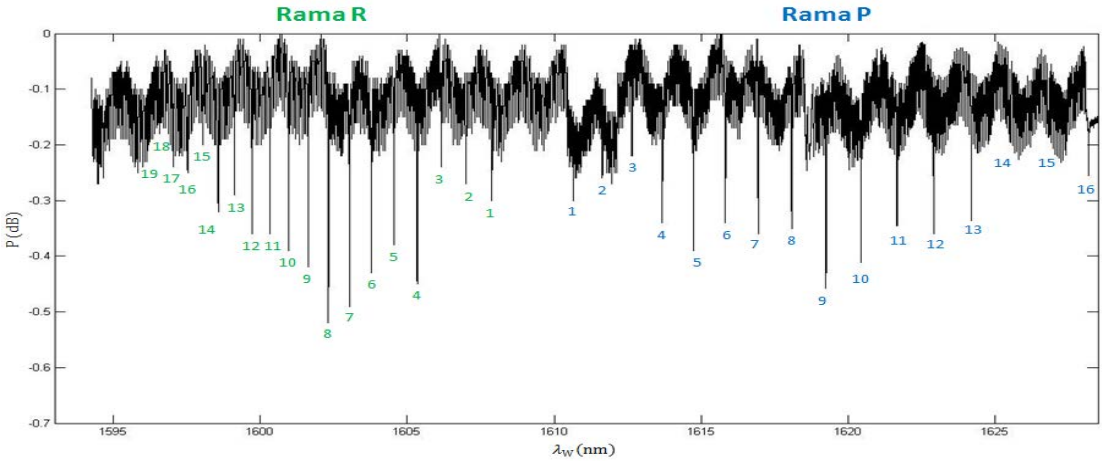

Figura 16: Líneas de absorción de las ramas R y P del $^{13}C^{16}O$, con un total de 35 líneas.

En las figuras 14, 15 y 16, se nota la presencia de un Fabry-Perot (FP), que se manifiesta por las oscilaciones de la potencia transmitida al nivel próximo a 0 dB. Esto

es debido a la gran coherencia del láser usado que hace que pequeños rebotes en conectores y detectores interfieran provocando las oscilaciones.

La tabla II muestra los valores de las longitudes de onda de máxima absorción obtenidos para las ramas R y P del $H^{12}C^{14}N$, respectivamente, y los valores de referencia [22]. El valor medio de las diferencias es (0.60 ± 0.18) pm para la rama R y (0.49 ± 0.35) pm para la P. Estos resultados se muestran en la figura 17, donde la barras de error de los puntos experimentales son la incertidumbre (k = 2) calculada según el método descrito en la apartado 2.4.

De igual manera, se han representado los resultados para el $^{12}C^{16}O$ en la tabla III, para ambas ramas R y P, usando los valores de referencia del NIST [23]. En este caso el valor medio de las diferencias es (-1.60 ± 0.25) pm para la rama R y (-1.74 ± 0.52) pm para la rama P (figura 18).

En el caso del $^{13}C^{16}O$ se han realizado idénticos cálculos que se muestran en la tabla IV usando los valores de referencia del NIST [24]. Las diferencias encontradas son (-1.84 ± 0.24) pm para la rama R y (-2.04 ± 0.27) pm para la rama P (figura 19).

Tabla II: Valores medidos y de referencia, así como las diferencias de estos correspondientes a las ramas R y P del $H^{12}C^{14}N$.

$H^{12}C^{14}N$			
Rama R Nº de línea	**λ medida (nm)**	**λ refer. (nm)**	**λ med -λ ref (pm)**
23	1520.28112	1520.28055	0.57
22	1520.72655	1520.72553	1.02
21	1521.18180	1521.18088	0.92
20	1521.64710	1521.64655	0.55
19	1522.12438	1522.12261	1.77
18	1522.61005	1522.60902	1.03
17	1523.10590	1523.10582	0.08
16	1523.61373	1523.61302	0.72
15	1524.13113	1524.13061	0.53
14	1524.65910	1524.65859	0.51
13	1525.19785	1525.19702	0.83
12	1525.74670	1525.74586	0.84
11	1526.30555	1526.30513	0.42
10	1526.87510	1526.87484	0.26
9	1527.45530	1527.45500	0.30
8	1528.04620	1528.04565	0.55
7	1528.64760	1528.64676	0.84
6	1529.25940	1529.25834	1.06
5	1529.88073	1529.88044	0.29
4	1530.51343	1530.51304	0.39
3	1531.15707	1531.15613	0.93
2	1531.81027	1531.80978	0.48
1	1532.47377	1532.47395	-0.18
0	1533.14828	1533.14868	-0.40

$H^{12}C^{14}N$			
Rama P Nº de línea	**λ medida (nm)**	**λ refer. (nm)**	**λ med -λ ref (pm)**
1	1534.52975	1534.52984	-0.09
2	1535.23775	1535.23629	1.46
3	1535.95360	1535.95333	0.27
4	1536.68225	1536.68095	1.30
5	1537.42025	1537.41922	1.03
6	1538.16880	1538.16813	0.67
7	1538.92790	1538.92767	0.23
8	1539.69790	1539.69784	0.06
9	1540.47845	1540.47871	-0.26
10	1541.27110	1541.27025	0.85
11	1542.07350	1542.07248	1.02
12	1542.88540	1542.88542	-0.02
13	1543.70997	1543.70908	0.89
14	1544.54325	1544.54348	-0.23
15	1545.38920	1545.38859	0.61
16	1546.24565	1546.24448	1.17
17	1547.11270	1547.11115	1.55
18	1547.98790	1547.98860	-0.70
19	1548.87850	1548.87683	1.67
20	1549.77713	1549.77590	1.22
21	1550.68687	1550.68579	1.08
22	1551.60830	1551.60651	1.79
23	1552.53800	1552.53809	-0.09
24	1553.47950	1553.48054	-1.04
25	1554.43205	1554.43387	-1.82
26	1555.39820	1555.39810	0.10

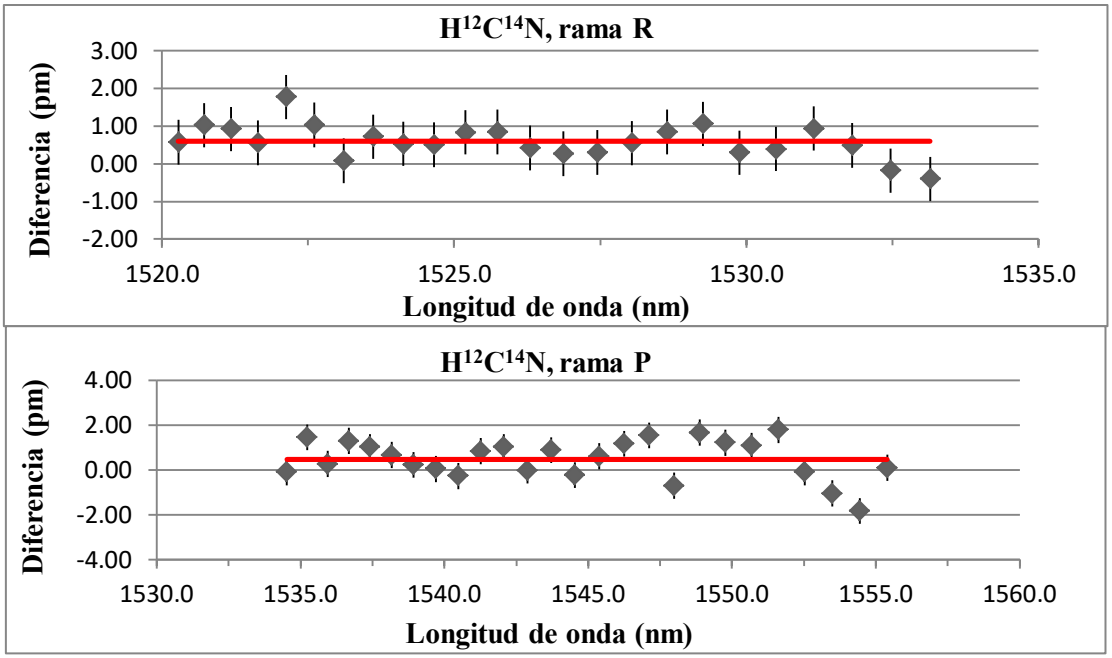

Figura 17: Diferencias entre las longitudes de onda medidas y las de referencia para las ramas R y P del $H^{12}C^{14}N$. En rojo se muestra el valor promedio de las diferencias.

Tabla III: Valores medidos y de referencia, así como las diferencias de estos correspondientes a las ramas R y P del $^{12}C^{16}O$.

$^{12}C^{16}O$			
Rama R Nº de línea	**λ medida (nm)**	**λ refer. (nm)**	**λ med -λ ref (pm)**
20	1560.86733	1560.86800	-0.67
19	1561.25685	1561.26000	-3.15
18	1561.67733	1561.67860	-1.27
17	1562.12200	1562.12370	-1.70
16	1562.59370	1562.59530	-1.60
15	1563.09160	1563.09350	-1.90
14	1563.61660	1563.61830	-1.70
13	1564.16800	1564.16970	-1.70
12	1564.74500	1564.74770	-2.70
11	1565.35045	1565.35230	-1.85
10	1565.98185	1565.98350	-1.65
9	1566.63970	1566.64140	-1.70
8	1567.32470	1567.32610	-1.40
7	1568.03580	1568.03750	-1.70
6	1568.77370	1568.77560	-1.90
5	1569.53920	1569.54050	-1.30
4	1570.33090	1570.33230	-1.40
3	1571.14983	1571.15090	-1.07
2	1571.99565	1571.99650	-0.85
1	1572.86770	1572.86910	-1.40
0	1573.76775	1573.76870	-0.95

$^{12}C^{16}O$			
Rama P Nº de línea	**λ medida (nm)**	**λ refer. (nm)**	**λ med -λ ref (pm)**
1	1575.64853	1575.64980	-1.27
2	1576.62960	1576.63110	-1.50
3	1577.63797	1577.63970	-1.73
4	1578.67340	1578.67580	-2.40
5	1579.73680	1579.73920	-2.40
6	1580.82810	1580.83000	-1.90
7	1581.94690	1581.94850	-1.60
8	1583.09280	1583.09450	-1.70
9	1584.26660	1584.26830	-1.70
10	1585.46795	1585.46980	-1.85
11	1586.69800	1586.69930	-1.30
12	1587.95435	1587.95670	-2.35
13	1589.24047	1589.24220	-1.73
14	1590.55313	1590.55590	-2.77
15	1591.89455	1591.89780	-3.25
16	1593.26970	1593.26810	1.60

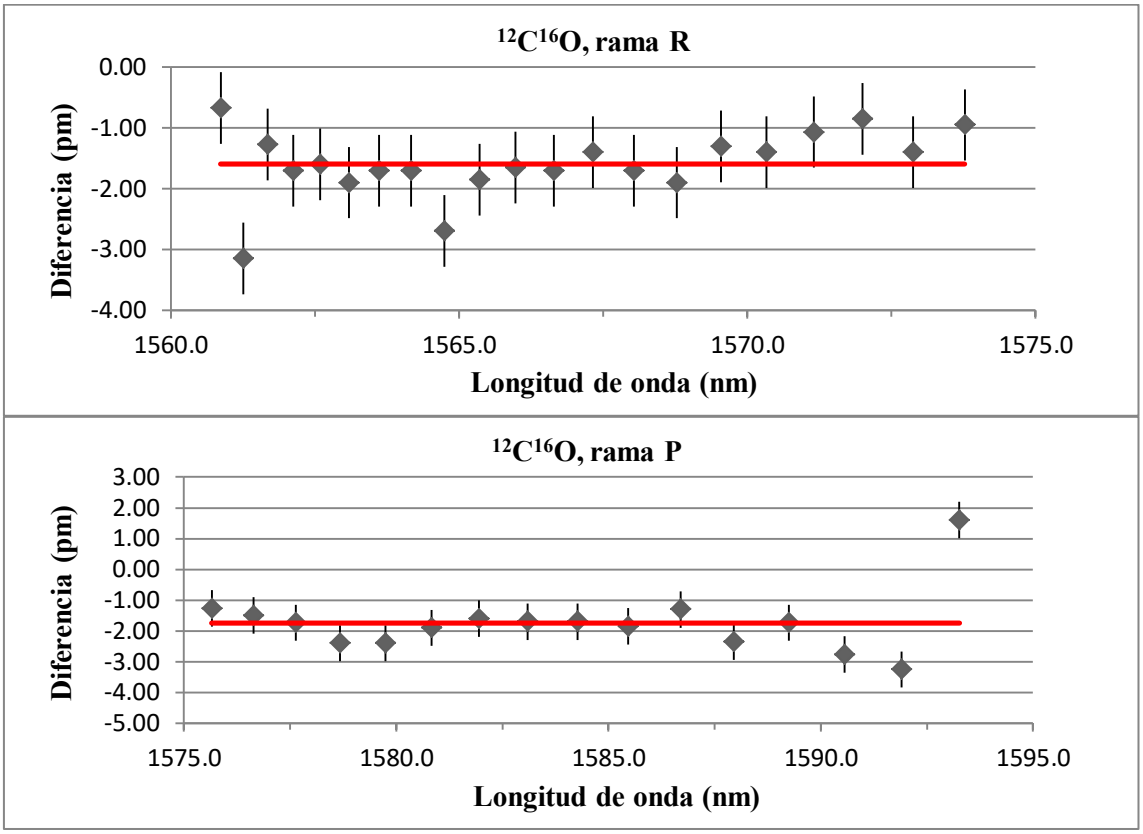

Figura 18: Diferencias entre las longitudes de onda medidas y las de referencia para las ramas R y P del $^{12}C^{16}O$. En rojo se muestra el valor promedio de las diferencias.

Tabla IV: Valores medidos y de referencia, así como las diferencias de estos correspondientes a las ramas R y P del $^{13}C^{16}O$.

$^{13}C^{16}O$			
Rama R Nº de línea	**λ medida (nm)**	**λ refer. (nm)**	**λ med -λ ref (pm)**
19	1596.15653	1596.15950	-2.98
18	1596.58730	1596.58950	-2.20
17	1597.04290	1597.04540	-2.50
16	1597.52550	1597.52710	-1.60
15	1598.03325	1598.03490	-1.65
14	1598.56710	1598.56860	-1.50
13	1599.12690	1599.12840	-1.50
12	1599.71230	1599.71410	-1.80
11	1600.32410	1600.32580	-1.70
10	1600.96150	1600.96360	-2.10
9	1601.62585	1601.62740	-1.55
8	1602.31610	1602.31740	-1.30
7	1603.03230	1603.03340	-1.10
6	1603.77380	1603.77560	-1.80
5	1604.54260	1604.54390	-1.30
4	1605.33680	1605.33850	-1.70
3	1606.15777	1606.15930	-1.53
2	1607.00420	1607.00640	-2.20
1	1607.87700	1607.87990	-2.90

$^{13}C^{16}O$			
Rama P Nº de línea	**λ medida (nm)**	**λ refer. (nm)**	**λ med -λ ref (pm)**
1	1610.65700	1610.65960	-2.60
2	1611.63675	1611.63930	-2.55
3	1612.64463	1612.64570	-1.07
4	1613.67620	1613.67880	-2.60
5	1614.73700	1614.73880	-1.80
6	1615.82360	1615.82550	-1.90
7	1616.93780	1616.93920	-1.40
8	1618.07745	1618.07970	-2.25
9	1619.24500	1619.24730	-2.30
10	1620.44040	1620.44200	-1.60
11	1621.66165	1621.66410	-2.45
12	1622.91050	1622.91320	-2.70
13	1624.18860	1624.18980	-1.20
14	1625.49160	1625.49400	-2.40
15	1626.82330	1626.82570	-2.40
16	1628.18360	1628.18510	-1.50

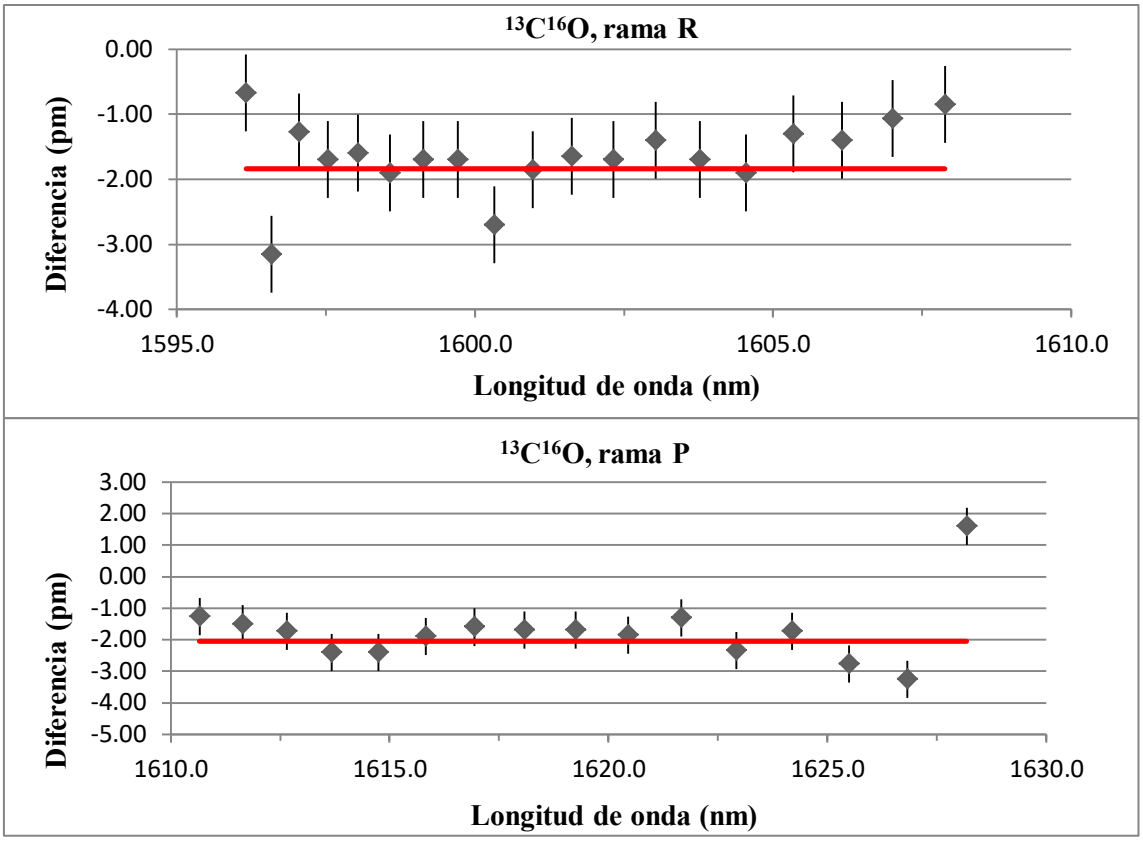

Figura 19: Diferencias entre las longitudes de onda medidas y las de referencia para las ramas R y P del $^{13}C^{16}O$. En rojo se muestra el valor promedio de las diferencias.

2.4. Incertidumbre en la calibración de la célula

Para poder conocer la validez de los resultados obtenidos y poderlos usar en calibraciones debemos calcular la incertidumbre de los resultados.

El cálculo de la incertidumbre total (tabla V) en la medida de estas líneas de absorción en el laboratorio del IO-CSIC se ha estudiado teniendo en cuenta las siguientes incertidumbres asociadas al proceso, todas de tipo B (Anexo B):

a) Incertidumbre por la resolución de muestreo en el láser sintonizable, δf_{TECL_res}.

Esta incertidumbre es debida a la resolución mínima en la selección de la longitud de onda del láser sintonizable. Su contribución a la incertidumbre se calcula usando el valor de la resolución del láser en longitud de onda, que es de 1 pm, y considerando una distribución de probabilidad rectangular ($2\sqrt{3}$). En consecuencia, se estima como:

$$u(\delta f_{ref}) = \frac{1\,pm}{2\sqrt{3}} \tag{6}$$

b) Incertidumbre por la anchura de la línea de emisión del láser sintonizable, $\delta f_{TECL_\Delta\nu}$.

La anchura de línea del láser usado es de 0.004 pm (500 kHz) (*FWHM*), que al considerarse una distribución gaussiana corresponde a $2\sqrt{2ln2}\cdot\sigma$ su contribución a la incertidumbre es:

$$u(\delta f_{TECL_\Delta\nu}) = \frac{0.004\ pm}{2\sqrt{2ln2}} \quad (7)$$

c) Incertidumbre en la medida de la longitud de onda en el medidor de referencia, Δf_{WM_CAL}.

Esta incertidumbre proviene de la calibración del medidor de longitud de onda (*WM*). La incertidumbre en el *WM* en la región espectral es de ± 0.10 pm (12 MHz) [25]. Para tratar los datos de forma independiente a la distribución de probabilidad asignada en origen, debemos primero convertirla a $k = 1$, dividendo por el factor 2:

$$u(\Delta f_{WM_CAL}) = \frac{u_{certificado}}{2} = \frac{0.10\ pm}{2} \quad (8)$$

d) Incertidumbre por la resolución de lectura del medidor de longitud de onda, δf_{WM_res}.

La resolución de lectura del medidor de longitud de onda es 0.08 pm (10 MHz). La incertidumbre asociada se estima considerando una distribución de probabilidad rectangular, calculándose según:

$$u(\delta f_{ref}) = \frac{0.08\ pm}{2\sqrt{3}} \quad (9)$$

Tabla V: Incertidumbres asociadas al proceso de calibración de la célula de absorción $H^{12}C^{14}N$, el $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$.

Cálculo de la incertidumbre de las líneas de la célula de absorción					
Incertidumbre (*u*)	**Valor (nm)**	**Tipo**	**Factor cobertura (*k*)**	**Distribución**	**Valor final (nm)**
f_{TECL_res}	$1\cdot10^{-3}$	B	1	Rectangular	$2.89\cdot10^{-4}$
$\delta f_{TECL_\Delta\nu}$	$1.70\cdot10^{-6}$	B	1	Rectangular	$4.90\cdot10^{-7}$
Δf_{WM_CAL}	$1.0\cdot10^{-4}$	B	2	Gaussiana	$0.50\cdot10^{-4}$
δf_{WM_res}	$8\cdot10^{-5}$	B	1	Rectangular	$2.89\cdot10^{-5}$
Total		B	2	Gaussiana	$\mathbf{5.90\cdot10^{-4}}$

En vistas al resultado mostrado en la tabla V, podemos afirmar que las todas las líneas presentadas en las tablas anteriores tendrán una incertidumbre de ± 0.59 pm. Incertidumbre a tener en cuenta en el uso de la línea P10 como referencia absoluta para el anclado y la estabilización de la señal reloj.

2.5. Discusión y corrección por presión y temperatura

Se han comparado las líneas medidas en laboratorio con sus respectivas líneas espectroscópicas usadas de referencia en este trabajo y recogidas en [22], [23] y [24]. Realizando el promedio de las diferencias de cada línea medida con su homóloga de referencia, para el caso del $H^{12}C^{14}N$ se obtiene unas diferencias promedio de (0.60 ± 0.18) pm (rama R) y (0.49 pm ± 0.35) pm (rama P), para el $^{12}C^{16}O$ de (-1.60 ±

0.25) pm (rama R) y (-1.74 ± 0.52) (rama P), y para el $^{13}C^{16}O$ de (-1.84 ± 0.24) pm (rama R) y (-2.04 ± 0.27) pm (rama P).

Las incertidumbres de estos resultados están por debajo de la incertidumbre de laboratorio ± 0.59 pm. Sin embargo, las diferencias absolutas sí están por encima de la incertidumbre del experimento. Se han estudiado estas diferencias, y son debidas a la diferencia de las presiones parciales de los gases de nuestra célula de absorción con las presiones de los gases de cada una de las células individuales usadas de referencia. La tabla VI muestra los valores de las presiones parciales de los gases contenidos en la célula usada. La diferencia de presiones se ha calculado como la diferencia de la presión parcial en la célula de test menos la presión de la célula de referencia.

Tabla VI: Comparación entre las presiones parciales en las células de referencia usadas (incluida su referencia bibliográfica) y la célula bajo calibración.

Gas	Presión	Presión en la referencia	Diferencia (P_{med} - P_{ref})
$H^{12}C^{14}N$	6.6 kPa (50 Torr)	0.173 kPa (1.3 Torr) [26]	6.427 kPa
$^{12}C^{16}O$	19.9 kPa (150 Torr)	133.0 kPa (1000 Torr) [27]	113.1 kPa
$^{13}C^{16}O$	19.9 kPa (150 Torr)	133.0 kPa (1000 Torr) [27]	113.1 kPa

Según estas referencias, las longitudes de onda de las absorciones sufren un desplazamiento por presión. Este desplazamiento depende del gas (incluido el isótopo) de la línea de absorción.

En el caso del $H^{12}C^{14}N$ no se ha encontrado en la bibliografía datos fiables para la transición rotacional–vibracional $2\nu_3$. En [26] se tiene un exhaustivo estudio de la misma transición para el $H^{13}C^{14}N$. Las correcciones para esta especie química varían entre -0.10 pm/kPa y 0.10 pm/kPa, por lo que no es sencillo su aplicación inmediata a nuestros datos.

En el caso del $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$ los datos de referencia usados están perfectamente tabulados en [27], para la transición rotacional–vibracional 3ν. La influencia de la presión en cada una de las especies se muestra en la figura 20, y se ha aplicado en a cada una de las líneas medidas.

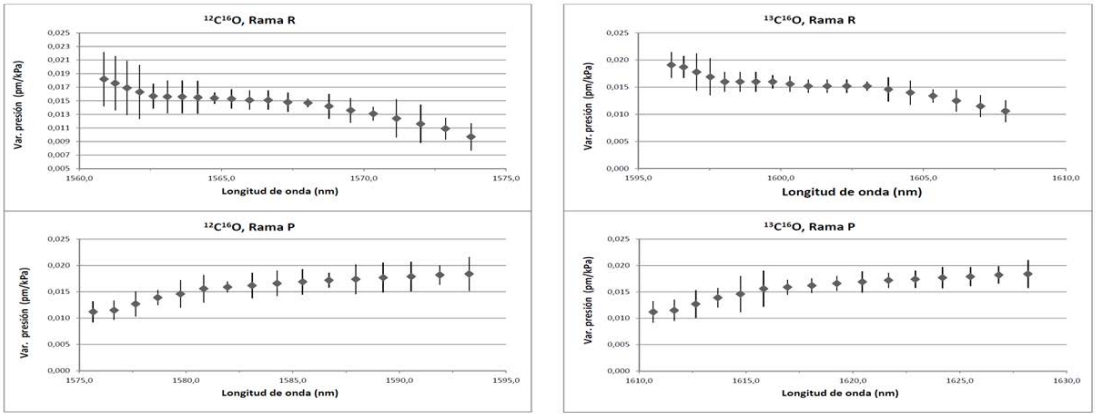

Figura 20: Variación relativa (pm/kPa) para $^{12}C^{16}O$ y $^{13}C^{16}O$ para cada línea de absorción medida en el NIST.

Los resultados de las correcciones, línea a línea, realizadas se muestran en las tablas VII, VIII, IX y X, y en sus correspondientes figuras 21, 22, 23 y 24.

Tabla VII: Resultado de la corrección de presión a la rama R del $^{12}C^{16}O$.

$^{12}C^{16}O$						
Rama R Nº de línea	**λ medida (nm)**	**λ refer. (nm)**	**λ med -λ ref (pm)**	**Corr. λ por presión (pm/kPa)**	**Incertidumbre (*k=2*)**	**λ med -λ ref (corr.) (pm)**
20	1560.86733	1560.86800	-0.67	0.0182	0.0040	1.38
19	1561.25685	1561.26000	-3.15	0.0176	0.0040	-1.16
18	1561.67733	1561.67860	-1.27	0.0169	0.0040	0.63
17	1562.12200	1562.12370	-1.70	0.0163	0.0040	0.14
16	1562.59370	1562.59530	-1.60	0.0157	0.0018	0.17
15	1563.09160	1563.09350	-1.90	0.0156	0.0024	-0.14
14	1563.61660	1563.61830	-1.70	0.0156	0.0024	0.06
13	1564.16800	1564.16970	-1.70	0.0155	0.0024	0.05
12	1564.74500	1564.74770	-2.70	0.0154	0.0008	-0.96
11	1565.35045	1565.35230	-1.85	0.0153	0.0014	-0.12
10	1565.98185	1565.98350	-1.65	0.0151	0.0014	0.06
9	1566.63970	1566.64140	-1.70	0.0151	0.0014	0.01
8	1567.32470	1567.32610	-1.40	0.0148	0.0014	0.27
7	1568.03580	1568.03750	-1.70	0.0147	0.0006	-0.04
6	1568.77370	1568.77560	-1.90	0.0142	0.0018	-0.30
5	1569.53920	1569.54050	-1.30	0.0136	0.0018	0.24
4	1570.33090	1570.33230	-1.40	0.0131	0.0010	0.08
3	1571.14983	1571.15090	-1.07	0.0124	0.0028	0.33
2	1571.99565	1571.99650	-0.85	0.0116	0.0028	0.46
1	1572.86770	1572.86910	-1.40	0.0109	0.0016	-0.17
0	1573.76775	1573.76870	-0.95	0.0097	0.0020	0.15

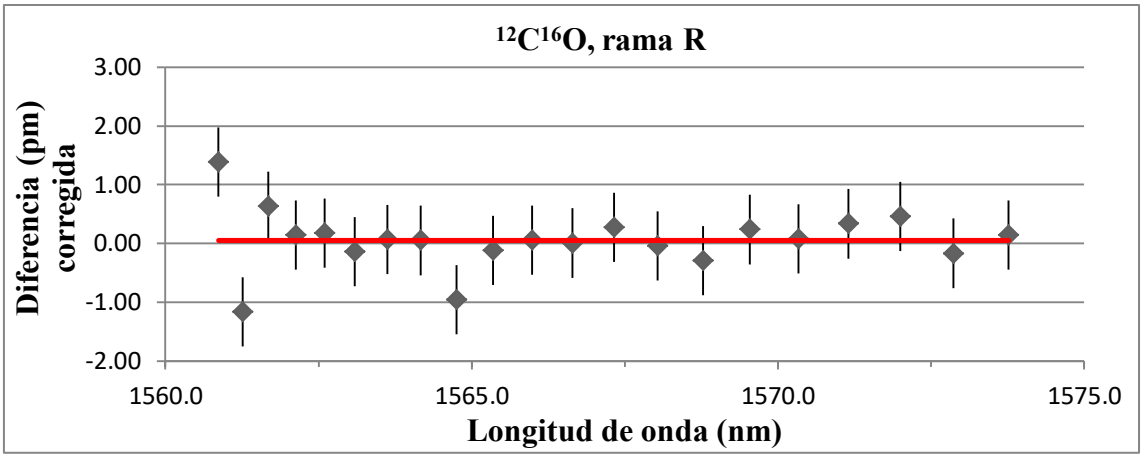

Figura 21: Resultado de la corrección de presión a la rama R del $^{12}C^{16}O$.

Tabla VIII: Resultado de la corrección de presión a la rama P del $^{12}C^{16}O$.

$^{12}C^{16}O$						
Rama P Nº de línea	**λ medida (nm)**	**λ refer. (nm)**	**λ med -λ ref (pm)**	**Corr. λ por presión (pm/kPa)**	**Incertidumbre (k=2)**	**λ med -λ ref (corr.) (pm)**
1	1575.64853	1575.64980	-1.27	0.0182	0.0020	0.00
2	1576.62960	1576.63110	-1.50	0.0176	0.0018	-0.20
3	1577.63797	1577.63970	-1.73	0.0169	0.0023	-0.30
4	1578.67340	1578.67580	-2.40	0.0163	0.0014	-0.83
5	1579.73680	1579.73920	-2.40	0.0157	0.0026	-0.75
6	1580.82810	1580.83000	-1.90	0.0156	0.0026	-0.14
7	1581.94690	1581.94850	-1.60	0.0156	0.0010	0.20
8	1583.09280	1583.09450	-1.70	0.0155	0.0024	0.13
9	1584.26660	1584.26830	-1.70	0.0154	0.0024	0.18
10	1585.46795	1585.46980	-1.85	0.0153	0.0024	0.06
11	1586.69800	1586.69930	-1.30	0.0151	0.0014	0.65
12	1587.95435	1587.95670	-2.35	0.0151	0.0028	-0.38
13	1589.24047	1589.24220	-1.73	0.0148	0.0028	0.27
14	1590.55313	1590.55590	-2.77	0.0147	0.0028	-0.74
15	1591.89455	1591.89780	-3.25	0.0142	0.0018	-1.19
16	1593.26970	1593.26810	1.60	0.0136	0.0032	3.68

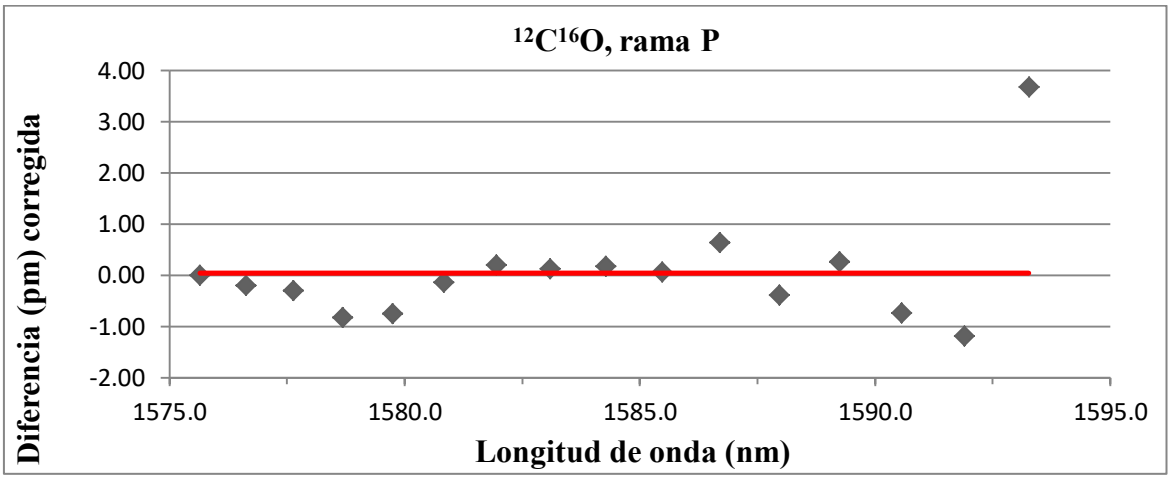

Figura 22: Resultado de la corrección de presión a la rama P del $^{12}C^{16}O$.

Tabla IX: Resultado de la corrección de presión a la rama R del $^{13}C^{16}O$.

$^{13}C^{16}O$						
Rama R Nº de línea	**λ medida (nm)**	**λ refer. (nm)**	**λ med -λ ref (pm)**	**Corr. λ por presión (pm/kPa)**	**Incertidumbre (*k=2*)**	**λ med -λ ref (corr.) (pm)**
19	1596.15653	1596.15950	-2.98	0.0191	0.0024	-0.81
18	1596.58730	1596.58950	-2.20	0.0187	0.0020	-0.09
17	1597.04290	1597.04540	-2.50	0.0178	0.0034	-0.49
16	1597.52550	1597.52710	-1.60	0.0169	0.0034	0.31
15	1598.03325	1598.03490	-1.65	0.0160	0.0018	0.16
14	1598.56710	1598.56860	-1.50	0.0160	0.0018	0.31
13	1599.12690	1599.12840	-1.50	0.0160	0.0018	0.31
12	1599.71230	1599.71410	-1.80	0.0160	0.0012	0.01
11	1600.32410	1600.32580	-1.70	0.0156	0.0014	0.06
10	1600.96150	1600.96360	-2.10	0.0152	0.0012	-0.38
9	1601.62585	1601.62740	-1.55	0.0152	0.0012	0.17
8	1602.31610	1602.31740	-1.30	0.0152	0.0012	0.42
7	1603.03230	1603.03340	-1.10	0.0152	0.0008	0.62
6	1603.77380	1603.77560	-1.80	0.0146	0.0022	-0.15
5	1604.54260	1604.54390	-1.30	0.0140	0.0022	0.28
4	1605.33680	1605.33850	-1.70	0.0134	0.0012	-0.18
3	1606.15777	1606.15930	-1.53	0.0125	0.0020	-0.12
2	1607.00420	1607.00640	-2.20	0.0115	0.0020	-0.90
1	1607.87700	1607.87990	-2.90	0.0106	0.0020	-1.70

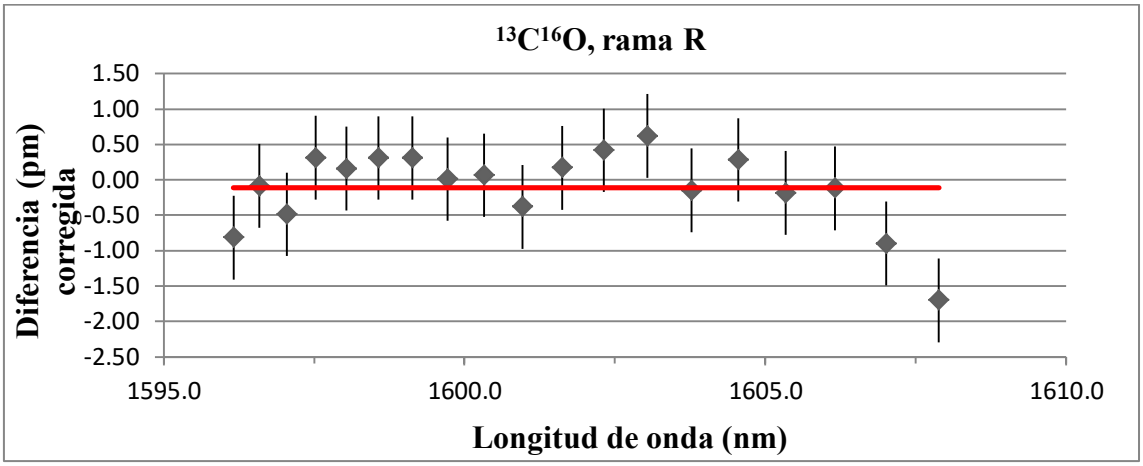

Figura 23: Resultado de la corrección de presión a la rama R del $^{13}C^{16}O$.

Tabla X: Resultado de la corrección de presión a la rama P del $^{13}C^{16}O$.

$^{13}C^{16}O$						
Rama P Nº de línea	**λ medida (nm)**	**λ refer. (nm)**	**λ med -λ ref (pm)**	**Corr. λ por presión (pm/kPa)**	**Incertidumbre (*k=2*)**	**λ med -λ ref (corr.) (pm)**
1	1610.65700	1610.65960	-2.60	0.0111	0.0020	-1.34
2	1611.63675	1611.63930	-2.55	0.0118	0.0020	-1.22
3	1612.64463	1612.64570	-1.07	0.0127	0.0026	0.37
4	1613.67620	1613.67880	-2.60	0.0136	0.0018	-1.06
5	1614.73700	1614.73880	-1.80	0.0146	0.0034	-0.15
6	1615.82360	1615.82550	-1.90	0.0157	0.0034	-0.12
7	1616.93780	1616.93920	-1.40	0.0167	0.0014	0.49
8	1618.07745	1618.07970	-2.25	0.0169	0.0014	-0.34
9	1619.24500	1619.24730	-2.30	0.0171	0.0014	-0.37
10	1620.44040	1620.44200	-1.60	0.0178	0.0020	0.41
11	1621.66165	1621.66410	-2.45	0.0184	0.0014	-0.37
12	1622.91050	1622.91320	-2.70	0.0180	0.0016	-0.66
13	1624.18860	1624.18980	-1.20	0.0175	0.0020	0.78
14	1625.49160	1625.49400	-2.40	0.0180	0.0018	-0.36
15	1626.82330	1626.82570	-2.40	0.0180	0.0016	-0.36
16	1628.18360	1628.18510	-1.50	0.0191	0.0026	0.66

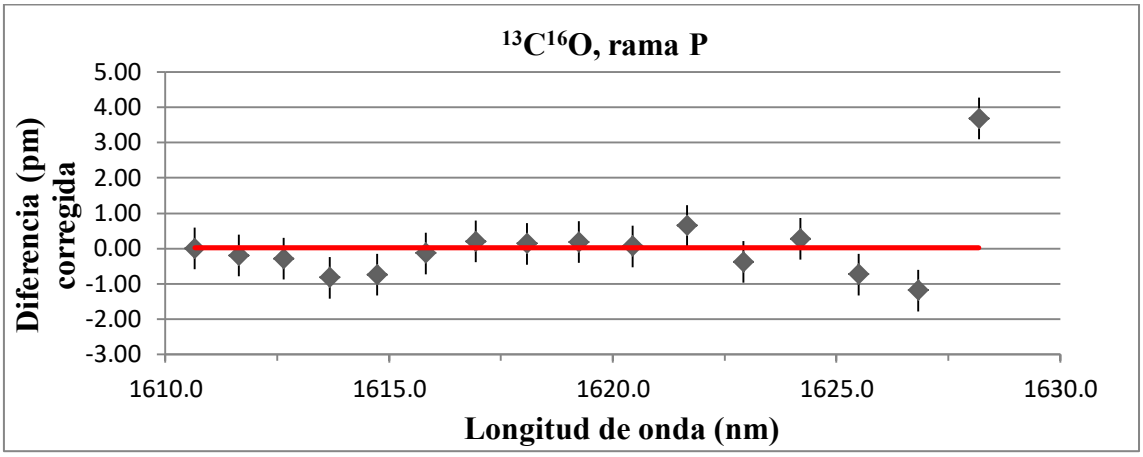

Figura 24: Resultado de la corrección de presión a la rama P del $^{13}C^{16}O$.

Tabla XI: Comparación entre las presiones parciales en las células de referencia usadas (incluida su referencia bibliográfica) y la célula bajo calibración.

Gas	**Ref.**	**(λ_{med}-λ_{ref}) Antes de compensación**	**(λ_{med}-λ_{ref}) Después de compensación**
$H^{12}C^{14}N$ Rama R	[22]	(0.60 ± 0.18) pm	-
$H^{12}C^{14}N$ Rama P	[22]	(0.49 ± 0.35) pm	-
$^{12}C^{16}O$ Rama R	[23]	(-1.60 ± 0.25) pm	(0.06 ± 0.22) pm
$^{13}C^{16}O$ Rama P	[23]	(-1.74 ± 0.52) pm	(0,04 ± 0.54) pm
$^{13}C^{16}O$ Rama R	[24]	(-1.84 ± 0.24) pm	(-0.11 ± 0.26) pm
$^{13}C^{16}O$ Rama P	[24]	(-2.04 ± 0.25) pm	(-023 ± 0.32) pm

Después de las correcciones de presión realizadas en la tabla XI, las diferencias con sus respectivas referencias para el $^{12}C^{16}O$ es de (0.06 ± 0.22) pm (rama R) y (0.04 ± 0.54) pm (rama P), y para el $^{13}C^{16}O$ de (-0.11 ± 0.26) pm (rama R) y

(-0.23 ± 0.32) pm (rama P). Todas estas diferencias son compatibles con la incertidumbre del experimento de ± 0.59 pm.

Por otra parte, las lineas de absorcion pueden ser sensibles a cambios de temperatura y campos electromagnéticos. De forma general, esta sensibilidad es pequeña en comparación con el cambio de presión Debido al hecho de que el cambio de presión depende de la tasa de colisión molecular, hay una pequeña dependencia del cambio de la presión con la temperatura. Esta dependencia puede estudiarse con la fórmula [23]:

$$\Delta\lambda(T) = \Delta\lambda(T_m)\sqrt{\frac{T}{T_m}} \tag{10}$$

donde $\Delta\lambda(T)$ es el cambio por presión debido a la temperatura T, $\Delta\lambda(T_m)$ es el cambio por presión medido a temperatura T_m, y las temperaturas T y T_m se expresan en K. De la ecuación anterior se puede ver que un centro de la línea es bastante insensible a los cambios de temperatura; un aumento de 50 °C respecto de la temperatura ambiente aumentaría el cambio de presión en sólo un 8 %, que corresponde a un cambio máximo de 0.2 pm. Para las temperaturas normales de trabajo de los laboratorios de calibración (23 ± 1 ºC) esta se considera despreciable.

3. Caracterización de un reloj óptico

3.1. Elementos utilizados

3.1.1. Láser de diodo DFB: generación de la señal

Se usará un láser de diodo de realimentación distribuida (*DFB*) (EP1542-NLW-BBI-001 Eblana Photonics) centrado en 1542.2 nm (194.4 THz) como oscilador óptico del reloj, fundamentalmente por su flexibilidad a la hora de ser sintonizado y a su estrecha anchura de línea de emisión de 212 kHz (*FWHM*) a 150 mA [28]. Este láser de diodo tiene incluido un sistema Peltier para controlar la temperatura del chip, y poder estabilizar la emisión de longitud de onda. En las figuras 25 y 26, extraídas de las hojas de especificaciones del fabricante, se pueden ver la caracterización del diodo en función de la corriente aplicada para una temperatura de 25 ºC, y su espectro para una corriente de 250 mA a 30 ºC.

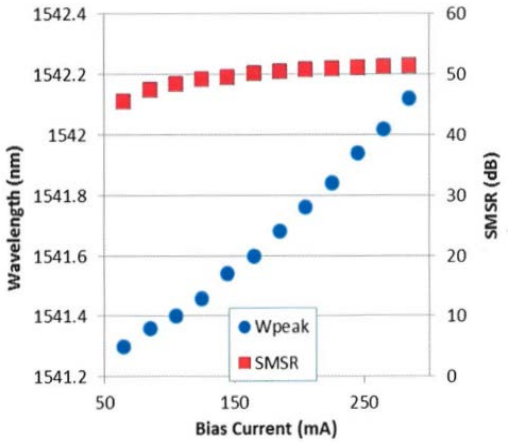

Figura 25: Sintonización en longitud de onda (nm) en función de la intensidad de corriente (mA) a una temperatura de 25 ºC.

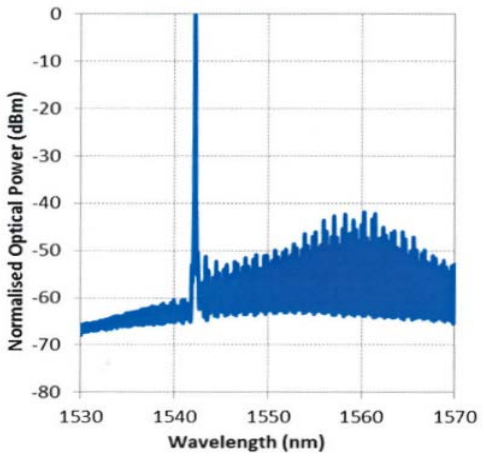

Figura 26: Espectro de emisión del diodo láser para una intensidad de corriente de 250 mA y una temperatura de 30 ºC.

El diodo láser se monta sobre una base (LM 14S2 ThorLabs) (figura 27) para que pueda ser controlado en temperatura y corriente por la fuente de alimentación (Lightwave LDC-3724B ILX) que controla la alimentación del diodo (figura 28).

Figura 27: Diodo láser DFB EP1542.

Figura 28: Fuente de alimentación ILX.

3.1.2. Peine de frecuencias: detección de la señal

Para la caracterización de la señal generada y estabilizada que usaremos para alimentar el reloj óptico, se usará el peine de frecuencias de fibra auto-referenciado (a la unidad fundamental de tiempo, el segundo) del Instituto de Óptica (IO) del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC), al que nos referiremos a partir de ahora como IO-FFC (figura 29).

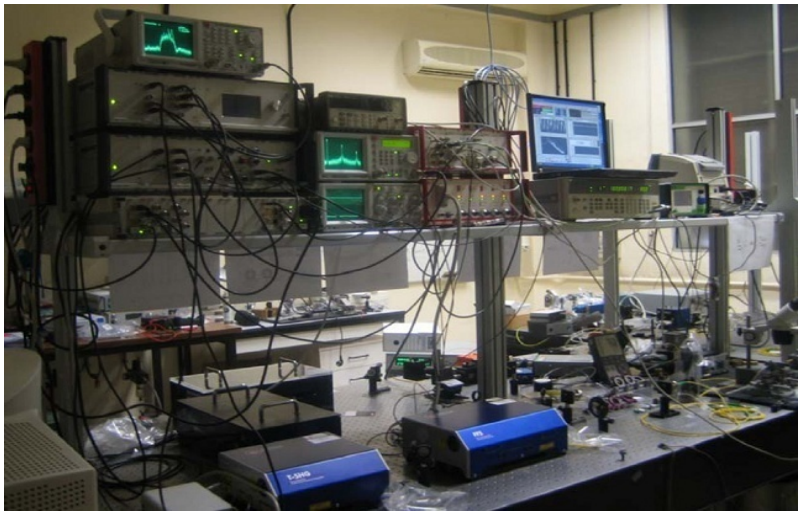

Figura 29: Vista general del laboratorio de metrología de frecuencias y procesos no lineales en fibras ópticas, en particular el IO-CSIC [31].

Se encuentra formado por tres partes o unidades bien diferenciadas, como son el oscilador de fibra, la unidad de estabilización y la unidad de batido (figura 30); que pasarán a describirse en detalle en los siguientes subapartados.

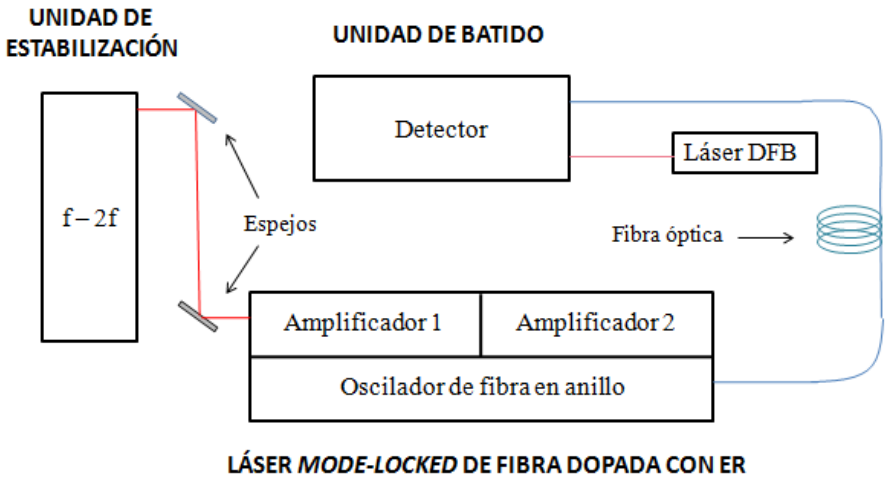

Figura 30: Esquema general del peine de frecuencias auto-referenciado del IO-CSIC.

Un oscilador maestro de 10 MHz será el encargado de disciplinar el resto de los equipos a utilizar (figura 31) gracias a la entrada de la señal, por antena *GPS* de un reloj atómico de

rubidio (RefGen 10491 Timetech) sincronizado (estabilidad de 10^{-13} s) con la referencia internacional por el Real Instituto y Observatorio de la Armada (ROA), laboratorio asociado al Centro Español de Metrología (CEM).

Esta señal es llevada al módulo de distribución de referencia (RDF 10 MenloSystems) que facilitará tres salidas, dos de ellas a 20 MHz y una a 10 MHz. Una de las salidas de 20 MHz se lleva al detector de fase (DXD 200 MenloSystems), la cual se usará para estabilizar la frecuencia de desplazamiento (f_{CEO}) y la segunda salida de 20 MHz al amplificador de señal. Una vez amplificada se mandará al sintetizador y generador de frecuencias (DDS 120 MenloSystems) para convertirla en una señal de 100 MHz, y estabilizar la frecuencia de repetición (f_{rep}). Por último, la señal de 10 MHz alimentará al contador de frecuencias (FSM 50 MenloSystems), encargado de contar de forma precisa la f_{rep}, la f_{CEO} y la f_{batido}, necesarias para resolver la frecuencia de un láser desconocido a través de (5).

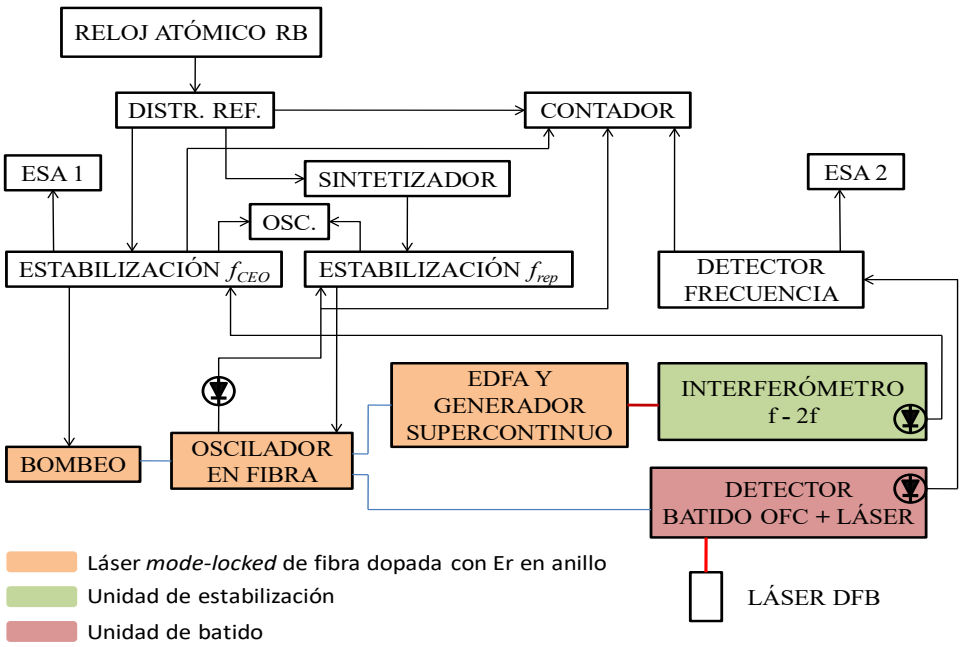

Figura 31: Diagrama de bloques del IO-FFC y equipos auxiliares [18].

En uno de los analizadores de espectros eléctrico (ESA 1) podremos visualizar la f_{CEO} y anclarla en 20 MHz para así estabilizar el peine. Por otro lado, en el osciloscopio (OSC.) podremos monitorizar (figura 32) por un lado (parte inferior de la pantalla) la diferencia de la f_{rep} con respecto a los 100 MHz del sintetizador que usaremos de referencia y por otro lado (parte superior de la pantalla) el batido del interferómetro f - 2f, proveniente del Amplificador 1, para ver así la diferencia de la f_{CEO} con respecto a los 20 MHz, donde la fijaremos por conveniencia.

Por último en el segundo de los analizadores de espectro (ESA 2) se podrá visualizar el batido del láser entre dos dientes consecutivos del *FFC*, que nos permitirá resolver la tercera frecuencia incógnita de (5), la f_{batido}.

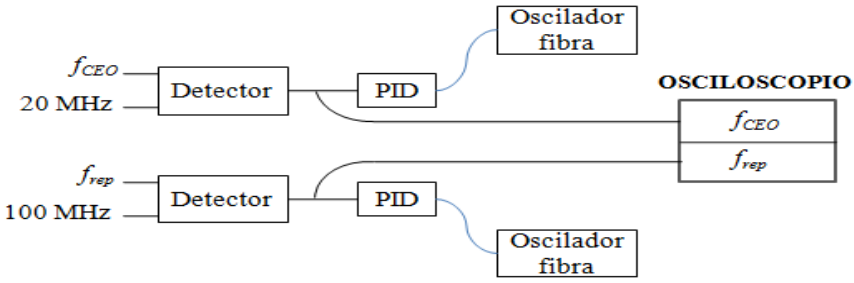

Figura 32: Monitorización de la f_{CEO} y la f_{rep} para la posterior estabilización del IO-FFC.

3.1.2.1. Láser *mode-locked* de fibra dopada con erbio en anillo

El IO-FFC, representado en la figura 33, se basa en un láser comercial [29] operado en *mode*-locking, con los elementos comerciales de [30], sobre un oscilador en anillo (de 20 cm de longitud) de fibra dopada con erbio (Er), el cual es capaz de generar pulsos de luz ultra cortos centrados en 1560 nm con una frecuencia de repetición de aproximadamente 100 MHz (Toptica FFS) y referenciado, como se adelantaba antes, mediante un reloj de Rb que se ancla por GPS. El medio activo del oscilador consiste en una fibra estándar monomodo dopada con Er y bombeada por un diodo láser a 980 nm. A la salida de este oscilador principal de fibra se coloca un acoplador de fibra óptica de 50/50 para dividir la señal en dos. Cada una de estas dos señales (trenes de pulsos) se envían a dos amplificadores de fibra dopada con Er (Erbium Fiber Doped Amplifier, EDFA) para conseguir potencias a la salida en torno a los 250 mW en cada uno de ellos; detectándose pequeñas estructuras de peines de frecuencias, conocidas como emisión de supercontinuo [31].

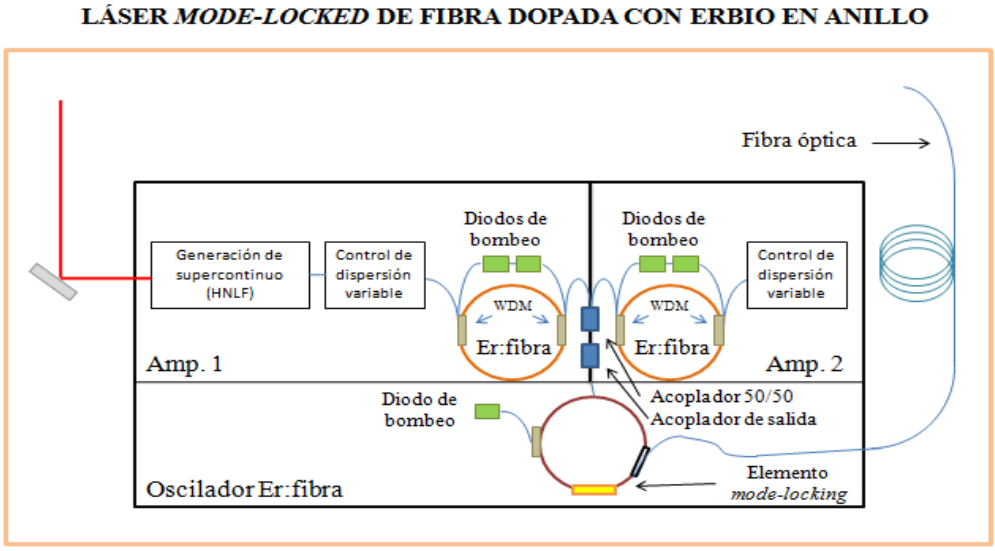

Figura 33: Oscilador principal y salidas amplificadas del láser *mode-locked* de Er:fibra en anillo.

3.1.2.2. Unidad de estabilización

La unidad de estabilización, alimentada por el primer amplificador (Amp. 1), nos permitirá controlar la f_{CEO} de la figura 33, es decir, ver cuánto dista nuestro primer pico del peine respecto del cero de referencia, para poder anclar en fase, y estabilizar el peine de frecuencias.

Como se muestra en la figura 33, la salida de ese primer amplificador se hace pasar por una *HNLF* con objeto de generar nuevas frecuencias y ensanchar el espectro original (generación de supercontinuo), hasta el punto de tener un espectro igual o superior a una octava [31]. De esta forma dispondremos de una frecuencia y de su frecuencia doble (obtenida en la *HNLF*) que se batirá en el interferómetro f - 2f [30] para finalmente darnos la f_{CEO}.

Este interferómetro está diseñado con un único brazo. Mediante un cristal no lineal de niobatio de litio (Periodically Poled Lithium Niobate, *PPLN*) las frecuencias del supercontinuo inferiores a 2100 nm, (~ 142.7 THz, definidas como $f_N = N{\cdot}f_{rep} + f_{CEO}$) se doblan y se comparan con las frecuencias del supercontinuo en la región de 1050 nm (285.4 THz, que corresponden a las frecuencias $f_{2N} = 2{\cdot}N{\cdot}f_{rep} + f_{CEO}$), en un detector de InGaAs (DXD 200 MenloSystems). La señal de salida del detector es la diferencia entre las dos frecuencias $2(N{\cdot}f_{rep} + f_{CEO}) - (2N{\cdot}f_{rep} + f_{CEO}) = f_{CEO}$ (figura 3). La señal así obtenida es amplificada y controlada con un módulo electrónico de control de *offset* (OFD 100 MenloSystems) y un módulo de anclado (PIC 201 MenloSystems) que controla en el oscilador la fase, modulando la potencia de salida del láser de bombeo. Con este sistema se logra que la f_{CEO} se mantenga en una frecuencia de 20 MHz con variaciones máximas de 1 Hz. La frecuencia de 20 MHz se ha seleccionado como más idónea por separarla de la frecuencia de referencia del reloj (10 MHz) y de la frecuencia de medida de los láseres que, como veremos, es de 30 MHz.

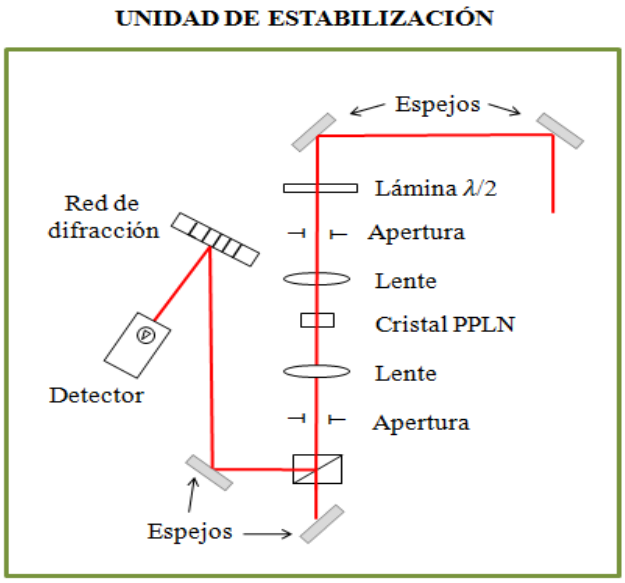

Figura 34: Unidad de estabilización del IO-FFC.

3.1.2.3. Unidad de batido

Para la medida de una frecuencia láser cualquiera con el IO-FFC es necesario disponer de una porción del peine de frecuencias generado por el oscilador de fibra en la región espectral de emisión del láser y un detector adecuado a esa misma región. Para la medida de un láser en la región de 1542 nm se toma la salida de fibra óptica del propio oscilador (normalmente empleada para el test del mismo) y se selecciona la porción necesaria de la emisión del supercontinuo del oscilador mediante un filtro sintonizable de fibra óptica (*FOTF*) (JSDU TB3P sintonizable entre 1460 nm y 1640 nm, con ancho espectral de 0.5 nm). Finalmente, un controlador de polarización de fibra óptica permitirá ajustar la polarización de la luz de las dos señales a batir (la emisión del láser de diodo *DFB* y la región de supercontinuo del peine de frecuencias) sobre un detector de 200 MHz de ancho de banda (FPD510 MenloSystems); consiguiéndose así, la frecuencia diferencia entre el láser y cualquiera de los picos del IO-FFC.

Todas las frecuencias que son necesarias para la definición de la frecuencia de emisión de un láser (f_{rep}, f_{CEO} y f_{batido}) son medidas con los contadores de frecuencia (FXM 50 MenloSystems) de resolución 0.001 Hz. De forma general, en el diseño del IO-FFC la f_{rep} se fija mediante un generador de frecuencias (DDS 120 MenloSystems) en valores entre 98 MHz y 102 MHz con resolución de 0.00001 Hz, la f_{CEO} en 20 MHz y la f_{batido} entre 26 MHz y 34 MHz (desplazando la f_{rep}, mediante el generador de frecuencias).

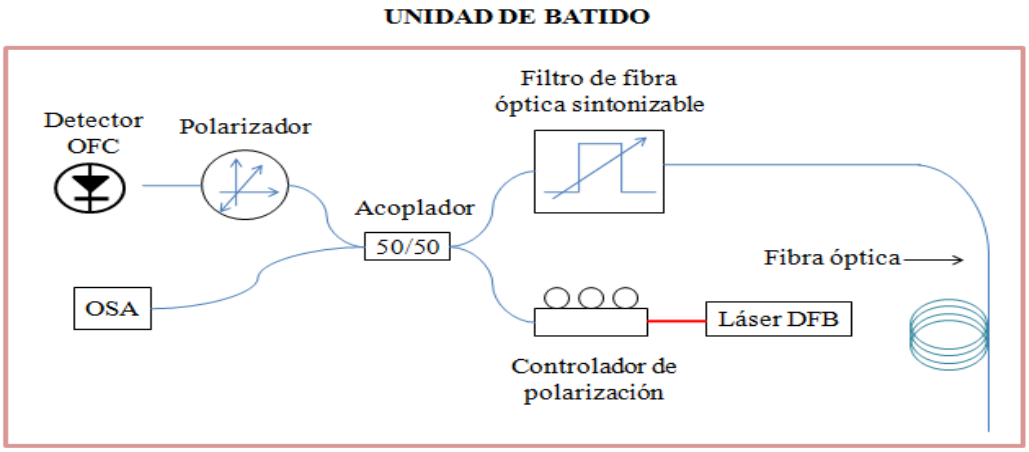

Figura 35: Unidad de batido del IO-FFC.

Todos los montajes relativos al IO-FFC representados en las figuras 30 y 31, y detallados en las figuras 32, 33, 34 y 35, ya se encontraban realizados y a pleno rendimiento. El autor del presente trabajo se ha limitado a su estudio, comprensión y manejo para la caracterización del reloj óptico, este sí, realizado por él.

3.2. Anclado y estabilización en el flaco de la absorción en $H^{12}C^{14}N$

3.2.1. Montaje experimental

Para el anclado y la estabilización del láser, se coloca a su salida un acoplador de fibra 90/10 para mandar el 10 % de la señal al medidor de longitud de onda (WA-1650 EXFO) y poder monitorizar la sintonización del láser *DBF* (con el *TEC* de la fuente de alimentación) a la longitud de onda de la línea de absorción P10 del cianuro de hidrógeno. El 90 % restante de la señal se vuelve a dividir en un acoplador 95/5, donde el 5 % se llevará a un controlador de polarización de fibra (ProtoDel IFOS), de manera que llegue al detector final (FPD510 MenloSystems) el mismo estado de polarización que tiene la salida del *FFC*. Así, cuando lleguen la frecuencia del láser *DFB*, y la emisión de supercontinuo del *FFC* al detector, este los reciba en el mismo estado de polarización, y la amplitud máxima de la señal batida en el detector sea máxima. El otro 95 % de la señal será el que se anclará en la línea P10 del cianuro de hidrógeno ($H^{12}C^{14}N$). Dicha absorción se detectará en el fotodetector (PDA 200C ThorLabs), de manera que cuando la potencia óptica detectada sea mínima, el láser estará centrado en la línea de absorción; siendo el controlador Proporcional Integrativo Derivativo (PID) (DigiLock 110 Toptica) que se coloca a continuación, el encargado de actuar sobre la corriente de la fuente de alimentación para mantenerlo anclado en la línea y por tanto estabilizado.

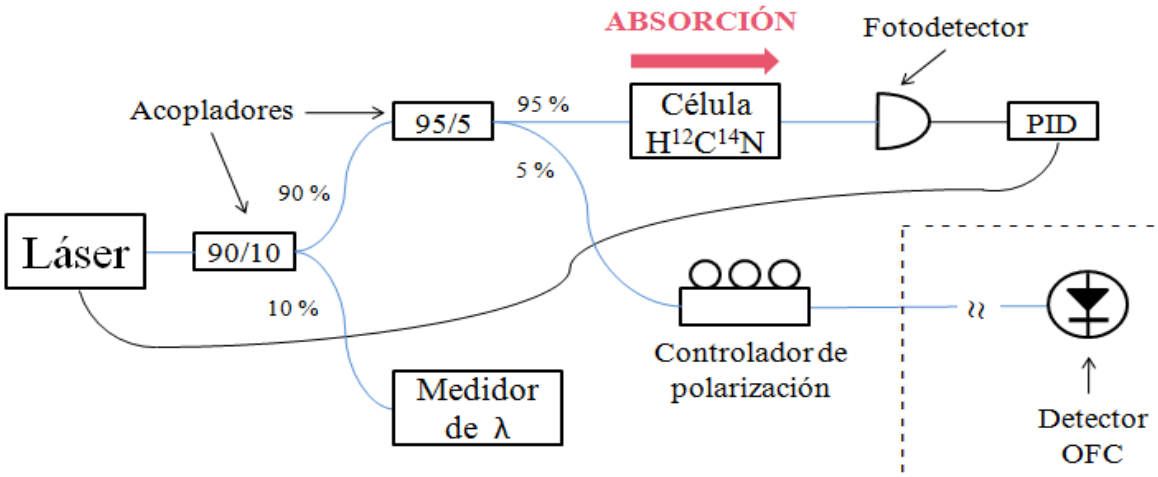

Figura 36: Anclado y estabilización del láser *DFB* por absorción en la línea P10 (1541.2711 nm) del $H^{12}C^{14}N$.

La línea discontinua separa la parte de la generación y estabilización de la señal (aquí representada) de la parte correspondiente a la caracterización de esta, con el IO-FFC.

3.2.2. Resultados de la caracterización del láser DFB en el IO-FFC

La figura 37 muestra la línea de absorción escogida para el anclado del láser *DFB* sintonizable por corriente y temperatura en 1542 nm ± 1 nm.

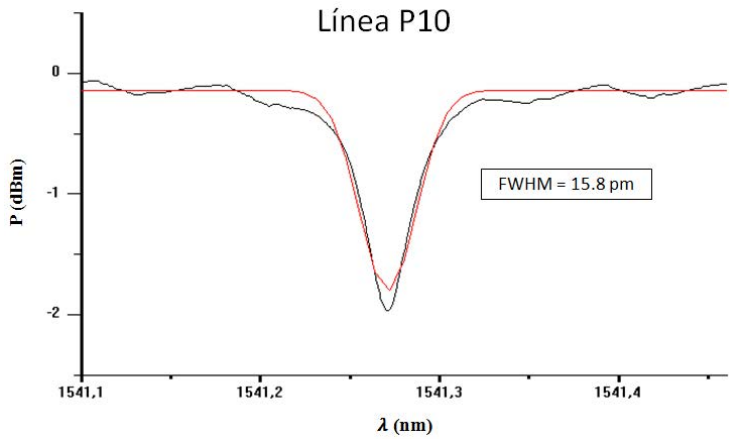

Figura 37: Línea P10 del $H^{12}C^{14}N$ medida durante la calibración con el medidor de longitud de onda (negro) con ajuste gaussiano (rojo).

Una vez lo hemos anclado aproximadamente a media altura de la pendiente del flanco de bajada con el software de control, estabilizamos el láser con el PID (DigiLock 110 Toptica) para que se mantenga en dicho punto. Como la frecuencia central de la línea de absorción es de 1541271.10 pm (194509880.38 MHz), y la incertidumbre asociada a la anchura de la propia línea (despejando σ de $FWHM = 2\sqrt{2ln2} \cdot \sigma$) es de 6.71 pm (846.81 MHz). El láser estará estabilizado en 1541267.75 pm (194510304.24 MHz).

La caracterización del láser *DFB* en el IO-FFC se realiza mediante batido heterodino del espectro de supercontinuo (figura 38) del peine, que tenemos a la salida en fibra del oscilador, con la emisión del láser *DFB*. En la figura 39 se muestra lo que se visualiza en la pantalla del ESA 2 (figura 31): el batido del láser bajo medición sobre un filtro de aproximadamente 10 MHz centrado 30 MHz. Este filtro se puede desplazar aumentando o disminuyendo ligeramente la frecuencia de repetición del oscilador de fibra.

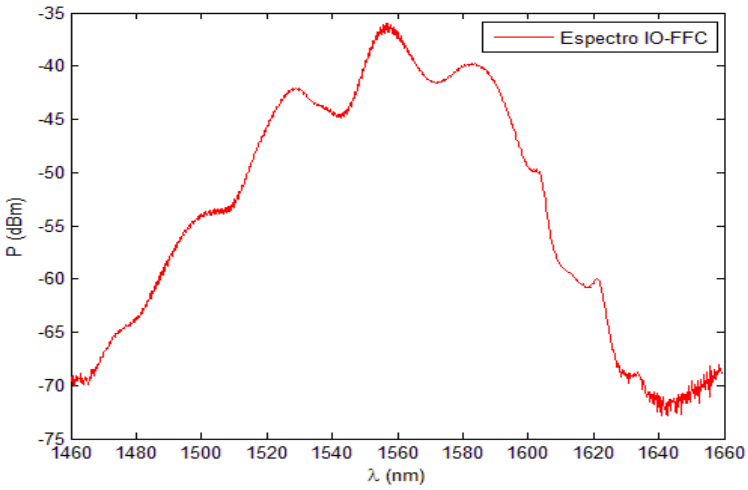

Figura 38: Espectro de la emisión de supercontinuo del IO-FFC visualizado en el *OSA*.

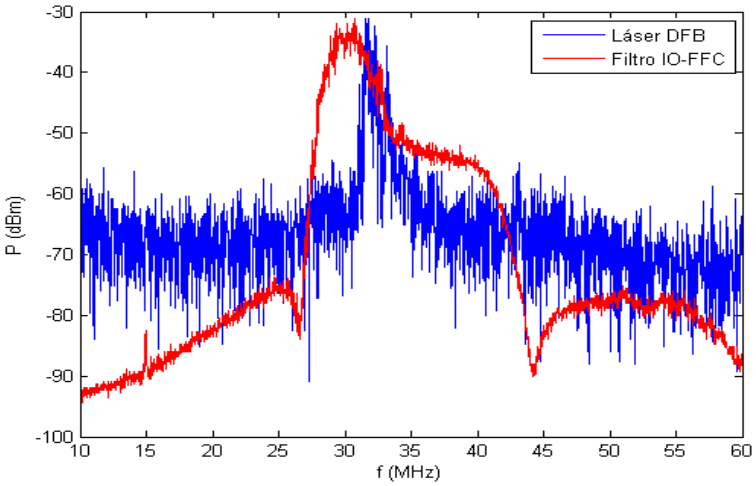

Figura 39: Batido del láser *DBF* sobre un filtro (~ 10 MHz) de la emisión de supercontinuo del IO-FFC.

A pesar de que el IO-FFC está estabilizado, la emisión del láser sobre el filtro (figura 39) oscila constantemente, esta oscilación de la f_{batido} se muestra en la figura 40 para un tiempo de integración de 63 segundos.

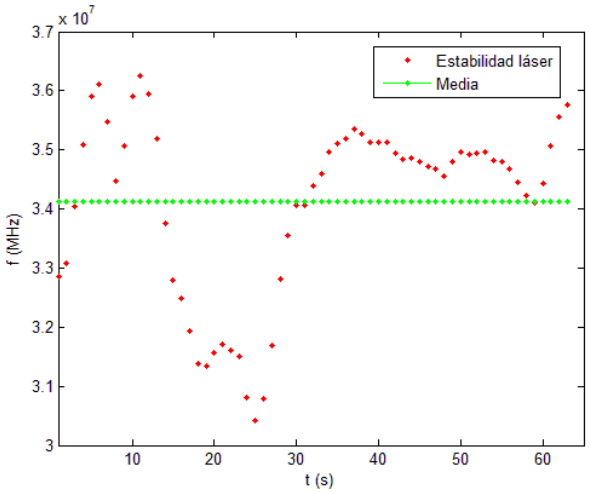

Figura 40: Estabilidad del láser *DFB* Eblana Photonics 1542 para un tiempo de 63 s.

Para la determinación de la frecuencia láser, recogemos, aparte de la f_{batido} para el tiempo de integración anterior de 63 s, la f_{rep}, la f_{CEO} y la f_{WM}, esta última para la determinación de la N. A continuación se calculan sus promedios y se determinan los signos de la ecuación (5), que se muestran en la tabla XII.

Tabla XII: Valores promediados de las frecuencias incógnitas de (5) y frecuencia del láser obtenida mediante el IO-FFC.

Frecuencias	Valores (Hz)	Incert. (Hz)	Signos
f_{WM}	194 510 300 000 000		
f_{batido}	34 125 097.87	381 620.99	(-)
f_{CEO}	19 999 999.97	$6.06 \cdot 10^{-1}$	(+)
f_{rep}	100 000 008	$2.18 \cdot 10^{-3}$	
N	1 945 102		
$f_{láser}$ *(IO-FFC)*	194 510 201 435 440	381 620.99	
$f_{láser}$ - f_{WM}	-98 564 559.78		

En vistas a los resultados de la tabla XII, y aplicando (5), se obtiene una frecuencia láser de 194 510 201.44 MHz, con una incertidumbre de ± 0.38 MHz, es decir, (194.51 ± $3.82 \cdot 10^{-7}$) THz. En comparación con la frecuencia medida con el *WM*, se ha conseguido mejorar la medición de este en 98.56 MHz ($5.07 \cdot 10^{-7}$).

3.3. Anclado y estabilización en el flanco de la absorción saturada en $H^{12}C^{14}N$

3.3.1. Montaje experimental

El reloj realizado en el punto anterior varía continuamente sobre el flanco de la absorción seleccionada, según la pendiente de la absorción y los parámetros seleccionados en la electrónica de control del láser (PID). Una manera de mejorar este sistema es conseguir la absorción saturada de la línea, de forma que en el valle de la misma se nos forma un pico de anchura mucho menor que la absorción simple. Para conseguir la absorción saturada de la línea se hará pasar dos veces el haz láser por la célula con el objeto de saturar todas las moléculas y se incrementará la potencia del láser con un amplificador óptico (figura 41) [32]. Para hacer esto, tras el acoplador 90/10, ese 90 % de la señal láser ahora se divide por igual en un acoplador 50/50. El propósito es poder tener una potencia cercana a los 0 dBm, que es la potencia óptima de entrada para el amplificador de fibra dopada con erbio (*Erbium Doped Fiber Amplifier*, *EDFA*) (EDFA-TV-23-FC/APC-2 Accelink Technologies), de ahí que se coloque antes de su entrada un atenuador para tener un control preciso sobre la potencia. A la salida del *EDFA*, cuya máxima potencia de salida es de 23 dBm, colocamos un circulador (CIR-3-C-P-09-1-LC/UPC Accelink) de tres puertos. Del puerto 1 al puerto 2, la señal pasará por la célula de absorción y, una vez atravesada, se verá reflejada por un espejo de fibra óptica que reflejará prácticamente el 100 % de la señal y la volverá a hacer pasar por la célula de $H^{12}C^{14}N$ hasta el puerto 2, desde el que pasará al puerto 3. A la salida de este último, la señal será llevada, igual que en la absorción simple, al fotodetector, previo paso por un atenuador (ya que ahora la señal tiene una mayor potencia y podría dañar al fotodetector) y de este al PID para mantener anclado y estabilizado el láser.

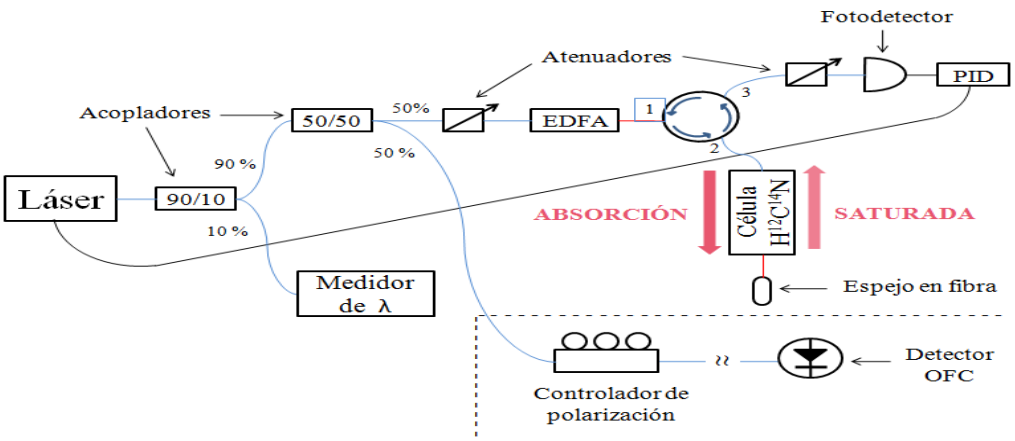

Figura 41: Anclado y estabilización del láser *DFB* por absorción saturada en la línea P10 (1541.2711 nm) del $H^{12}C^{14}N$.

La línea discontinua separa la parte de la generación y estabilización de la señal (aquí representada) de la parte correspondiente a la caracterización de esta, con e IO-FFC.

Desafortunadamente no se ha podido ver la saturación de la línea de absorción seleccionada, los motivos pueden ser los siguientes:

1. Exceso de presión en la célula. La célula usada es de una presión relativamente alta en comparación con experimentos similares consultados [31]. Tener más presión interna en la célula significa que más fotones deben interaccionar con las moléculas (para un mismo volumen, a mayor presión, mayor será el número de moléculas contenidas en este). Este exceso de presión no debe entenderse siempre como un factor negativo, ya que, cuando se trata de una absorción no saturada, se traduce en que son más intensas y profundas las líneas de absorción del gas molecular en cuestión. Si bien es cierto, que también ensanchará su anchura de línea de absorción por efecto Doppler. Todo dependerá del grado de precisión que se requiera.

2. Una solución al punto anterior es usar más potencia. Se ha usado el *EDFA* de mayor potencia de los que se usan en telecomunicaciones (23 dBm), si bien la potencia que atraviesa la célula de absorción es de 21 dBm por el uso de los otros elementos ópticos (acopladores y aisladores). Una solución es fusionar todos los elementos de fibra óptica pero a lo sumo se gana 0.8 dB.

3. Por último, y en relación al punto anterior, un mayor número de reflexiones internas en el interior de la célula podría haber facilitado la saturación para la potencia con que se trabajó. Este aspecto ya depende única y exclusivamente del diseño de célula, que en nuestro caso tenía cuatro reflexiones (figura 10).

4. Conclusiones

Como conclusiones del trabajo podemos destacar:

1. Se ha realizado una caracterización completa de una célula de absorción con una mezcla de tres gases: cianuro de hidrógeno $H^{12}C^{14}N$ (a presión de 5 Torr.), monóxido de carbono $^{12}C^{16}O$ y monóxido de carbono $^{13}C^{16}O$ (ambos a presión de 150 Torr.). Como resultado de esta caracterización se han determinado todas las líneas de absorción de la célula entre las longitudes de onda de 1520 nm a 1628 nm. La incertidumbre calculada para esta caracterización es de ± 0.59 pm.

Los resultados se han comparado con los valores de referencia encontrados en la bibliografía y se ha determinado que las diferencias, dentro de la incertidumbre del sistema, vienen determinadas por la presión del gas usado. Así, en el caso del $H^{12}C^{14}N$ las diferencias promedio son (0.60 ± 0.18) pm (rama R) y (0.49 pm ± 0.35) pm (rama P), sin corrección de presión. Sin embargo, después de corregir la presión las diferencias para el $^{12}C^{16}O$ son (0.06 ± 0.22) pm (rama R) y (0.04 ± 0.54) pm (rama P), y para el $^{13}C^{16}O$ son (-0.11 ± 0.26) pm (rama R) y (-0.23 ± 0.32) pm (rama P). Todas estas diferencias son compatibles con la incertidumbre del experimento de ± 0.59 pm.

Este resultado, permite extender las calibraciones de las células de absorción en el IO-CSIC, del rango actual comprendido entre 1513 nm y 1542 nm, a las longitudes de onda de 1513 nm a 1628 nm.

2. Como continuación de la calibración de la célula anterior, se ha elegido una línea de absorción del $H^{12}C^{14}N$ lo suficientemente intensa, la P10 (1541.2711 nm), para el anclado y la estabilización de un láser DFB en uno de sus flancos laterales, consiguiendo un reloj óptico. Este reloj, ha sido caracterizado frente a un peine de frecuencia (IO-FFC) para un tiempo de 63 s, obteniéndose una frecuencia de 194 510 201.44 MHz, con una incertidumbre de ± 0.38 MHz.

3. Finalmente, se ha intentado realizar un reloj sobre la misma línea de absorción (línea P10 del $H^{12}C^{14}N$), pero con saturación de la misma. Esta es la forma natural de mejorar el paso anterior y hacer un reloj más exacto y más estable. El intento de hacer la absorción saturada no se ha conseguido, fundamentalmente por no tener potencia suficiente para realizar la saturación en este tipo de célula de absorción.

Anexos

A. Caracterización de la inestabilidad de la señal reloj: la varianza de Allan

La señal de un reloj óptico proviene de un oscilador láser que es convenientemente estabilizado en frecuencia. Sea cual sea el método usado para su estabilización, esta nunca será perfecta, y el láser irá perdiendo estabilidad con el tiempo, lo que puede afectar a las medidas realizadas durante periodos relativamente largos. Por ello, es de vital importancia cuantificar esa "desestabilización" ya que a partir de ese momento habrán cambiado las condiciones iniciales de la emisión y con ella la señal de salida que alimenta al reloj.

Los relojes suelen ser caracterizados por su estabilidad y exactitud. La estabilidad da cuenta de la repetitividad de su frecuencia (precisión). La exactitud es una medida de cómo de bien (o de mal) el tiempo entre cada una de esas transiciones reloj se ajusta a la definición del segundo basada entre dos niveles de la estructura hiperfina del cesio 133. Por lo tanto, un reloj que es exacto es estable durante largos periodos de tiempo, pero un reloj estable no tiene por qué ser necesariamente exacto.

En principio, los relojes estabilizados en absorciones atómicas o moleculares son ideales, pero hay ciertas limitaciones tantos teóricas como prácticas que afectan a su estabilidad y exactitud. Los átomos o moléculas absorben o emiten no solo en su frecuencia de resonancia ν_o, sino en un pequeño rango en torno a esta. Manteniendo fijos el resto de los parámetros, la estabilidad de un reloj atómico es proporcional a ν_o e inversamente proporcional al pequeño rango $\Delta\nu$ (anchura de línea) de las frecuencias de absorción. En términos de la incertidumbre fraccional la inestabilidad se puede expresar según

$$\sigma \propto \frac{\Delta\nu}{\nu_0}\frac{1}{S/N} \tag{11}$$

donde una alta estabilidad es equivalente a un pequeño valor de σ. Puede verse claramente que un reloj atómico se beneficiará generalmente de las altas frecuencias y transiciones con anchuras de línea estrechas. Además, se ve cómo esa inestabilidad se reduce con un aumento de la relación señal-ruido (*S/N*) con la que se mide la señal de absorción.

Para la caracterización de la inestabilidad de un oscilador, es decir, de sus fluctuaciones en frecuencia, el parámetro estadístico usado es la varianza, ya que nos proporciona la dispersión de las medidas de frecuencia respecto de la media, la frecuencia central (de resonancia). Sin embargo, esta varianza clásica no es la más conveniente en el caso de osciladores dado que, debido a los diferentes tipos de ruidos predominantes para distintos tiempos de integración, su valor no siempre converge, dependiendo su valor del tamaño de la muestra *N* [33]. Ante esta problemática, David Allan decidió fijar el número de muestras a dos, para eliminar dicha dependencia, proponiendo reducir la incertidumbre derivada de la estimación a partir de esas dos muestras, mediante el promedio de todas las varianzas muestrales de las frecuencias adyacentes que puedan obtenerse del número de frecuencias totales (muestras) objeto de estudio.

Ante su éxito y aceptación internacional, este nuevo estudio estadístico conocido como AVAR, se convirtió en el año 1965, en la herramienta para el análisis y estudio de la estabilidad de un oscilador de precisión. Para un grupo de N mediciones de frecuencia, la varianza de Allan viene definida por

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} (y_{i+1} - y_i)^2 \tag{12}$$

donde y_i representa las mediciones consecutivas de la frecuencia media, promediadas para un periodo τ, que proporciona hoy en día cualquier instrumento de medida. En otras palabras, la AVAR es aplicable a una serie continua de valores de desviación normalizada de frecuencia, relacionada con la frecuencia a través de la siguiente ecuación:

$$y_i = \bar{y}(t_0, \tau) = \frac{\bar{f}(t_0,\tau) - f_0}{f_0} \tag{13}$$

siendo f_0 la frecuencia nominal, $\bar{f}(t_0, \tau)$ la frecuencia asociada al instante t_0, promediada durante un intervalo de tiempo τ.

Una caracterización completa de un oscilador de frecuencia debe incluir resultados de estabilidad a corto, medio y largo plazo. Corto plazo se refiere a aquellos intervalos de tiempo donde la AVAR decrece en la medida en que el tiempo de integración aumenta, medio plazo a los periodos en los que la AVAR permanece constante y largo plazo a lo que esta aumenta cuando aumenta el tiempo de integración (figura 42).

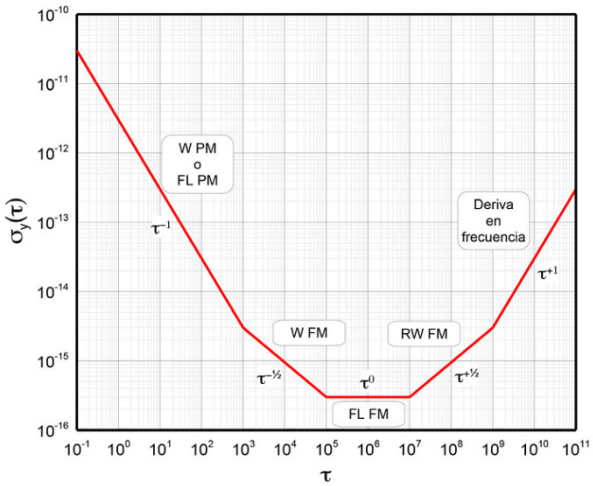

Figura 42: Diagrama Sigma - Tau. Pendientes en ley de potencia en el dominio del tiempo, producidas al usar la raíz cuadrada positiva de la AVAR [34].

Actualmente, la AVAR, no solo se emplea en la estimación de la inestabilidad en frecuencia de osciladores de cristal, de microondas u ópticos, en tiempos de integración de 1 segundo o superiores, sino que también es empleada en la caracterización de la estabilidad a largo plazo de giróscopos (dispositivos que miden o mantienen la orientación), así como en el mundo de las telecomunicaciones para identificar la naturaleza de inestabilidades difícilmente caracterizables con otras herramientas.

B. Cálculo de incertidumbres

La incertidumbre en metrología es un parámetro asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando [35].

A medida que uno se adentra en los diferentes niveles jerárquicos de la metrología, por lo general, se requiere un mayor detalle acerca de la manera en que se ha calculado la medida y su incertidumbre asociada, ya que no se requiere el mismo grado de precisión en una actividad comercial que se dedique a la calibración de equipos electrónicos a bajo nivel que en un laboratorio nacional involucrado en el desarrollo y mantenimiento de patrones primarios de tiempo y frecuencia, por ejemplo; debiendo estar disponible toda la información necesaria para poder evaluar el proceso.

La cantidad de información aportada en la justificación del resultado de una medida depende del propósito previsto, es decir, de la exactitud requerida, siendo preferible pecar por exceso, como es lógico. A la hora de expresar un resultado final, uno debe describir los métodos utilizados tanto para el cálculo de la medida como de su incertidumbre a partir de las observaciones experimentales y datos de entrada. En segundo lugar, hay que especificar todas y cada una de las incertidumbres presentes, documentando la forma en que han sido evaluadas, así como proporcionar todas las correcciones y constantes utilizadas en el análisis. De esta manera, se permitirá a terceros el seguimiento de cada una de las etapas; pudiéndose repetir de forma independiente en caso necesario.

Existen dos maneras diferentes de evaluar las fuentes de incertidumbre, como tipo A o tipo B. Esta clasificación no se refiere al tipo de naturaleza de sus componentes, ya que ambas se basan en distribuciones de probabilidad y son cuantificadas mediante varianzas o desviaciones típicas, sino que se trata de indicar las diferentes formas de evaluar las componentes de incertidumbre. Las incertidumbres de tipo A son evaluadas mediante análisis estadístico de series de observaciones, mientras que las de tipo B se evalúan por medios distintos. Por este motivo, las primeras se obtienen a partir de una función de densidad de probabilidad (C.2.5 de [36]) derivada de una distribución de frecuencia observada (C.2.18 de [36]), mientras que las segundas se obtienen a partir de una función de densidad de probabilidad supuesta o asumida, basada en el grado de confianza que se tenga en la ocurrencia del suceso, a veces conocida como probabilidad subjetiva.

Así, las incertidumbres típicas de tipo A se calculan con la varianza estimada u^2 o su raíz cuadrada positiva, la desviación típica estimada u, y representan la variabilidad de los valores observados q_j, o dicho de otra forma, su dispersión respecto de su media aritmética $\bar{q}$.

$$u^2(q_k) = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(q_j - \bar{q}\right)^2 \tag{14}$$

donde

$$\bar{q} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} q_k \,. \tag{15}$$

Cuando el resultado de una medición está compuesto por la aportación de diferentes magnitudes, la incertidumbre final recibe el nombre de incertidumbre típica combinada u_c, es decir, la raíz cuadrada positiva de la varianza combinada, compuesta a partir de las varianzas y covarianzas (en el caso de que esas estimaciones de entrada estuviesen correlacionadas) asociadas a las estimaciones de entrada. Esta u_c se obtiene de aplicar la ley de propagación de la incertidumbre, que para el caso de magnitudes de entrada independientes y no correlacionadas, viene dada por:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} u^2(x_i) \tag{16}$$

La u_c (o u) suele acompañarse de un factor de cobertura k con el objeto de dejar cierto resguardo o margen de error a la hora de expresar el resultado. Este factor k se elige en función del nivel de confianza requerido y, por lo general, toma valores entre 2 y 3, correspondientes a niveles de confianza de aproximadamente el 95 % y el 99 %, respectivamente (tabla XIII). Esta nueva expresión de la incertidumbre se denomina incertidumbre expandida U:

$$U = ku_c(y) \tag{17}$$

Por otra parte, cuando se trata de incertidumbres tipo B, es clave una correcta valoración de la información disponible, como pueden ser resultados de mediciones anteriores, especificaciones del fabricante, datos suministrados por certificados de calibración u otros tipos de certificados, etc. A pesar de que este conjunto de informaciones disponibles se fundamenta en la experiencia, no debe olvidarse que una incertidumbre tipo B puede ser tan fiable como una de tipo A, en particular cuando esta última proviene de una muestra que no es suficientemente representativa.

Tabla XIII: Valor del factor de cobertura *k* que proporciona un intervalo correspondiente a un nivel de confianza, suponiendo una distribución normal.

Nivel de confianza (en %)	Factor de cobertura *k*
68.27	1
90	1.645
95	1.96
95.45	2
99	2.576
99.73	3

En las especificaciones del fabricante o un certificado de calibración, la incertidumbre puede venir dada como un múltiplo específico de una desviación típica y habrá que tener la precaución de dividir dicho valor indicado por el factor multiplicador (por lo general se suele dar un $k = 2$), o por el contrario, puede venir definida en cierto intervalo correspondiente a un nivel de confianza (tabla XIII) (6.2.2 y anexo G de [36]).

Las incertidumbres de tipo B, al ser estas de tipo subjetivo a la hora de asignar una distribución de probabilidad, es aconsejable estar familiarizado con las más usadas por los fabricantes. Así, nos encontramos con que algunas incertidumbres se dan como los límites extremos entre los que están comprendidos todos los valores de la magnitud, siendo lo habitual suponer que todos esos valores son igualmente probables, tratándose por tanto de una distribución rectangular, cuya varianza es igual a $a^2/3$, siendo a la semi-amplitud. Por el contrario, si existieran razones para suponer que los valores situados dentro, pero cerca de los límites, son más probables que los situados en el centro del intervalo, deberíamos referirnos a una distribución pendular, con una varianza de $2a^2$. Una solución intermedia entre la distribución rectangular y la gaussiana o normal sería la de llegar a un compromiso entre ambos valores suponiendo, por ejemplo, que la función de distribución de probabilidad es triangular, siendo su varianza ahora de $a^2/6$.

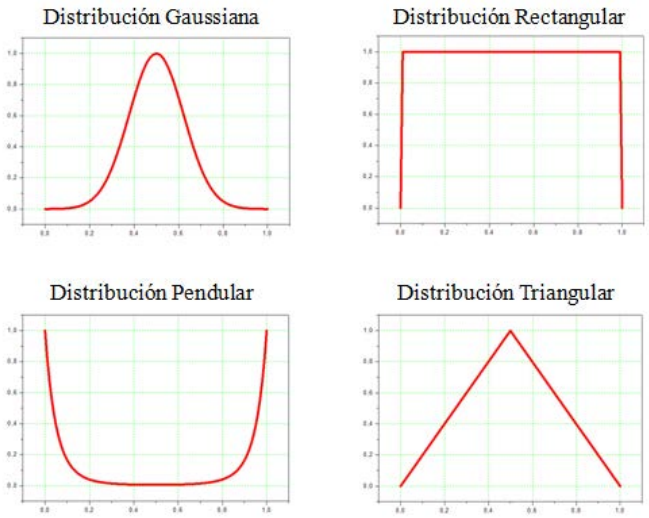

Figura 43: Distribuciones típicas de probabilidad usadas para el cálculo de incertidumbres.

5. Bibliografía

[1] M. Aguilar Gutiérrez, "Biomecánica: la física y la fisiología", 24, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, 2000.

[2] A. Javan, Annals of the New York Academy of Sciences 168, 715, 1970.

[3] H. Dehmelt, Rev. Mod. Phy. 62, 525-530, 1990.

[4] Fritz Riele, Frequency Standards: Basics and Applications, 365-368, Physikalisch - Technische Bundesanstalt, Braunschweig (Germany), 2004.

[5] P. Gill, Proc. 6th Symp. on Freq. Standards and Metrology, World Scientific, Singapore, 2002.

[6] V. P. Chebotayev, V. G. Goldort, V. M. Klementyev, M. V. Nikitin, B. A. Timchenko, and V. F. Zakharyash, Appl. Phys. B 29, 63-65, 1982.

[7] C. O. Weiss, G. Kramer, B. Lipphardt, and E. Garcia, IEEE J. Quantum Electron. 24, 1970-1972, 1988.

[8] H. Schnatz, B. Lipphardt, J. Helmcke, F. Riehle, and G. Zinner, Phys. Rev. Lett. 76, 18-21, 1996.

[9] J. E. Bernard, A. A. Madej, L. Marmet, B. G. Whitford, K. J. Siemsen, and S. Cundy, Phys. Rev. Lett. 82, 3228-3231, 1999.

[10] Fritz Riele, Frequency Standards: Basics and Applications, 167, Physikalisch - Technische Bundesanstalt, Braunschweig (Germany), 2004.

[11] S. L. Gilbert, W. C. Swann, T. Dennis, Proc. SPIE4269, 184, 2001.

[12] T. W. Hänsch, M. D. Levenson, A. L. Schawlow, "Complete Hyperfine Structure of a Molecular Iodine Line", Physical Review Letters, Vol. 26, 946, 1971.

[13] M. P. Bradley, J. V. Porto, S. Rainville, J. K. Thompson, and D. E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. 83, 4510-4513, 1999.

[14] A. Wicht, J. M. Hensley, E. Sarajlic, and S. Chu, Physica Scripta T102, 82-88, 2002.

[15] Kinoshita, Reports on Progress in Physics 59, 1459-1492, 1996.

[16] S. A. Diddams, D. J. Jones, J. Ye, S. T. Cundiff, J. L. Hall, J. K. Ranka, R. S. Windeler, R. Holzwarth, T. Udem, and T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. 84, 5102-5105, 2000.

[17] The Royal Swedish Academy of Sciences. The Nobel Prize in Physics 2005. Disponible en: http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2005/press.html.

[18] MenloSystems, "Parts of Optical Frequency Synthesizer", User Manual.

[19] Jun Ye and Steven T. Cundiff, "Femtosecond Optical Frequency Comb: Principle, Operation, and Applications", 113-115, Boulder, Colorado (USA), 2004.

[20] A. B. Fedotov, A. M. Zheltikov, L. A. Mel'nikov, A. P. Tarasevitch, and D. von der Linde, "Spectral broadening of femtosecond laser pulses in fibers with a photonic-crystal cladding", JETP Lett., 71, 281–284, 2000.

[21] Wavelength References, Multi Gas Fiber couples gas cells for Remote Optical Gas Sensors/Calibrators. Disponible en: http://www.wavelengthreferences.com

[22] H. Sasada and K. Yamada, "Calibration lines of HCN in the 1.5 μm region", Applied Optics, Vol. 29, No. 24, 3535-3547, 1990.

[23] Certificate of Analysis, Standard Reference Material 2514, "Wavelength Calibration Reference for 1560 nm to 1595 nm (Carbon Monoxide $^{12}C^{16}O$), NIST, 2002.

[24] Certificate of Analysis, Standard Reference Material 2515, "Wavelength Calibration Reference for 1595 nm to 1630 nm (Carbon Monoxide $^{13}C^{16}O$), NIST, 2007.

[25] J. Galindo-Santos, M. Alcón-Camas, A. Carrasco-Sanz, S. Martín-López y P. Corredera, "Desarrollo de patrones de frecuencia en el IR basados en láseres de diodo", Sedoptica, 2012.

[26] W. C. Swann and S. L. Gilbert, "Line centers, pressure shift, and pressure broadening of 1530-1560 nm hydrogen cyanide wavelength calibration lines", J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 22, No. 8, 1749-1756, 2002.

[27] W. C. Swann and S. L. Gilbert, "Pressure-induced shift and broadening of 1560-1630 nm carbon monoxide wavelength calibration lines", J. Opt. Soc. Am. B, Vol 19, No. 10, 2461-2467, 2002.

[28] Eblana Photonics, "1542 nm Discrete Mode Laser Diode", Device Characterisation Summary.

[29] F. Adler, K. Moutzouris, A. Leitenstorfer, H. Schnatz, B. Lipphardt , G. Grosche, and F. Tauser, "Phase-locked two branch erbium-doped fiber laser system for long-term precision measurements of optical frequencies", Optics Express 12, 5880, 2004.

[30] IO-FFC está compuesto por un oscilador más amplificadores de Toptica Photonics AG, basado en [29], con el interferómetro f - 2f y la electrónica asociada diseñada y construida por MenloSystems GmbH.

[31] P. Corredera, J. Galindo, S. Martín-López, M. Alcon-Camas and A. Carrasco-Sanz, "Desarrollo de patrones de frecuencia ópticos para comunicaciones ópticas", Revista Española de Metrología, 2012.

[32] P. Balling, "Absolute frequency measurement of wavelength standard at 1542 nm: acetylene stabilized DBF laser", Opt. Exp. 9196, Vol. 13, No. 23, 2005.

[33] F. J. Galindo, "Desarrollo de un algoritmo para la realización de una escala nacional de tiempo atómico", 30, Boletín ROA No. 3/2004. Pub. Ministerio de Defensa.

[34] F. J. Galindo Mendoza, "¿Sabías que… la varianza de Allan es el estadístico adoptado para la caracterización de la inestabilidad de relojes de precisión?", Revista Española de Metrología, 2014.

[35] Vocabulario Internacional de Metrología, "Conceptos fundamentales y generales, y términos asociados", 3ª edición, Centro Español de Metrología, 2012.

[36] Evaluación de datos de medición, "Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida", Primera edición, Centro Español de Metrología, 2008.

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

MÁSTER EN METEOROLOGÍA Y GEOFÍSICA

LOCALIZACIÓN HIPOCENTRAL DE TERREMOTOS A PARTIR DE DATOS DE ESTACIONES SÍSMICAS EN TIERRA Y OBS

Autor: Roberto Cabieces Díaz

Tutores: Dra. Elisa BufornPeiró

Dr. Maurizio Mattesini

Julio 2016

Índice

1. Introducción....71
2. Metodología....73
   2.1. Método no lineal....74
   2.2. Tiempos de llegada....76
   2.3. Perfil de velocidades....76
   2.4. Tiempo de recorrido....77
   2.5. Solución probabilística completa de localización....78
   2.6 Algoritmo de búsqueda de la PDF....79
   2.7. Sismómetros de Fondo marino (OBS)....82
3. Análisis y procesado de las observaciones....85
   3.1. Datos....85
4. Resultados....88
   4.1. Terremoto 11 de Marzo de 2014....88
   4.2. Terremoto 19 Agosto 2014....91
   4.3. Terremoto 04 Septiembre 2014....92
5. Conclusiones....94
6. Referencias....95

Índice de Figuras

Figura 1: Esquema básico de la propagación de ondas sísmicas en el interior de la Tierra desde el foco sísmico a la estación (Tarbuck et al., 2005). 75

Figura 2: Modelo 2-D de velocidades del sur oeste de la Península Ibérica para las ondas "P" (Sallarés et al., 2011) 77

Figura 3: Gráfico de muestra del método de localización "Grid-Search" 80

Figura 4: Esquema del método "Metropolis Gibbs" 80

Figura 6: De izquierda a derecha, se muestra un perfil 2-D de las sucesivas muestras que ha tomado el algoritmo y como se ha conformado la PDF a través de los máximos de cada celda hija (puntos rojos). 81

Figura 5: Se representa en tres dimensiones, como el algoritmo *Oct-Tree* toma la celda con mayor probabilidad y la subdivide en ocho celdas hijas que posteriormente se evaluaran para conformar la PDF. 81

Figura 7: Diagrama de bloques de la Función de Transferencia. 82

Figura 8: Diagrama de bloques del sensor y el digitizador 83

Figura 9: Diagrama de Bode de la respuesta del sensor OBS3 componente Z 84

Figura 10: Gráfico de la Respuesta de la componente vertical del sismómetro del OBS01, en forma de espectro de amplitud y fase. Eje de abscisas frecuencia, eje de ordenadas (gráfica superior) cuentas/ms^{-1}, (gráfica inferior) ángulo de fase. 84

Figura 11: Estaciones empleadas para la relocalización. Triángulos negros la red de estaciones del IGN, los triángulos azul la red portuguesa IPMA y en rojo la red WM. Los OBS's que se muestran en círculos verdes, la red temporal de estaciones en círculos amarillos. Los epicentros están dibujados con estrellas negras y con un tamaño en proporción a su magnitud. 86

Figura 12: Mapa del Estrecho de Gibraltar. Círculos Verdes OBS, Triángulos naranjas red temporal de estaciones, triángulos negros estaciones IGN. 86

Figura 13: Distribución de velocidad de las ondas S en azul y P en rojo 87

Figura 14: PDF en diferentes perspectivas. A, PDF en 3D junto al elipsoide de confianza. B, Proyección horizontal de la elipse de confianza. C, vista de perfil (Latitud-Profundidad) de las muestras de la PDF. C, vista de perfil (Longitud-Profundidad) de las muestras de la PDF. 90

Índice de Tablas

Tabla I: Características de la Función de Transferencia OBS3. 83

Tabla II: Parámetros focales de los terremotos analizados. Magnitud mb (Veith y Clawson, 1972), mbLg (Richter, 1935; López, 2008)..... 85

Tabla III: Parámetros de Localización terremoto 11 de Marzo 2014. 89

Tabla IV. Parámetros estadísticos terremoto 11 de Marzo 2014. 89

Tabla V: Parámetros de Localización terremoto 19 de Agosto 2014. 91

Tabla VI: Parámetros de Estadísticos terremoto 19 de Agosto 2014. 91

Tabla VII: Parámetros de Localización terremoto 04 de Agosto 2014. 92

Tabla VIII: Parámetros de Localización terremoto 04 de Agosto 2014. 93

Agradecimientos

Deseo agradecer a mi directora Dra. Elisa Buforn y co-director Maurizio Mattesini de mi trabajo de fin de máster su ayuda, su orientación y su apoyo a lo largo de este año para poder superar todas las dificultades que entrañan la elaboración de este trabajo.

De igual modo tengo un gran agradecimiento para el personal de la sección de sismología del Instituto Geográfico Nacional, Juan Vicente Cantavella y Jaime Barco, que me han ayudado y siempre han sido pacientes conmigo en resolver cuantas dificultades les he planteado de este trabajo.

Por último, me gustaría hacer especial mención al Real Observatorio de la Armada y al Capitán de Fragata Antonio Pazos por brindarme la oportunidad de adentrarme en el mundo de la ciencia y motivarme a realizar mi trabajo de una forma excelente. No obstante tengo que destacar que este trabajo no podría haberse llevado a cabo sin la ayuda de los datos del proyecto ALERTES (CGL2010-19803-C03-01) y ALERTES-RIM (CGL2013- 45724-C3-1- R).

1. Introducción

Uno de los fenómenos naturales que más daños humanos y materiales puede causar son los terremotos. De ahí, el afán por el estudio detallado de su ocurrencia y sus características, una de ellas su localización espacio-temporal. De su estudio se puede desprender las fuentes sísmicas y las causas que generan los terremotos.

Durante la historia se ha intentado solucionar el problema de la localización con diversos métodos. Desde la localización con métodos gráficos hasta los más modernos métodos numéricos de localización que han llegado gracias al desarrollo de la computación.

Hoy en día, la mayoría de los métodos numéricos que se utilizan se basan en la minimización de los residuos entre los tiempos teóricos y los observados de llegadas de las diversas fases del sismograma: las ondas P, S, Lg, etc. Esta minimización realizada para diferentes modelos de Tierra permite obtener las coordenadas del epicentro, la profundidad y la hora origen del terremoto. Este es el fundamento de los métodos más utilizados, como el Hypo71 (Lee y Lahr, 1972), HYPOINVERSE (Klein, 1978), etc.

Desde el punto de vista matemático, la localización se puede abordar con un método numérico lineal. Estos métodos linealizan las ecuaciones relacionadas con el cálculo de los tiempos teóricos de llegada, a través de series de Taylor que implican cálculos de derivadas parciales. Por otra parte, se puede abordar el problema con un método no lineal, basado en el análisis probabilístico del espacio de búsqueda de las soluciones del terremoto. Actualmente los métodos no lineales son los que tienen mayor notoriedad ya que, se pueden aplicar con modelos de tierra en 3-D, son muy estables (convergen rápidamente a una solución) y producen una solución probabilística completa.

El objetivo de este Trabajo de Fin de Máster (TFM) es la relocalización de tres terremotos (11 Marzo de 2014 mb=5.3, 19 Agosto de 2014 mbLg=4.5 y el 03 Septiembre 2014 mbLg 3.6). Con un algoritmo no lineal, NonLinLoc (NLL) (Lomax, 2005), con la ayuda de las observaciones registradas en tres sismómetros de fondo marino OBS (Ocean Bottom Seismometer) desplegados en el Estrecho de Gibraltar y de las estaciones de la red Western Mediterranean (WM).

La utilización pionera de OBS para la relocalización de terremotos ha aportado valiosas ventajas para solucionar los problemas de la deficiencia de la cobertura azimutal y la densificación de la red sísmica en tierra, aumentando así el número de datos y minimizando los errores de la relocalización. Como los registros de los OBS se han utilizado por primera vez en este TFM, una parte muy importante y novedosa ha sido la obtención de los ficheros DATALESS (contiene la función de transferencia del OBS) de cada OBS, que nos permitirá obtener la relación de amplificación digital del movimiento del suelo.

El TFM está estructurado en tres capítulos fundamentales además de la introducción y conclusiones. En el segundo capítulo se presenta la metodología utilizada en el método de localización no lineal y los conceptos fundamentales de la función de respuesta de un OBS. El tercer capítulo se dedica a exponer el análisis y procesado de datos. Los resultados obtenidos

se muestran en el cuarto capítulo, en el que también se incluye una discusión de los mismos. Por último, en el quinto capítulo se muestran las principales conclusiones de este TFM y el sexto capítulo corresponde a las referencias.

2. Metodología

La determinación del hipocentro del terremoto consiste en calcular sus coordenadas espaciales $(x_{o,}y_{o,}z_o)$ y su hora origen (t_o). Así, las fuentes que producen los terremotos deben ser deducidas indirectamente a partir de observaciones (sismogramas) y una distribución de velocidades de las ondas sísmicas en la Tierra. Sabemos que el instante de tiempo en el que llega una cierta onda sísmica a una estación receptora, se puede escribir funcionalmente como:

$$t_i = T(x_i, y_{i,}z_i; x_o, y_o, z_o, t_o) \qquad i = 1,2,3 \ldots \ldots .. M \ (M \geq 4) \qquad (1)$$

Siendo $(x_i, y_{i,}z_i)$ las coordenadas de las estaciones receptoras, que son parámetros conocidos.

"El problema inverso de localización" es la forma más común de localizar un terremoto. Se realiza a través de la minimización del error entre los tiempos de llegada observados en las estaciones sísmicas, de las diferentes ondas que emanan de la fuente del terremoto y los tiempos teóricos de llegada, suponiendo un determinado modelo de velocidad de la Tierra.

Básicamente se realiza un cálculo computacional de las posibles localizaciones del terremoto en base a la minimización de los errores entre los tiempos de llegada registrados y los teóricos. Aquellas localizaciones que tengan el error más pequeño serán las candidatas finales a ser la localización buscada. Podemos abordar el problema de la búsqueda de la localización de un terremoto desde dos puntos de vista matemáticos diferentes.

Por una parte el llamado método lineal (Bravo, 1997; Udias, 1999). En esencia con este método se linealizan las ecuaciones implicadas en el cálculo de la localización del terremoto mediante desarrollos en serie de Taylor, y se calculan unos incrementos a las coordenadas hipocentrales y tiempo origen que minimicen los residuos de todas las observaciones. Se necesita un hipocentro de prueba inicial que suele tener las coordenadas de la estación más cercana al terremoto incrementada una pequeña cantidad. El método más utilizado para minimizar los residuos es el de los mínimos cuadrados, en el que el tiempo de llegada de una fase en la estación i, se puede escribir como;

$$t_i = T(0) + \frac{\partial T}{\partial x_o}\delta x_o + \frac{\partial T}{\partial y_o}\delta y_o + \frac{\partial T}{\partial z_o}\delta z_o + \frac{\partial T}{\partial t_o}\delta t_o + O(\delta t_o^2, \delta x_o^2 \delta y_o^2, \delta z_o^2), \qquad (2)$$

Donde:

T(0),es el tiempo de llegada de una fase sísmica a la estacióni para unas coordenadas hipocentrales iniciales $(\mathbf{x'_o}, \mathbf{y'_o}, \mathbf{z'_o})$.

$\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}$ **y** $\frac{\partial T}{\partial z}$, son las respectivas derivadas parciales del tiempo de llegada respecto de cada una de las coordenadas hipocentrales que se quiere calcular y están evaluadas en el hipocentro aproximado.

$\boldsymbol{\delta x_o, \delta y_o, \delta z_o, \delta t_o}$ representan los incrementos que hay que añadir al hipocentro inicial para obtener un hipocentro más aproximado y $O(\delta t_o^2, \delta x_o^2 \delta y_o^2, \delta z_o^2)$ son términos de segundo orden y mayor del desarrollo de Taylor para $\delta x_o, \delta y_o, \delta z_o$ y δt_o. Siempre y cuando no hayan gradientes fuertes de velocidad, los términos de segundo orden pueden ser despreciados en la ecuación (2), ya que tienen por coeficientes las segundas derivadas, las cuales decrecen con el inverso de la distancia hipocentral.

La ecuación (2) la podemos plantear para cada una de las N estaciones que dispongamos. Además tendremos en cuenta que en una estación podemos tener más de una lectura u observación, teniendo de este modo M ecuaciones correspondientes a cada lectura.

$$t_i = t_i - T_i(0); \qquad i = 1, \dots \dots \dots .. M \tag{3}$$

$$r_i = A_{ij} \delta x_j; \quad i = 1, \dots, N; \quad j = 1, \dots, 4 \tag{4}$$

Donde A_{ij} es la matriz de las derivadas parciales para cada estación y δx_j son los incrementos de los cuatro parámetros focales desconocidos.

Para la solución de este sistema de ecuaciones se suele utilizar un método de mínimos cuadrados que minimiza la suma de los cuadrados de los residuos, ya que en este problema nos enfrentamos a un sistema sobredeterminado. Se puede hallar una solución sencilla multiplicando la ecuación (4) de izquierda a derecha por la transpuesta de A_{ij} y haciendo la inversa de la matriz $A^T A$, que ahora si es una matriz cuadrada.

$$\delta x = (A^T A)^{-1} A^T r \tag{5}$$

Podemos abordar el problema de la localización hipocentral de un terremoto desde un punto de vista matemático diferente, mediante un método no lineal, que es en el que se va a centrar este trabajo.

2.1. Método no lineal

El método no lineal se puede aplicar mediante los métodos gráficos más antiguos (Milne, 1886), estocásticos y otros métodos más modernos que utilizan procesamiento por ordenador (Sambridge y Kennett, 1986; Johnson et al., 1994; Rabinowitz, 2000; Husen et al., 2003; Husen y Smith, 2004; Presti et al., 2004; Lomax, 2005; 2008; Horiuchi et al., 2005).

Las bases del problema no lineal de la localización de un terremoto residen en el siguiente planteamiento. Consideremos la Tierra como un medio homogéneo con velocidad de las ondas v y lentitud s, definida como la inversa de la velocidad. Los tiempos de observación de llegada de las ondas sísmicas ,t_{obs}, en las diferentes estaciones de coordenadas$x_i^{obs} y_i^{obs} z_i^{obs}$, y la localización de la fuente del terremoto $x_o y_o z_o$, en un tiempo origen t_o, se puede escribir como;

$$t_{obs} = t_o + s[(x_i^{obs} - x_o)^2 + (y_i^{obs} - y_o)^2 + (z_i^{obs} - z_o)^2]^{\frac{1}{2}} \tag{6}$$

De esta expresión se deduce, como un cambio espacial en la localización del hipocentro, introduce un cambio no lineal en t_{obs} . En realidad s no es homogéneo (figura 1) ya que los

materiales de la Tierra varían sus propiedades elásticas con la profundidad y de una región a otra. Además en el interior de la Tierra existen discontinuidades de velocidad de las ondas sísmicas, como entre la corteza y el manto o el manto y el núcleo, donde se producen fenómenos notables de reflexión y refracción (Stein y Wysession, 2003).

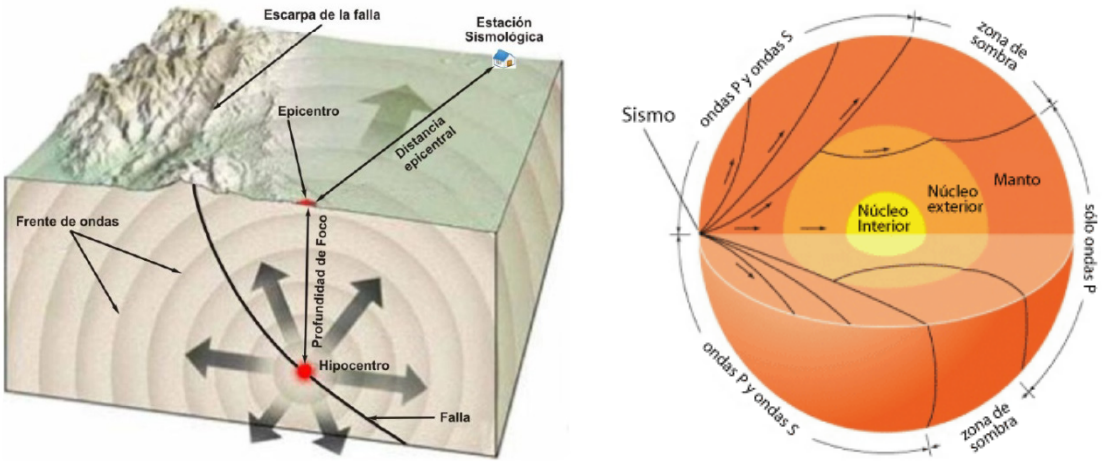

Figura 1: Esquema básico de la propagación de ondas sísmicas en el interior de la Tierra desde el foco sísmico a la estación (Tarbuck et al., 2005).

De este modo, el transcurso del recorrido del rayo y la ecuación (6) se debe expresar como,

$$t_{obs} = t_o + \int_{r_o(l)} s\,(r_o)dl \qquad (7)$$

Donde $r_o(l)$, denota un punto a una distancia l sobre el camino del rayo r_o entre la fuente y la estación receptora. Por tanto, la ecuación (2) es no lineal debido a que un cambio en la localización del foco del terremoto cambia el camino del rayo sobre la cual la integral es calculada.

La ventaja del método no lineal respecto a los métodos lineales reside en la fácil implementación de un modelo de corteza que puede incluir abruptas y complicadas variaciones tridimensionales (Moser et al., 1992a). Por lo general no se producen problemas numéricos de convergencia cuando las observaciones son insuficientes, algo que si ocurre con los métodos lineales (Buland, 1976; Billing et al., 1994) y podemos obtener soluciones probabilísticas completas que nos indicarán toda la incertidumbre en la localización. Por el contrario, la principal desventaja de un método no lineal frente al método lineal es que computacionalmente requiere mucho más tiempo de cálculo.

En este trabajo nos hemos decantado por usar el método no lineal mediante un software específico, NonLinLoc (NLL) (Lomax, 2005; Satriano et al., 2007,http://alomax.free.fr/nlloc/) para relocalizar terremotos.

Para llevar a cabo la localización mediante este software necesitaremos: Las observaciones (Tiempos de llegada de las ondas sísmicas en las diferentes estaciones). También será necesario un modelo de velocidad o de lentitud y la posición de las estaciones sísmicas utilizadas para el cálculo de los tiempos de recorrido de las ondas sísmicas.

Con estos datos hallaremos una función de densidad de probabilidad sobre todas los posibles hipocentros, la cual conformará una solución probabilística completa de la localización

2.2. Tiempos de llegada

Uno de los principales datos de entrada que se necesitan para la localización de terremotos son los tiempos de llegada a las estaciones de las ondas sísmicas y sus incertidumbres estimadas.

Debido a que es más difícil identificar el tiempo de llegada del comienzo de la fase, la determinación de la incertidumbre de cada fase se puede describir por una función de densidad de probabilidad asimétrica en el tiempo, por tanto multimodal. Esta función es muy difícil de calcular y parametrizar. Es por ello que, pese a que pueda incrementar los errores en la localización hipocentral, se suele escoger una distribución normal simple para describir la incertidumbre de los tiempos de llegada.

Para la relocalización realizada en este trabajo, hemos tomado los tiempos de llegada de las ondas P y S en estaciones a una distancia menor de 700 km del hipocentro original, para la búsqueda de sismos en modo regional. Para la búsqueda en modo global, se han utilizado todas las estaciones disponibles en una distancia menor de 1300 km.

Hay que tener en cuenta que el algoritmo NLL solo reconoce tiempos de llegada de primeras llegadas de las ondas sísmicas en cada estación. Por ejemplo en la Península Ibérica para estaciones situadas a distancias menores de 150 km del epicentro, llegara primero la fase Pg y después la Pn, en este caso el algoritmo tan solo tomara para el cálculo la fase Pg.

Estos tiempos de llegada se han estimado a través de los sismogramas que han registrado las estaciones. Para el análisis de las formas de ondas se ha utilizado el programa Seismic Analysis Code (SAC) de la Universidad de California (Tapley y Tull, 1992) y en mantenimiento actualmente por el "Incorporated Research Institutions for Seismology" (IRIS) (http://www.iris.edu/hq/).

2.3. Perfil de velocidades

De acuerdo con la ecuación (2) es necesario tener un modelo de Tierra para el cálculo de los tiempos teóricos de recorrido. El perfil de velocidades especifica la distribución de velocidades de las ondas sísmicas en el interior de la Tierra. Normalmente, se utiliza la variación de la velocidad de las ondas con la profundidad (Modelo 2-D) (figura 2). Estos modelos consisten en varias capas en la cuales se suelen definir la velocidad de las ondas, densidad de capa o incluso el ratio Vp/Vs, si se tiene conocimiento de los parámetros de Lamé (λ, μ).

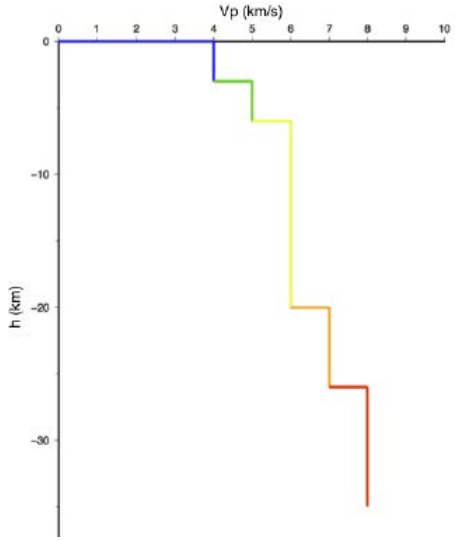

Figura 2: Modelo 2-D de velocidades del sur oeste de la Península Ibérica para las ondas "P" (Sallarés et al., 2011)

El perfil de velocidades debe estar en concordancia con el tipo de búsqueda hipocentral que queramos realizar. Regional (distancias menores de 500km) donde las capas del espacio definido serán planas o a nivel global donde se tendrá en cuenta la curvatura de la Tierra y las capas tendrán simetría esférica.

Si queremos mayor precisión en hallar el recorrido de los rayos y tiempos de llegada, podemos utilizar modelos 3-D de velocidad utilizando información de la estructura de la región cercana al hipocentro del terremoto. En este TFM no se va a utilizar este tipo de modelo, ya que actualmente no existe ningún modelo 3-D para la Península Ibérica.

2.4. Tiempo de recorrido

Uno de los valores que es necesario calcular por el algoritmo NLL es el tiempo de recorrido teórico de las diferentes fases sísmicas. Este es el tiempo que tarda la onda sísmica en recorrer la trayectoria entre el foco y una de las estaciones receptoras. Previamente a este cálculo se debe definirla región del espacio donde se realizaran los cálculos de los tiempos de recorrido. Esta región del espacio se dividirá en celdas definidas por nodos equidistantes una cantidad acorde con la resolución que se desea para conformar la malla del espacio de cálculo. También se tiene que seleccionar un perfil de velocidades que se ajuste a esta región del espacio.

Una vez seleccionada una malla y un perfil de velocidades, el algoritmo calcula los tiempos teóricos que tardarían las ondas en llegar a cada estación desde cada nodo de la malla que hayamos implementado, utilizando el método de las diferencias finitas de Eikonal (Podvin y Lecomte, 1991).Este cálculo se realiza para poder hallar una solución probabilística completa de la localización. El algoritmo NLL es especialmente potente para el caso en el que queramos encontrar la localización del terremoto mediante el método no lineal, ya que

exige un cálculo de todas las posibles posiciones de la fuente dispersadas por todo el espacio de búsqueda. Con este propósito, los tiempos de llegada en cada estación desde los nodos de la malla se pre-calculan y almacenan en un fichero especial (Moser et al., 1992b; Lomax et al., 2001).

2.5. Solución probabilística completa de localización

La solución probabilística al problema inverso de localización de un terremoto se realiza por medio de la llamada función de verosimilitud (8) "likelihood function" (Tarantola, 2005).Esta función nos dará una medida del ajuste entre los valores teóricos de los parámetros de localización del foco, m (x_o, y_o, z_o, t_o), con respecto a los datos observados d_{obs} (tiempos de llegada), sin normalizar.

Se considera que la función de densidad de los datos observados p(d), sea una distribución Gaussiana. Se asume también que d y m son independientes. Con estas simplificaciones se determina que el tiempo origen más probable, t_o, se puede determinar analíticamente mediante la media ponderada de los tiempos observados y los tiempos de recorrido calculados (Tarantola y Valette, 1982). De este modo la función de verosimilitud se expresa como:

$$L(x) = e^{\left\{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=M}\frac{\left[T_i^o - T_i^c(x)\right]^2}{\sigma_i^2}\right\}} \tag{8}$$

donde x denota las coordenadas (x_o, y_o, z_o) de m, ies el subíndice guardado para cada una de fases utilizadas para él cálculo. T_i^o son los tiempos de recorrido observados, T_i^c son los tiempos de recorrido calculados,$\boldsymbol{\sigma_i}$ son las desviaciones estándar en la incertidumbre de $\boldsymbol{T_i^o}$ y $\boldsymbol{T_i^c}$.

La ecuación (8) es suficiente para hallar la probabilidad relativa de cualquier localización del foco del terremoto. Normalmente en los métodos no lineales, por medio del producto de la función de densidad de probabilidad de la localización a priori p(x), con L(x) se puede hallar una función objetiva (normalizada). Este producto, p(x)L(x), conforma la función de densidad de probabilidad de localización (**PDF** de localización).

A causa de que es usual encontrar valores atípicos en los datos usados para la localización, es normal usar la formulación EDT, *Equal Differential-Time*, (Zhou, 1994; Font et al., 2004; Lomax, 2005), en la que la función de verosimilitud se define como;

$$L(x) = \left[\sum_{a,b}\frac{1}{\sqrt{\sigma_a^2+\sigma_b^2}}e^{\left(-\frac{\left\{\left[T_a^O - T_b^O\right]-\left[TT_a^c(x)-TT_b^c(x)\right]\right\}^2}{\sigma_a^2+\sigma_b^2}\right)}\right]^N, \tag{9}$$

En donde x denota de nuevo las coordenadas (x_o, y_o, z_o)de m, T_a^O y T_b^O son los tiempos de llegada observados y TT_a^c y TT_b^c son los tiempos de recorrido calculados para dos observaciones a y b. En el denominador, σ_a^2 y σ_b^2 , son las desviaciones estándar que asignan la incertidumbre a los tiempos de llegada observados y los tiempos de recorrido calculados, en los que se asume que estos no están correlacionados. Esta suma se ejecuta sobre todo par

de observaciones para completar la función de probabilidad siendo N el número total de observaciones.

Es importante ver que en la ecuación (9), los términos en el numerador del exponente, denotan las diferencias entre los tiempos de llegada observados y las diferencias entre los tiempos de recorrido calculados. Este exponente tendrá su máximo valor, 1, cuando las dos diferencias sean iguales. Por otra parte, también es importante destacar de esta ecuación que no se requiere el cálculo previo del tiempo de origen t_o , esta característica facilita la convergencia del método.

La principal diferencia entre realizar los cálculos utilizando la ecuación (8) y la ecuación (9), es que para cada punto evaluado x_i , la suma se realiza fuera del exponente y por tanto la localización llevada a cabo por la función de densidad EDT tiene sus máximos valores en aquellos puntos donde la mayoría de pares de observaciones se satisfacen y por tanto es menos sensible a datos de entrada erróneos.

Finalmente una vez alcanzada la solución probabilística completa por medio de (8) o (9), se tendrá en cuenta que se puede llegar a una solución con varios máximos locales. En este caso se necesitara de la forma espacial de esta solución probabilística completa para dilucidar la localización del hipocentro final. Estudios actuales de sismicidad y sismotectónica utilizan la forma espacial de la PDF para determinar posibles soluciones múltiples en la localización hipocental (Presti et al., 2004; Husen and Smith, 2004; Lomax, 2005).

2.6 Algoritmo de búsqueda de la PDF

Una vez que se dispone de los datos necesarios (perfil de velocidad, coordenadas de las estaciones y tiempos de llegada de las ondas) para la localización del terremoto, necesitaremos establecer una zona y un método de búsqueda. El programa NLL tiene la posibilidad de utilizar varios métodos de búsqueda de posibles hipocentros a través de la evaluación de la PDF.

En primer lugar tenemos el método “Grid-Search”, que desarrolla una búsqueda regular y determinista basada en la búsqueda anidada utilizando el algoritmo Monte-Carlo (Hammersley y Handscomb, 1967; Sambridge y Mosegaard, 2002) sobre una malla cúbica formada por nodos separados una cantidad prefijada. Básicamente se recorren todos los nodos del espacio de búsqueda y se evalúan con la ecuación (9), posteriormente se realiza una nueva búsqueda centrada en una malla interior, es decir anidada a la anterior, y centrada en el nodo con el máximo valor de PDF (figura 3). Así, el proceso se reitera hasta converger a una solución con máxima probabilidad. Este método ha sido probado de forma efectiva para la determinación de localizaciones probabilísticas (Moser et al., 1992a; Wittlinger et al., 1993; Calvert et al., 1997; Lomax et al., 2000).

El método de búsqueda Grid Search tiene la ventaja de que puede ser utilizado en perfiles de velocidad con estructuras 3-D complejas. Un inconveniente es, que consume mucho tiempo si lo comparamos con otras técnicas estocásticas y de deslocalización lineal. Además la resolución de la PDF es pequeña y eso se traduce en una baja precisión en la localización.

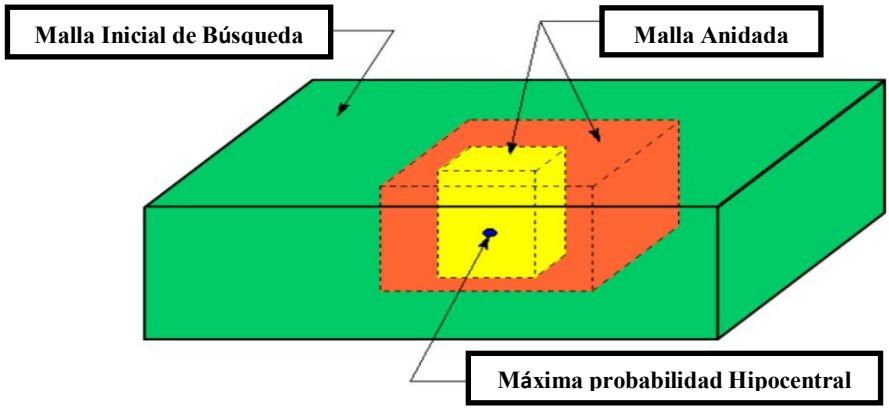

Figura 3: Gráfico de muestra del método de localización "Grid-Search"

El segundo método de búsqueda es el "Metropolis-Gibbs" (Mosegaard yTarantola, 1995), este algoritmo desarrolla un camino aleatorio a través de los puntos con máxima probabilidad de ser hipocentros, dentro del volumen de búsqueda del terremoto. El algoritmo "Metropolis-Gibbs", procede de forma que obtiene muestras de la PDF a lo largo del camino recorrido y nos sirve para adquirir una estimación del hipocentro óptimo

Al igual que el método "Grid-Search", se puede utilizar para encontrar hipocentros en estructuras 3-D complejas pero es mucho más rápido. Para implementar este método, hay que tener muy en cuenta los parámetros de muestreo. Es muy importante seleccionar un paso inicial lo suficientemente grande para que realice una búsqueda global (figura 4).

En este método primero se realiza la fase de aprendizaje, en el que el paso inicial es fijo y grande, el camino de búsqueda recorre el volumen de forma global y se dirige preferentemente a zonas de alta probabilidad. En el segundo paso, fase de equilibrio, el paso se va ajustando en proporción a las componentes (x,y,z) de la desviación estándar. Después de cada muestra aceptada como buena, el paso y las desviaciones estándar se renuevan. El camino continuara dirigiéndose de este modo hacia zonas de alta probabilidad. Por último, en la fase de "guardado", el paso se fija a su valor final desde que comenzó a variar en la fase de equilibrio. Continuara el camino hacia puntos de mayor probabilidad pero esta vez con parones para asegurar la independencia de las muestras evaluadas.

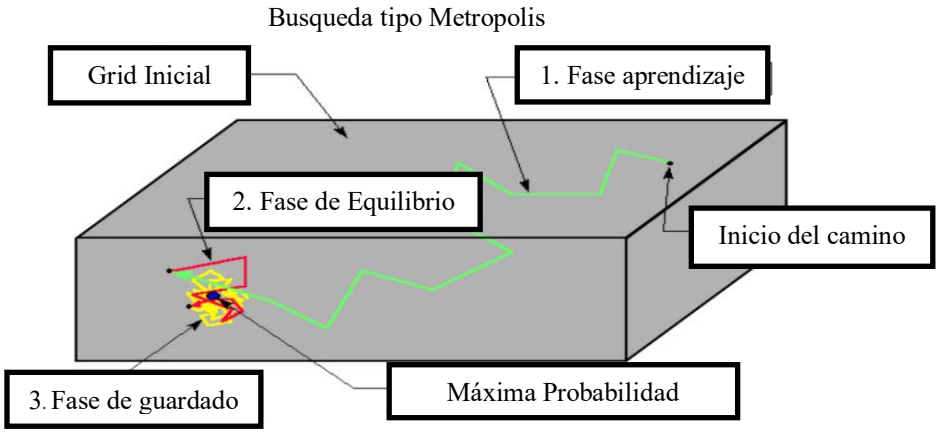

Figura 4: Esquema del método "Metropolis Gibbs"

Por último lugar podemos elegir el algoritmo Oct-Tree (Lomax and Curtis, 2001). Este algoritmo utiliza subdivisiones recursivas y muestras de celdas en el espacio, para generar una estructura en cascada de celdas muestreadas, tales que la densidad espacial de las celdas muestreadas nos lleva a los valores máximos de la PDF. La probabilidad relativa que tiene de hallarse la localización de un terremoto dentro de la celda (i-ésima) viene dada por la expresión;

$$P_i = V_i L(x_i), \tag{10}$$

Donde V_i es el volumen de la celda y $L(x_i)$ es la función (9) evaluada en el vector de coordenadas del centro de la celda.

Para determinar la localización de la PDF el algoritmo realiza primero una búsqueda bruta sobre el grupo de celdas que ocupan inicialmente el volumen de búsqueda, después se centra en la celda con la mayor probabilidad y la subdivide en ocho celdas hijas y así procede sucesivamente hasta que se finaliza por algún criterio de búsqueda que hayamos establecido previamente. El proceso recursivo (figuras 5 y 6) en el cual el algoritmo subdivide la celda k-ésima, que tiene la probabilidad P_k más alta de contener la localización de hipocentro y subdivide esta en ocho celdas hijas, de las cuales el algoritmo de forma recursiva volverá a centrarse en la de mayor probabilidad y la subdividirá nuevamente.

Las ventajas principales y más destacables del algoritmo Oct-Tree son la velocidad de procesamiento llegando incluso a ser del orden de cien veces más rápido que el "Grid-Search", es muy robusto y es casi siempre converge a una solución. También es importante destacar que depende de pocos parámetros (tamaño inicial y número de muestras). Por el contrario, los resultados del algoritmo dependen en gran medida del tamaño inicial de la malla de búsqueda y puede perderse en la identificación de un máximo local en la PDF. Este es el algoritmo que se ha elegido finalmente para realizar la búsqueda hipocentral debido principalmente por su rápida convergencia a una solución hipocentral.

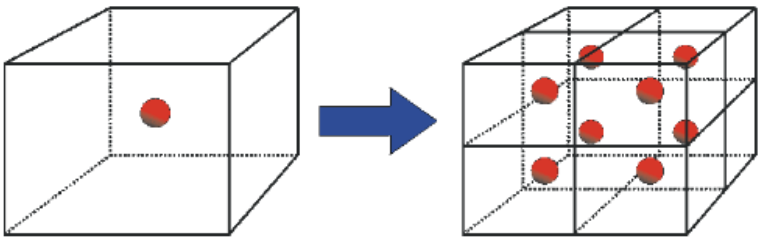

Figura 5: Se representa en tres dimensiones, como el algoritmo *Oct-Tree* toma la celda con mayor probabilidad y la subdivide en ocho celdas hijas que posteriormente se evaluaran para conformar la PDF.

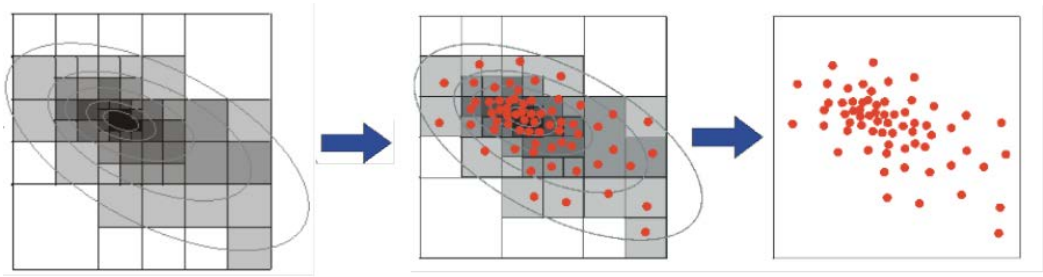

Figura 6: De izquierda a derecha, se muestra un perfil 2-D de las sucesivas muestras que ha tomado el algoritmo y como se ha conformado la PDF a través de los máximos de cada celda hija (puntos rojos).

2.7. Sismómetros de Fondo marino (OBS)

En este TFM se van a utilizar los registros procedentes de tres OBS, que se desplegaron en aguas del Estrecho de Gibraltar por primera vez durante el año 2014. Para poder procesar y analizar las observaciones del sismómetro y del hidrófono del OBS es necesario conocer la respuesta instrumental que se obtiene a partir del fichero Dataless (Anexo I).

Para poder reconstruir los Dataless se ha utilizado por una parte los datos de la ficha técnica de cada uno de los OBS analizados y el software PDCC (Portable Data Collection Center)(Casey,2012).Este Software permite acceder y modificar la configuración interna del Dataless mediante un entorno gráfico. Para comprender todos los parámetros definidos en el Dataless es necesario introducir primero, la función de transferencia del sensor del OBS (sismómetro o hidrófono) y después el proceso de conversión de la señal analógica procedente del movimiento del suelo a una señal digital a través del digitizador.

La función de transferencia de un sismómetro se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida (función de respuesta) y la transformada de Laplace de la entrada (función de excitación) bajo la suposición de que todas las condiciones iniciales son cero y que el sismómetro es un sistema lineal e invariante en el tiempo (Ogata, 2010).

$$Función\ de\ Transferencia = G(s) = \frac{\mathcal{L}[salida]}{\mathcal{L}[entrada]} = \frac{Y(s)}{X(s)} \tag{11}$$

Un sistema como el sensor del sismómetro que mantiene una relación determinada entre la salida C(s), la entrada de referencia R(s) que es el movimiento del suelo y el sensor del sistema G(s), se representa por el diagrama de bloques (figura 7), que es una representación gráfica de las funciones que lleva a cabo cada componente y el flujo de señales;

Figura 7: Diagrama de bloques de la Función de Transferencia.

Posteriormente se debe digitalizar la salida en voltaje del sensor, C(s), medida en voltios y transformarla a cuentas digitales. Un digitizador transformara esta señal en voltios, a cuentas digitales mediante la técnica sigma delta (Trnkoczy et al 2002; Havskov y Alguacil, 2004) para lograr una resolución muy grande de la señal de entrada. El diagrama de bloques total, sensor y digitizador (figura 8).

Como ejemplo en la tabla I se muestran las características de la función de transferencia del sensor del OBS3. La respuesta del instrumento del OBS viene dada por la ecuación 12, que se expresa de forma general como producto de la ganancia (G), un factor de normalización (**K**) y el cociente entre los ceros y los polos.

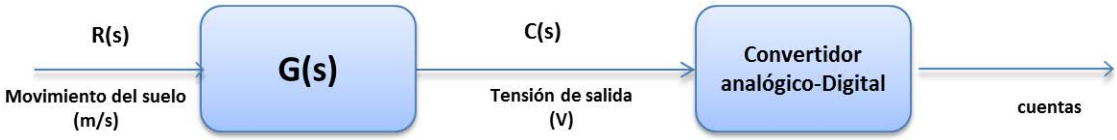

Figura 8: Diagrama de bloques del sensor y el digitizador

$$F(s) = G \cdot K \cdot \frac{\Pi_n(s - z_n)}{\Pi_n(s - p_n)}, \tag{12}$$

Donde:

s, es la variable compleja de la Transformada de Laplace ($s = 2\pi fj$) , z_n, son los ceros de la salida del sistema y $p_n$son los polos de la entrada del sistema.K, es un factor de normalización, que mantiene la respuesta plana en cero decibelios cuando no existe ganancia (figura 9).

Tabla I: Características de la Función de Transferencia OBS3.

Símbolo	Parámetro	Valor Nominal	Unidades
z_n	Ceros	0 0	rad/s
p_n	Polos	-5.02655e+02 -1.00530e+02 -1.13100e+03 -3.70600e-02+3.70600e-02j -3.70600e-02-3.70600e-02j	rad/s
k	Factor de Normalización	5.7151e+08	$\left(\frac{rad}{s}\right)^3$
f_o	Frecuencia de Normalización	1	Hz
G	Ganancia	748	V$\cdot s/m$

Para representar la respuesta del sensor del OBS, se utiliza un Diagrama de Bode (figura 9), que es una representación logarítmica de la amplitud de la respuesta con las frecuencias de un ancho de banda determinado

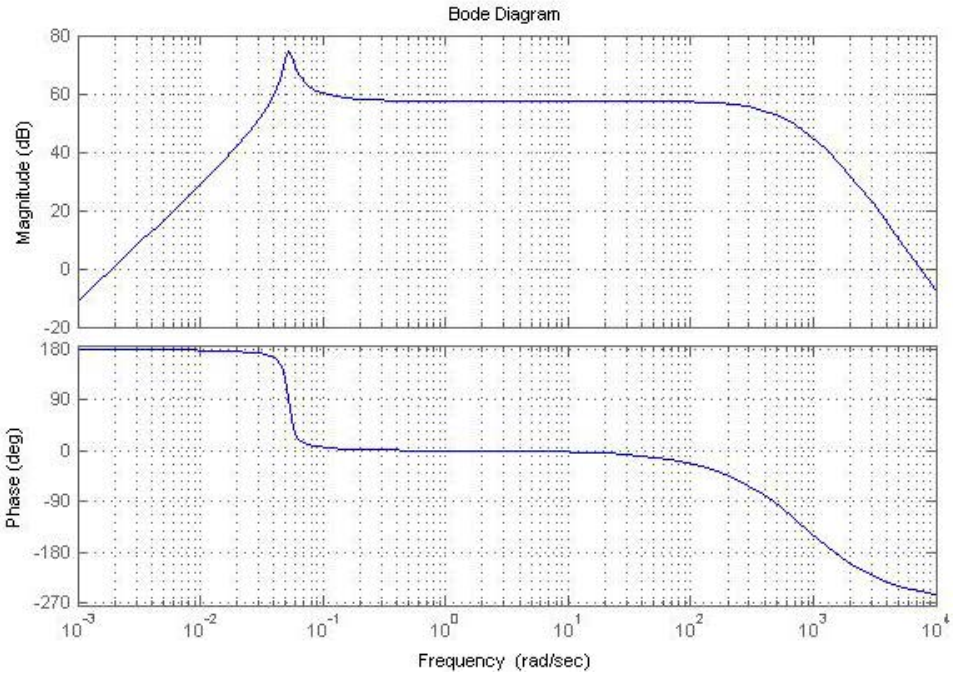

Figura 9: Diagrama de Bode de la respuesta del sensor OBS3 componente Z

Si dibujamos la respuesta total del OBS (figura 10) en un espectro de amplitudes, podremos ver cómo actúa un OBS amplificando el movimiento del suelo frente a las diferentes frecuencias que recibe de un terremoto. En la figura 10, se puede observar en la parte superior la respuesta en frecuencia y en la parte inferior la respuesta en fase. Al ser los OBS instrumentos de banda ancha el rango de frecuencias que puede amplificar el movimiento del suelo es grande, siendo en nuestro caso de 0.01-20 Mhz amplificando una cuenta digital a 1nm.

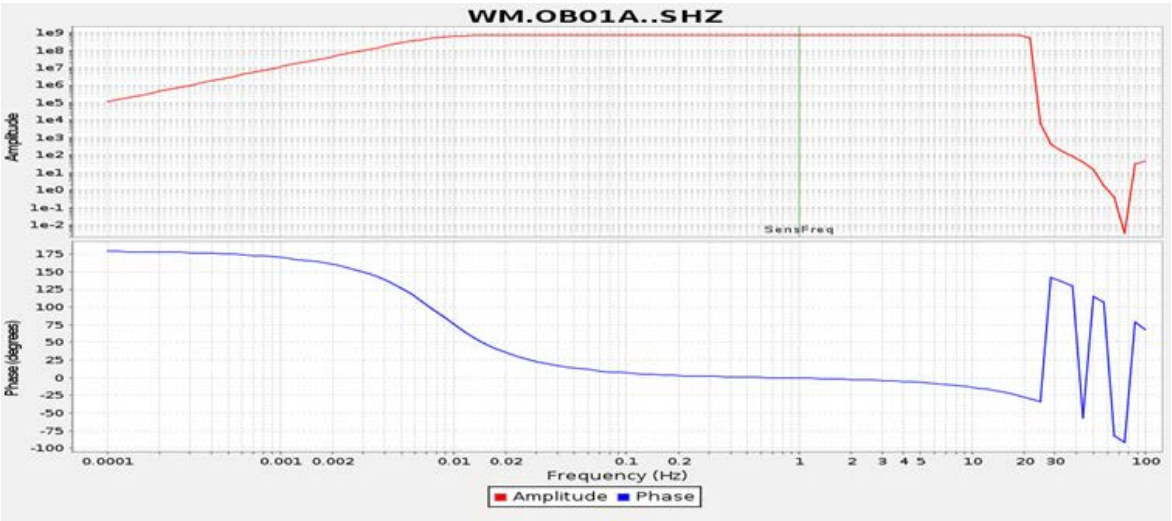

Figura 10: Gráfico de la Respuesta de la componente vertical del sismómetro del OBS01, en forma de espectro de amplitud y fase. Eje de abscisas frecuencia, eje de ordenadas (gráfica superior) cuentas/ms^{-1}, (gráfica inferior) ángulo de fase.

3. Análisis y procesado de las observaciones

3.1. Datos

Se ha recopilado y procesado los datos registrados por las estaciones sísmicas de las redes Western Mediterranean (WM) y la red del Instituto Geográfico Nacional (IGN) los cuales están en un formato especial llamado SEED (The standard for the Exchange of Earthquake Data). A estos datos, se han añadido los OBS procedentes de una campaña de sismicidad realizada en el Estrecho de Gibraltar en 2014, figura 11 y 12. En el anexo II se incluyen las coordenadas geográficas de las estaciones y OBS.

El formato SEED en su versión miniSEED contiene la forma de onda registrada por los OBS y las demás estaciones. Una de las partes más importantes es su cabecera, auto define el fichero, nos da información sobre el volumen de los datos, características de los canales de la estación y sobre los datos temporales que preceden justamente a la serie de datos de tiempo.

Normalmente se utilizara el fichero Dataless que únicamente contiene una cabecera con toda la información de la estación (ceros, polos, filtros, sensibilidad, ganancia, decimación, datos temporales….) y los ficheros de datos que recogeremos vendrán en forma de miniSEED que básicamente son ficheros SEED sin cabecera y con solo series temporales de datos.

Se seleccionaron los terremotos (magnitud mayor de 3) que hubieran sucedido a lo largo del año 2014 y que el IGN hubiera localizado en la zona del Estrecho de Gibraltar, ya que fue el tiempo en el que los OBS estuvieron desplegados. De estos terremotos se eligieron aquellos con la forma de onda más clara registrada en los OBS. Ya que era importante tener un buen registro para luego poder realizar correctamente la lectura de fases. Con estos criterios los terremotos seleccionados se muestran en la tabla II y figura 11.

Tabla II: Parámetros focales de los terremotos analizados. Magnitud mb (Veith y Clawson, 1972), mbLg (Richter, 1935; López, 2008).

Fecha	Hora origen	Epicentro (Long/Lat)	Profundidad (km)	Magnitud
11/03/2014	12:27:06.48	34.037 -5.072	17.9	mb5.1
19/08/2014	13:38:24.90	36.961 -5.541	11.1	mbLg4.2
04/09/2014	00:03:52.20	36.343 -8.036	30.0f[1]	mb3.6

Otros datos necesarios para llevar a cabo la relocalización son las coordenadas de las estaciones del IGN operativas en el 2014, de las estaciones de la red "Western Mediterranean (WM)" (Anexo II), y de los tres OBS de banda ancha sobre el fondo marino del Estrecho de

[1] La profundidad de este terremoto no pudo ser calculada según los datos del catálogo sísmico del IGN

Gibraltar que se desplegaron por un periodo de entre el 20 de Enero y el 17 de Septiembre del 2014 al igual que una serie de estaciones temporales para densificación de la red (figura 11 y 12).

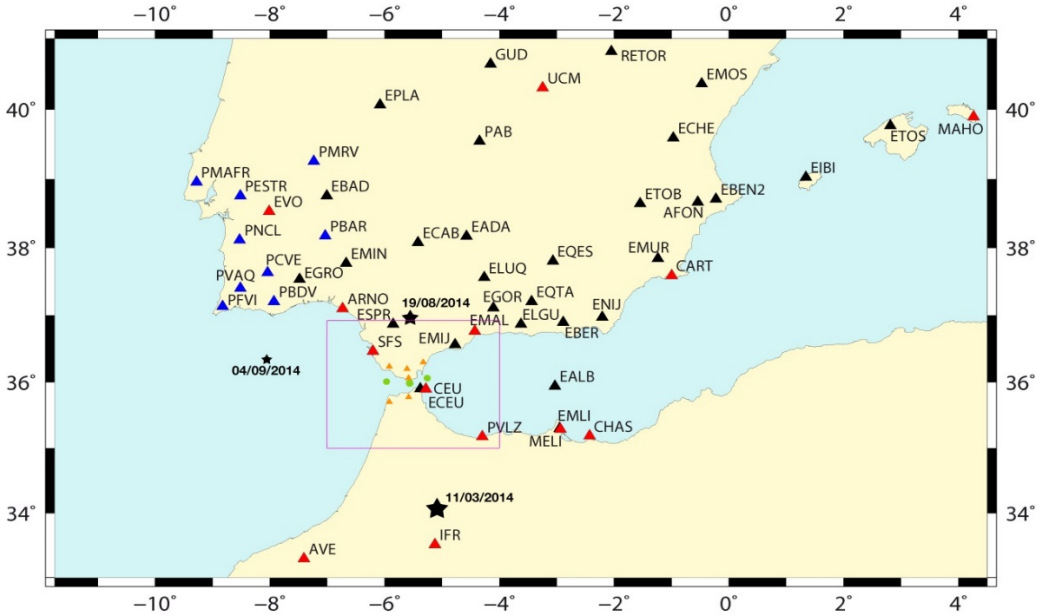

Figura 11: Estaciones empleadas para la relocalización. Triángulos negros la red de estaciones del IGN, los triángulos azul la red portuguesa IPMA y en rojo la red WM. Los OBS's que se muestran en círculos verdes, la red temporal de estaciones en círculos amarillos. Los epicentros están dibujados con estrellas negras y con un tamaño en proporción a su magnitud.

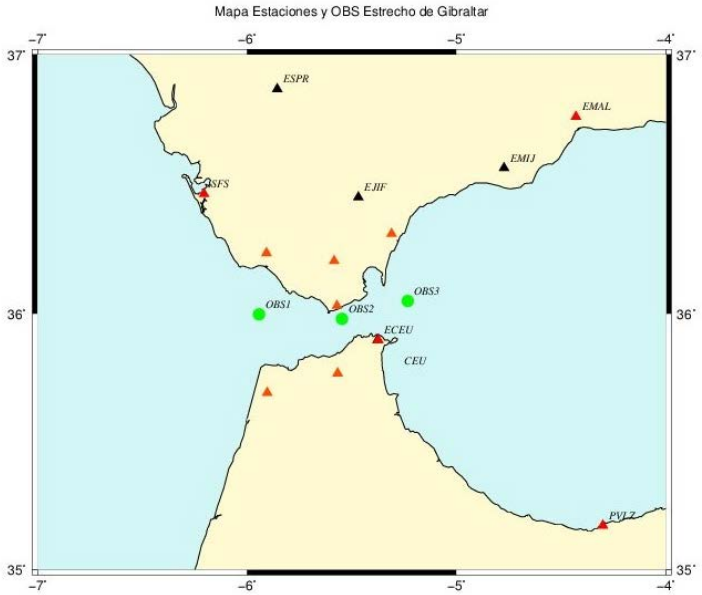

Figura 12: Mapa del Estrecho de Gibraltar. Círculos Verdes OBS, Triángulos naranjas red temporal de estaciones, triángulos negros estaciones IGN.

El perfil de velocidad con el que se ha trabajado, es el utilizado actualmente por el IGN (Martínez Solares, J.M., 1995). Este perfil describe perfectamente la velocidad de las ondas sísmicas “P” y “S” hasta una profundidad de 570 km, estando dividido en un total de 57 capas planas (anexo II) (figura 13).Este perfil es de crucial importancia para la relocalización ya que cualquier error puede dejar indeterminada la posición y afectar gravemente a la determinación de la profundidad. Para la relocalización llevada a cabo con el modelo global de tierra, se ha utilizado el modelo de velocidades Ak-135 F. (Kennett et al., 1995; Montagner and Kennett., 1995).

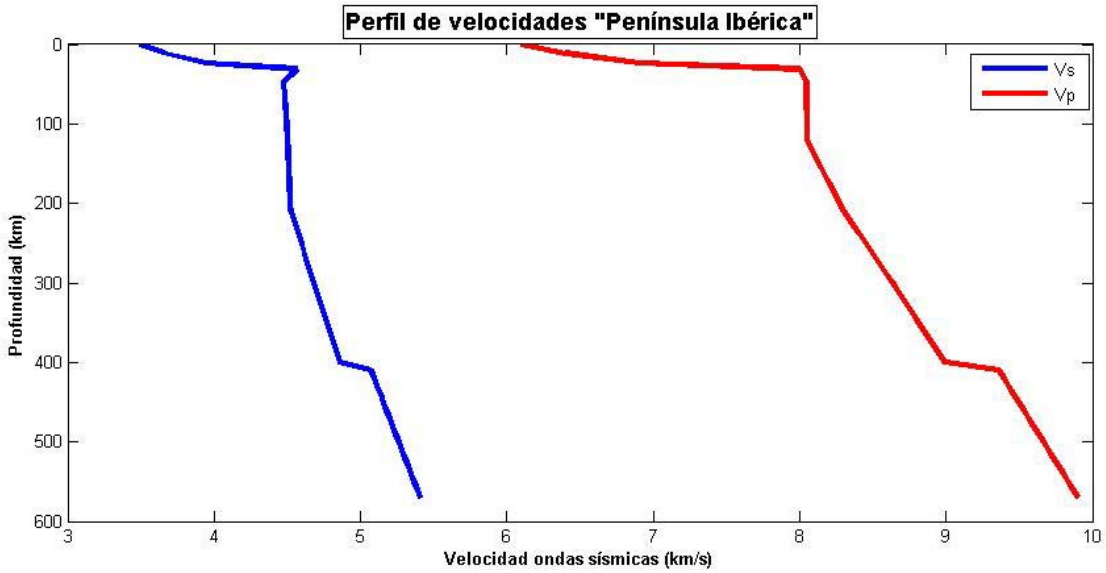

Figura 13: Distribución de velocidad de las ondas S en azul y P en rojo

4. Resultados

En este capítulo se mostrarán y analizarán los resultados correspondientes a los tres terremotos seleccionados. Primero se presentarán los resultados de la relocalización realizada con el algoritmo NLL con un modelo de Tierra regional sin haber utilizado para el cálculo los tiempos de llegada de las fases de los OBS y que denominaremos (T1). En segundo lugar se presentaran los resultados de la relocalización habiendo introducido en el cálculo, los tiempos de llegada de las fases de los OBS (T2). Además se presentaran los resultados obtenidos tras sustituir el modelo de tierra regional por el modelo de tierra global "ak-135F" (T3).Estos resultados se compararán con los determinados por el IGN para los mismos terremotos (T4). El IGN utiliza igualmente un método de localización no lineal mediante el algoritmo LocSat (Bratt y Bache, 1988; Jordan ySverdrup, 1981).

Todos estos resultados se presentan en dos tablas para cada terremoto. La primera con los parámetros de localización más importantes de cada terremoto y la segunda con parámetros estadísticos que nos ayudaran a comprobar la calidad de los resultados. También se incluyen los valores de la elipse de confianza y los valores de longitud de los tres ejes del elipsoide de confianza[2], l_i, obtenidos a través de la matriz de covarianza de la PDF y que nos dará idea del error espacial en la localización del hipocentro.

En el Anexo II, se presentan los resultados de los residuos y RMS de todas las estaciones para cada terremoto relocalizado. Este documento será fundamental para poder contrastar y concluir la calidad de los resultados de las relocalizaciones. Finalmente, en el Anexo III se adjuntan las figuras con la representación espacial de la PDF para cada terremoto y diferentes perspectivas para poder analizarla.

4.1. Terremoto 11 de Marzo de 2014

Se observa (tabla III) que los resultados obtenidos utilizando un modelo de Tierra regional (T1 y T2) son similares a los obtenidos por el IGN (T4) en latitud y longitud. En cuanto a la hora origen hay una diferencia de 0.10s entre el resultado obtenido con el algoritmo NLL y los obtenidos por el IGN. La profundidad queda mal determinada en todas las soluciones, ya que en T1 y T2 se ha obtenido una profundidad muy superficial (1km) frente a los 20 km calculados por el IGN. Sin embargo, el error en profundidad en todas las soluciones T1, T2 y T4 es muy grande (oscila entre 35 y 29 km) por lo que este parámetro queda muy mal determinado. Por otra parte, esta mala determinación en la profundidad es lógica ya que el terremoto ocurrió fuera de la red de estaciones utilizadas y con solo dos estaciones AVE e IFR (figura 11) cerca del epicentro.

Otra diferencia entre las soluciones T1, T2 y T4 es el número de fases y por tanto de ecuaciones (46 y 48 frente a 87) empleadas para el cálculo hipocentral. Esto es debido a que el algoritmo NLL solo utiliza primeras llegadas de las ondas sísmicas y que la elección de modelo de Tierra regional restringe el cálculo de localización hasta una distancia menor de

[2]Tanto la elipse como el elipsoide de confianza están referidos a un nivel de confianza del 68%. La elipse de confianza correspondiente a los resultados del IGN tiene un nivel de confianza del 90%. Los valores de las dimensiones del elipsoide de confianza no se publicaron en el catálogo sísmico del IGN.

700km. El resultado T3 (modelo de Tierra global) es el que presenta mayor parecido a la del IGN (T4), si bien el foco sigue siendo muy superficial 1km frente a los 20 km del IGN pero el error en profundidad es menor.

La principal dificultad que se haya en relocalizar este terremoto, reside, primero en que la cobertura azimutal del mismo es muy escasa. También la determinación de los tiempos de llegada de las estaciones más cercanas al terremoto (IFR y AVE) tienen un residuo grande (residuo>2.5) (Anexo II), al igual que el resto de estaciones más lejanas. Esto revierte en un gran error en la determinación de la profundidad como puede verse en la tabla IV.

Además se ha de tener en cuenta los errores debidos a la utilización de un perfil de velocidades que no está perfectamente adaptado a la zona de estudio, pues en este caso se ha utilizado un perfil diseñado para la Península Ibérica, y el terremoto ha ocurrido en el norte de Marruecos.

Respecto a los parámetros estadísticos (tabla IV), la superficie de la elipse de confianza (calculada a partir de sus semiejes) de las soluciones T1 y T2 es menor que la determinada por el IGN (T4). Sin embargo se observa que las dimensiones de los ejes del elipsoide de confianza son grandes especialmente el eje L3, debido nuevamente al error en profundidad.

Tabla III: Parámetros de Localización terremoto 11 de Marzo 2014.

Parámetros Localización	to	RMS	Epicentro	Profundidad (km)	Error Profundidad	Número de Fases utilizadas	GAP	Distancia mínima (km)
T1	12:27:06.54	1.31	34.2217N 5.1296W	0.2	33.2	46	118	78
T2	12:27:06.58	1.44	34.2217N 5.1253W	0.2	35.5	48	118	78
T3	12:27:05.48	1.04	34.2532N 4.9964W	1.1	20.1	50	130	82
T4	12:27:06.48	0.92	34.0376N 5.0718W	20	29.0	87	263	207

Tabla IV. Parámetros estadísticos terremoto 11 de Marzo 2014.

Parámetros Estadísticos	Elipse de Confianza				Elipsoide de confianza		
	Azimut eje menor	Longitud eje menor (km)	Azimut eje mayor	Longitud eje mayor(km)	L1 (km)	L2 (km)	L3 (km)
T1	99	7	9	16	9	15	68
T2	99	7	9	16	9	15	68
T3	94	7	4	10	7	9	39
T4	178	8	-	33	-	-	-

A través de la interpretación de la dispersión de la PDF (resultado de la búsqueda llevada a cabo por el módulo Oct-tree del algoritmo NNL) se pueden extraer conclusiones sobre la idoneidad de la aplicación del modelo de Tierra regional o global empleados en este trabajo. También, observando la forma espacial de la PDF, se puede esclarecer si existe algún máximo local en el espacio de probabilidades de la localización hipocentral.

En las figuras 1 y 2 del anexo III se representa el elipsoide de confianza y la PDF junto con sus perfiles. Estas tienen una forma elongada e irregular, esto se debe a que las estaciones de la red sísmica empleada para la relocalización están muy alejadas del hipocentro en comparación con la profundidad del mismo. Por otro lado los residuos de las fases sísmicas son grandes (Anexo II) y la cobertura azimutal es escasa contribuyendo todo esto a aumentar el error en profundidad y a formar una PDF elongada y ligeramente orientada hacia el azimut del centroide de las estaciones sísmicas de la red. Al tener la PDF las muestras muy dispersadas (figura 2, Anexo III), no se puede concluir que exista algún máximo local que fuera otra posible solución hipocentral. A modo de ejemplo, extraída del anexo III , se muestra los perfiles de la PDF correspondientes al terremoto 11/03/2014 (figura 14). Esta figura se ha representado utilizando Matlab, por medio de los archivos de resultados del NNL.

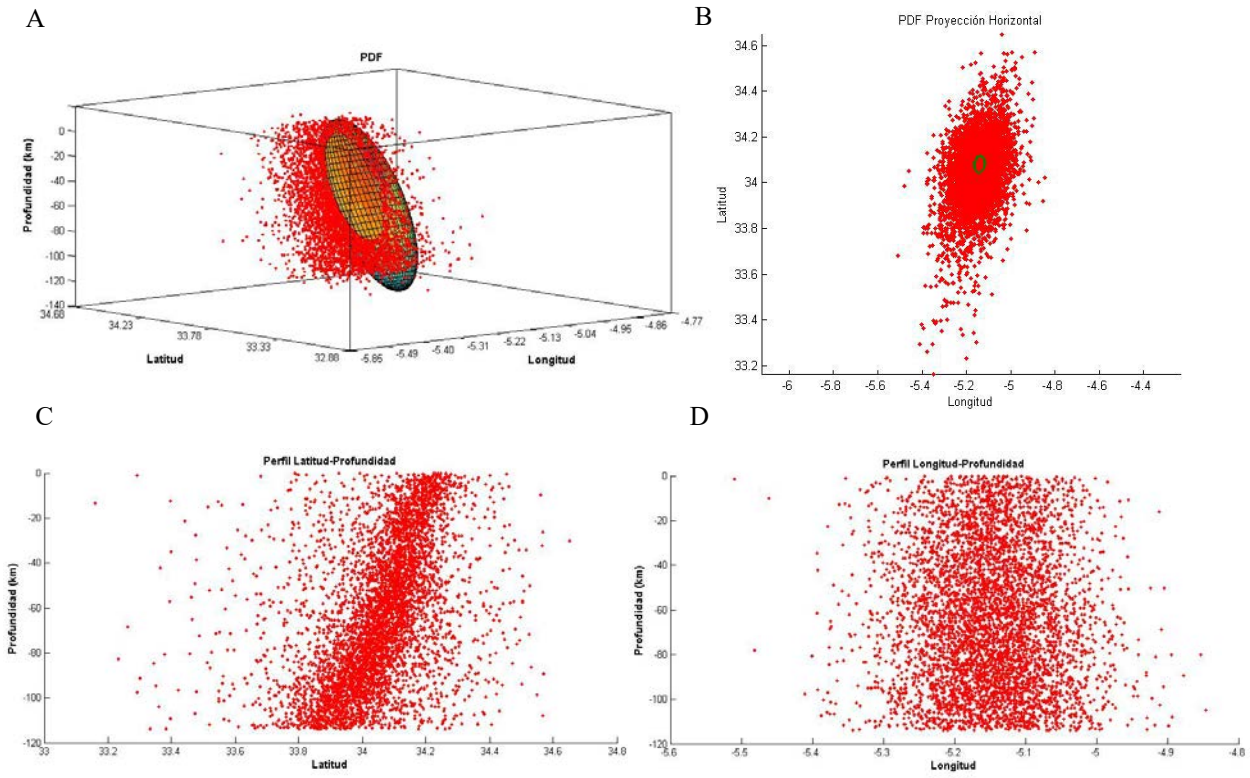

Figura 14: PDF en diferentes perspectivas. A, PDF en 3D junto al elipsoide de confianza. B, Proyección horizontal de la elipse de confianza. C, vista de perfil (Latitud-Profundidad) de las muestras de la PDF. C, vista de perfil (Longitud-Profundidad) de las muestras de la PDF.

4.2. Terremoto 19 Agosto 2014

En primer lugar, si se comparan los resultados (tabla V) de T1 y T2 con T4, las diferencias en tiempo origen, to, son muy parecidas, menores de un segundo. En cuanto a la latitud y longitud del epicentro también son similares. Por otra parte es reseñable que, aunque las diferencias en profundidades entre todas las localizaciones no difieren más de 3 km entre si el error de las localizaciones halladas por el algoritmo NLL (T1, T2 y T3) es mayor que el error en profundidad del IGN (T4). Posiblemente esto fue debido a que en este caso, se contaba con una cobertura azimutal muy buena y con numerosas estaciones que detectaron el terremoto, sin embargo estaban todas rodeando al terremoto aproximadamente a la misma distancia. Esto complica la localización del terremoto pues uno de los parámetros para la localización del terremoto, ángulo de salida del rayo, era casi el mismo para muchas de las estaciones. Como consecuencia este parámetro hace que las ecuaciones que intervienen en el cálculo de la localización hipocentral y que dependen de este parámetro, tengan un problema de linealidad (independencia de las ecuaciones que entran en juego en la localización). Este problema no se tiene en T4, pues en este caso el algoritmo utilizado por el IGN emplea casi el doble de fases (77) frente a las 40 que emplea el NLL.

Si comparamos los parámetros de la tabla VI, se comprueba que la influencia de introducir los tiempos de llegada de las fases de los OBS (T2) no fue significativa. Por una parte el área de la elipse de confianza en T1 y T2 son iguales y ligeramente mayores que en T4 y en cuanto a las dimensiones de los ejes del elipsoide de confianza¡se reducen levemente cuando se aplica un modelo de Tierra Global.

Tabla V: Parámetros de Localización terremoto 19 de Agosto 2014.

Parámetros Localización	to	RMS	Epicentro	Profundidad (km)	Error Profundidad	Número de Fases utilizadas	GAP	Distancia mínima (km)
T1	13:38:24.05	1.23	37.0588N 5.4602W	9.6	8.0	33	40	15
T2	13:38:23.93	1.26	36.9665N 5.5284W	10.5	6.0	36	40	15
T3	13:38:24.06	0.96	36.9954N 5.5230W	12.1	3.8	50	41	16
T4	13:38:24.88	0.92	36.9606N 5.5413W	11.1	0.3	152	77	14

Tabla VI: Parámetros de Estadísticos terremoto 19 de Agosto 2014.

Parámetros Estadísticos	Elipse de Confianza				Elipsoide de confianza		
	Azimut eje menor	Longitud eje menor (km)	Azimut eje mayor	Longitud eje mayor(km)	L1 (km)	L2 (km)	L3 (km)
T1	128	3	38	4	4	5	10
T2	133	3	44	4	4	5	10
T3	145	3	55	4	3	4	8
T4	178	2	-	3	-	-	-

Respecto a la forma tomada por las muestras de la PDF (figura 3 y 4 anexo III), se puede destacar que están muy agrupadas y de forma regular tendiendo a concentrarse en profundidades superficiales. Esta forma es debida a que el terremoto sucedió cerca del centroide de la red sísmica, esto constriñe el tamaño de la PDF y le confiere una forma homogénea, con la inmensa mayoría de las muestras cercanas y alrededor del punto de máxima probabilidad hipocentral. No se distinguen cúmulos de concentración de muestras pues se puede concluir que no existe otro máximo local en la PDF que haga pensar que existe algún otro hipocentro posible.

4.3. Terremoto 04 Septiembre 2014

Respecto a los resultados en la relocalización del último terremoto, se observa que las diferencias en tiempo origen, to, entre las soluciones halladas utilizando el modelo de tierra regional (T1 y T2) y las obtenidas por el IGN (T4) son relativamente pequeñas (tabla 7), del orden de 1s. En cuanto a la localización del epicentro, todas las soluciones son similares, con unas diferencias menores de 0.1oen latitud y longitud. En este terremoto la profundidad ha podido ser determinada en las localizaciones T1, T2 y T3, aunque con un error grande 18.9 km, 18.8 km y 13.8 km respectivamente, mientras que en T4 se tuvo que fijar una profundidad para que el algoritmo de cálculo del IGN convergiera a una solución. De nuevo, la localización de este terremoto se ha llevado a cabo con un GAP es muy grande (161o) pero gracias al uso de los OBS que cubren el vacío en azimut de la parte del Estrecho de Gibraltar y además añaden observaciones al problema de la relocalización, se mejora la determinación de la profundidad.

Respecto a los parámetros estadísticos (tabla VIII), la superficie de la elipse de confianza de las soluciones T1 y T2 son prácticamente iguales que la determinada por el IGN (T4). Mientras que las dimensiones de los ejes del elipsoide de confianza son relativamente pequeñas siendo la mayor la del eje L3 de 15 km. Se observa que el eje L3 disminuye tras la inserción de los datos de los OBS (T2) en 6km, lo que demuestra que se reduce el volumen en el que esta la localización con máxima probabilidad.

Tabla VII: Parámetros de Localización terremoto 04 de Agosto 2014.

Parámetros Localización	to	RMS	Epicentro	Profundidad (km)	Error Profundidad	Número de Fases utilizadas	GAP	Distancia mínima (km)
T1	00:03:51.19	0.98	36.2309N 8.1477W	27.3	18.9	51	161	117
T2	00:03:51.22	0.97	36.2309N 8.1564W	28.2	18.8	52	161	117
T3	00:03:51.17	0.89	36.2944N 8.0771W	43.0	13.8	50	155	117
T4	00:03:52.23	0.80	36.3425N 8.0363W	30.0f	-	102	221	117

Tabla VIII: Parámetros de Localización terremoto 04 de Agosto 2014.

Parámetros Estadísticos	Elipse de Confianza				Elipsoide de confianza		
	Azimut eje menor	Longitud eje menor (km)	Azimut eje mayor	Longitud eje mayor(km)	L1 (km)	L2 (km)	L3 (km)
T1	146	4	56	9	4	7	15
T2	145	4	55	9	4	7	9
T3	131	4	41	9	5	13	25
T4	029	5	-	9	-	-	-

La localización de este terremoto está dentro de un elipsoide de confianza con unas dimensiones relativamente pequeñas (figuras 5 y 6, anexo III). Sin embargo, el error en profundidad y la forma elongada de la PDF se debe a la gran distancia a la que están la mayoría de las estaciones de la red. Además debido a la pequeña cobertura azimutal (200o), la forma de la PDF tiende a inclinarse hacia la zona donde se sitúan las estaciones sísmicas. Al igual que las anteriores localizaciones, no se distinguen máximos locales pues no se observan concentración de muestras de la PDF en zonas distintas a las del punto de máxima probabilidad hipocentral.

5. Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

Se ha comprobado que la utilización de los sismómetros de fondo marino (OBS) han sido de gran ayuda para relocalizar con mayor precisión los terremotos analizados en este trabajo. No solo porque tienen la capacidad de complementar la cobertura azimutal de los terremotos, lo cual aumenta la precisión en la localización del hipocentro, sino también porque al situarse en fondos marinos cercanos a zonas de alta sismicidad, les añade un valor esencial e insustituible para relocalizar terremotos minimizando los errores de la solución.

La aplicación de un modelo no lineal como es el algoritmo NLL ha permitido poder localizar el terremoto del 04/09/2014 mientras que la solución del IGN no pudo determinar su profundidad. Para el terremoto del 11/03/2014 la única diferencia entre la utilización del algoritmo NLL y el del IGN es que con el NLL se disminuye el error en la profundidad aunque sigue mal localizado al estar fuera de la red. El terremoto del 14/08/2014 situado en el centro de la red sísmica queda en todos los casos bien localizado.

Los resultados obtenidos tras la relocalización han mostrado primero, la importancia de implementar un modelo de Tierra adecuado para el estudio de la sismicidad de la zona de estudio. Por otra parte resaltan la importancia de minimizar los residuos de los tiempos de llegada en las estaciones que conforman la red sísmica. Finalmente, cabe destacar que la geometría de la distribución de la red sísmica juega un papel fundamental para minimizar los errores de la determinación hipocentral.

6. Bibliografía

Billing, S. D., Sambridge, M. S., y Kennett, B. L. N. (1994), "Errors in Hypocenter Location: Picking, Model and Magnitude Dependence". *Bull. Seism. Soc. Am*., 84.84, 1978-1990.

Bratt, S.R., y Bache, T.C. (1988), Locating events with a sparse network of regional arrays, *Bull. Seism. Soc. Am.,* 78:780-798.

Bravo, J.B.(1997), "Problema de localización de terremotos". *Publicación técnica Núm.31. IGN*, Madrid. 17-20.

Buland, R. (1976) The mechanics of locating earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am*., 66:173–187.

Calvert, A., Gomez, F., Seber, D., Barazangi, M., Jabour, N., Ibenbrahim, A., Demnati, A. (1997) An integrated geophysical investigation of recent seismicity in the Al-Hoceima region of North Morocco, *Bull. Seism. Soc. Am*., 87:637-651.

Casey, R. (2012) Portable Data Collection Center. IRIS DMC.

Font, Y., Kaom H., Lallemand, S., Liu, C-S., Chiao, L-Y.(2004) Hypocentral determination offshore Eastern Taiwan using the Maximum Intersection method. *Geophys. J. Int*., 158:655-675.

Havskov, J. y Alguacil, G. (2004), "Instrumentation in earthquake seismology". *Spinger,* New York, 113-148.

Hammersley, J.M. y Handscomb, D.C. (1967) Monte Carlo Methods, Methuen, London.

Horiuchi, S., Negishi, H., Abe, K., Kamimura, A., Fujinawa, Y. (2005), An Automatic Processing System for Broadcasting Earthquake Alarms, *Bull. Seism. Soc. Am*., 95:708–718.

Husen, S., Kissling, E., Deichmann, N., Wiemer, S., Giardini, D., Baer, M. (2003), Probabilistic earthquake location in complex three-dimensional velocity models: Application to Switzerland, *J. Geophys. Res*., 108: 2077-2102.

Husen, S., Smith, R.B. (2004), Probabilistic Earthquake Relocation in Three-Dimensional Velocity Models for the Yellowstone National Park Region, Wyoming, *Bull. Seism. Soc. Am*., 94:880–896.

Johnson, C.E., Lindh, A., Hirshorn, B. (1994), Robust regional phase association, *U.S. Geol. Surv. Open-File Rept*. 94-621.

Jordan, K. A., y Sverdrup J. (1981), Teleseismic location techniques and their application to earthquake clusters in the south-central Pacific, *Bull. Seism. Soc. Am*., 71, 1105-1130.

Kennett, B. L. N., Engdahl E. R., Buland, R. (1995), Constraints on seismic velocities in the earth from travel times, *Geophys. J. Int*. 122:108-124.

Klein, F.W. (1978). Hypocenter location program HYPOINVERSE, *U.S. Geological Survey*. Open-File Report 78-694, 113 pp.

Lee, W. H. K. y Lahr, J. C. (1972). HYP071: A computer program for determining hypocenter, magnitude, and first motion pattern of local earthquakes, Open File Report, U. S. Geological Survey, 100 pp.

Lomax, A., Virieux, J., Volant, P., Berge, C. (2000) Probabilistic earthquake location in 3D and layered models: Introduction of a Metropolis-Gibbs method and comparison with linear locations, in *Advances in Seismic Event Location*, Thurber CH, Rabinowitz N (eds.), Kluwer, Amsterdam.

Lomax, A., Curtis, A. (2001) Fast, probabilistic earthquake location in 3D models using oct-tree importance sampling, *Geophys. Res. Abstr*. 3:955

Lomax, A. (2005), A Reanalysis of the Hypocentral Location and Related Observations for the Great 1906 California Earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 91:861-877.

Lomax, A. (2008), Location of the Focus and Tectonics of the Focal Region of the California Earthquake of 18 April 1906, *Bull. Seism. Soc. Am.*, NN: nnn-nnn (accepted, in press).

López, C. (2008). Nuevas fórmulas de magnitud para la Península Ibérica y su entorno. Trabajo de investigación del Máster en Geofísica y Meteorología. Departamento de Física de la Tierra, Astronomía y Astrofísica I. Universidad Complutense de Madrid. Madrid.

Martinez Solares, J.M., 1995. Boletín de sismos próximos 1995. IGN, Madrid. 13

Milne, J. (1886), Earthquakes and Other Earth Movements, Appelton, New York.

Montagner, J.P., Kennett, B.L.N.(1995), "How to reconcile body-wave and normal-mode reference Earth models?" *Geophys. J. Int*. 125:229-248.

Mosegaard, K., Tarantola, A. (1995), Monte Carlo sampling of solutions to inverse problems, *J. Geophys. Res.*, 100:12431-12447.

Moser, T.J., van Eck, T., Nolet, G. (1992a), Hypocenter determination in strongly heterogeneous earth models using the shortest path method, *J. Geophys. Res.*, 97:6563-6572.

Moser, T.J., Nolet, G., Snieder, R. (1992b) Ray bending revisited, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 82:259–288.

Ogata, K. (2010), Ingeniería de Control Moderna. *Pearson*. 269-290

Podvin, P., Lecomte, I. (1991) Finite difference computations of travel times in very contrasted velocity models: a massively parallel approach and its associated tools. *Geophys. J. Int.*, 105:271- 284.

Presti, D., Troise, C., De Natale, G.(2004), Probabilistic Location of Seismic Sequences in Heterogeneous Media, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 94:2239–2253.

Rabinowitz, N. (2000), Hypocenter location using a constrained nonlinear simplex minimization method, in *Advances in Seismic Event Location*, Thurber CH, Rabinowitz N (eds.), Kluwer, Amsterdam.

Richter, C.F. (1935), An instrumental earthquake magnitude scale. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 25: 1-32.

Sambridge, M., Mosegaard, K. (2002) Monte Carlo Methods In Geophysical Inverse Problems, *Rev. Geophys.*, 40:1009-1038.

Satriano, C., Lomax, A., Zollo, A. (2007), Real-time evolutionary earthquake location for seismic early warning. Bull Seism Soc Am., 98:1482–1494

Sallares, V., Gailler, A., Gutscher, M.A., Graindorge, D., Bartolomeé, R., Gracia, E., Diaz, J., Zitellini, N. (2011), Seismic evidence for the presence of Jurassic oceanic crust in the central Gulf of Cadiz (SW Iberian margin). *Earth Planet. Sc. Lett.*, 311: 1–2, 112–123.

Sambridge, M., Kennett, B. L. N.(1986), A novel method of hypocentre location, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 87:679-697.

Stein, S., y Wysession, M., (2003), An introduction to seismology, earthquakes and earth structure. *Blackbell Publishing*, Oxford, 120-174.

Tapley, W. C., y Tull, J. E. (1992), Guide to the UNIX version of SAC. Lawrence Livermore National Laboratory, University of California.

Tarantola, A., Valette, B. (1982) Inverse problems = quest for information, *J. Geophys. Res.* 50:159-170.

Tarantola, A. (2005). Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation. SIAM Philadephia.

Tarbuck, E.J., Lutgens, F.K., Tasa, D. (2005), An introductions to Earth Science, *Pearson Prentice Hall,* 307-395.

Trnkoczy, A., Havskov, J., Ottemöller, L. (2002), Section 8.5:“ Seismic data acquisition”. In: Bormann, P. (Ed.) 2002. IASPEI New Manual of Seismological Observatory Practice (NMSOP). Geo Forchungs Zemtrum Potsdam, 1: 15-20.

Udias, A. (1999), Principles of Seismology. *Cambridge Univ. Press*, Cambridge, 63-85:278-280.

Veith, K.F. y Clawson, G.E. (1972). Magnitude from short period P-wave data. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 62: 435-452.

Wittlinger, G., Herquel, G., Nakache, T. (1993), Earthquake location in strongly heterogeneous media, *Geophys. J. Int.*, 115:759-777.

Zhou, H. (1994), Rapid 3-D hypocentral determination using a master station method, *J. Geophys.*, Res., 99: 15439-15455.

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

MÁSTER DE NUEVAS TECNOLOGÍAS

ELECTRÓNICAS Y FOTÓNICAS

IMPLEMENTACIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE UN OSCILADOR ÓPTICO EN RUBIDIO ATÓMICO PARA METROLOGÍA DE FRECUENCIAS

Autor: María del Carmen Vélez López

Tutores: Dr. Aitor Villafranca

Dr. Pedro Corredera

Septiembre 2016

Índice

Índice general

Summary 103
Resumen 103
Índice general 101
1. Introducción y objetivos 105
1.1. Evolución histórica de los relojes 105
1.2. Caracterización de relojes 108
1.3. Conceptos generales del peine de frecuencia 108
1.4. Objetivos 112
2. Descripción experimental 113
2.1. Peine de Frecuencias 113
2.2. Reloj de rubidio 114
2.3. Sistema de análisis 118
3. Resultados 121
3.1. Saturación de la célula de rubidio 121
3.2. Optimización de la realimentación 122
3.3. Análisis de estabilidad 124
3.4. Cálculo de incertidumbres 127
3.5. Comparación con reloj óptico de acetileno 127
4. Conclusiones 129
5. Referencias 131

Índice de Figuras

Figura 1: Rango de frecuencia de oscilación de diferentes tecnologías de reloj. 106

Figura 2: Emisión de un peine de frecuencias: a) en el dominio del tiempo, b) en el dominio de la frecuencia.[29] 110

Figura 3: Expansión de una octava del peine de frecuencias para la medida de *fCEO*. 111

Figura 4: Batido de una frecuencia óptica desconocida con un peine de frecuencia. 111

Figura 5: Esquema del OFC. M (espejos); HWP (láminas de media onda); PBS (*beamsplitter polarizado*); G (red de difracción), D (detector); A (apertura), L (lente), PPLN (cristal no lineal de niobatio de litio).[32] 113

Figura 6: Espectro de absorción del rubidio.[32] 115

Figura 7: Estructura hiperfina del ^{85}Rb y del ^{87}Rb.[36] 115

Figura 8: Espectro en absorción saturada de rubidio.[27] 116

Figura 9: Esquema experimental del reloj de rubidio. 117

Figura 10: Esquema de la primera unidad de batido. 118

Figura 11: Esquema de la segunda unidad de batido. 119

Figura 12. Montaje experimental para la estabilización del láser en las absorciones saturadas de rubidio mediante haz auxiliar contrapropagante. 120

Figura 13: Espectroscopía de absorción del rubidio saturado por reflexión. 121

Figura 14: Ampliación de la transición $5^2 S_{1/2} \rightarrow 5^2 P_{3/2}$ (^{85}Rb) de la espectroscopia de absorción del rubidio saturado por reflexión. 121

Figura 15: Espectroscopia de absorción saturada del rubidio mediante haz auxiliar contrapropagante. 122

Figura 16: Desviación de Allan para I variable. 123

Figura 17: Desviación de Allan para D variable. 124

Figura 18: Desviación de Allan con saturación por reflexión en el detector. 125

Figura 19: Desviación de Allan con saturación por haz contrapropagante. 126

Figura 20: Desviación de Allan Modificada del oscilador de acetileno. La traza verde corresponde a la incertidumbre del OFC, la azul corresponde a la estabilización en la línea P25 del acetileno y la roja corresponde a la estabilización de la línea P11 del acetileno. 128

Índice de Tablas

Tabla I. Resumen de los datos obtenidos. 127

Tabla II: Cálculo de la incertidumbre. 127

Summary

This work presents the development and characterization of a rubidium atomic clock with a central wavelength of $\lambda \sim 780$ nm, for frequency metrology applications. Two alternative saturation schemes of the rubidium cell, based on reflection at the photodetector and an auxiliary beam respectively, are compared in order to improve the precision of the device. Additionally, a wide range of characterization options are studied, including a high precision wavemeter and a frequency-doubled optical frequency comb; both with an external non-lineal-crystal and with an auxiliary output of the stabilization unit. Central frequency, short-term and long-term stabilization studies are present. Furthermore, the experimental results of this research are compared with a fiber-based acetylene atomic clock characterized by the frequency comb.

Resumen

En este trabajo se desarrolla y se caracteriza un reloj atómico de rubidio centrado en $\lambda \sim 780$ nm, con aplicaciones en metrología de frecuencias. Con el fin de mejorar la precisión del dispositivo, se comparan dos esquemas de saturación de la célula de rubidio, basados en reflexión en el fotodetector y en un haz auxiliar respectivamente. Asimismo, se estudian diversas opciones de caracterización mediante un medidor de longitud de onda de alta precisión y un peine de frecuencias; tanto por doblado de la señal procedente de la salida principal del peine con un cristal no lineal como utilizando una salida auxiliar de la unidad de estabilización. Se presenta así un estudio de la frecuencia central, la estabilidad a corto y largo plazo de las distintas configuraciones descritas. Finalmente, se realiza una comparación entre los resultados experimentales de estabilidad obtenidos en el presente trabajo con los resultados de una caracterización de un reloj atómico de acetileno mediante un peine de frecuencias.

1. Introducción y objetivos

1.1. Evolución histórica de los relojes

La necesidad de medir el tiempo ha sido una tarea fundamental de la raza humana desde sus inicios, siendo perfeccionada progresivamente a lo largo de la historia. La medida del tiempo se lleva a cabo mediante un reloj, es decir, mediante cualquier dispositivo o fenómeno natural que permite medir el paso del tiempo con precisión y exactitud mediante la observación de un fenómeno periódico continuo.

Los relojes naturales[1] de la antigüedad tenían como origen fenómenos astronómicos: el comienzo de las estaciones, la alternancia de los períodos nocturnos/diurnos o la sucesión de las fases de la luna. Sin embargo, este tipo de referencias presentaba dos grandes desventajas. Primero, la desaceleración de la Tierra debida a la fricción de las mareas contra el fondo marino, las fluctuaciones no predecibles debidas al desplazamiento de las masas en el interior de la Tierra y las variaciones estacionales, provocan que la rotación de la Tierra no fuera un patrón de tiempo estable y preciso. Adicionalmente, las escalas de tiempo basadas en la rotación de la Tierra presentan la dificultad añadida de depender del observador, por lo que la hora del reloj depende del meridiano en el que se encuentra el observador. Resultaba por tanto evidente la necesidad de desarrollar nuevas técnicas de medición de tiempo referenciados a una escala absoluta y más exacta.

Así, los primeros relojes mecánicos datan del siglo XIII[2] y presidían campanarios y torres de edificios públicos. El reloj mecánico fue la primera máquina automática fabricada para medir el tiempo y su funcionamiento se basaba en el mecanismo de movimiento de un péndulo. En el año 1370 se inauguró en París el primer reloj mecánico del que se tiene constancia, bautizado con el nombre de *"Quai de l'horloge"*[3]. Este reloj se fabricó en hierro forjado, y su fuerza motriz se componía de dos grandes pesos de 227 kilos.

Tras una larga evolución, a principios del siglo XX se llegó a desarrollar el reloj *Shortt-Synchronome*, basado en la oscilación de un péndulo maestro conservado en vacío y un péndulo esclavo conectado a las agujas de representación[4]. Ambos péndulos estaban conectados mediante circuitos electromagnéticos, actualizándose el periodo de oscilación del esclavo cada 30 segundos. Este tipo de relojes llegaron a tener una precisión de 1 segundo/año, siendo la tecnología de referencia hasta la llegada de los relojes de cuarzo.

El reloj de cuarzo[5] es un reloj electrónico que se caracteriza por poseer un mineral piezoeléctrico (cuarzo) que vibra a una elevada frecuencia (10^3-10^7Hz). La frecuencia natural de oscilación de un cristal de cuarzo depende de su forma y de su tamaño, siendo ajustada por el fabricante. Para que el cuarzo vibre es necesario alimentarlo con un campo eléctrico. El campo eléctrico genera una compresión o expansión del material piezoeléctrico y, por lo tanto, crea una diferencia de potencial. Si la frecuencia del potencial eléctrico coincide con la frecuencia natural de vibración del cuarzo, se da una

señal resonante. La señal resonante realimenta al circuito electrónico y corrige las desviaciones de frecuencia que pudieran producirse con respecto a la frecuencia natural. Finalmente, se produce una generación de impulsos a intervalos regulares que permiten medir el tiempo. A pesar de las limitaciones del reloj de cuarzo en cuanto a precisión y sensibilidad a condiciones ambientales, actualmente son utilizados cotidianamente. También han sido ampliamente utilizados en investigación. Los mejores relojes de cuarzo mantienen una precisión de 0,1 ms/día[6].

Isidor Rabi[7], Premio Nobel de Física, propuso en 1944 la construcción de un reloj atómico de Cesio[8] debido a sus excelentes propiedades como oscilador. Sin embargo, no fue hasta 1955 cuando comenzaron a utilizarse los relojes atómicos, que utilizan como oscilador o patrón de referencia las frecuencias naturales de cambios de energía de distintas especies químicas[9]. Las especies atómicas más utilizadas son cesio y cuarzo, con resonancias magnéticas en el dominio de microondas[10]. Actualmente, el BIPM (*Bureau International des Poids et Mesures*) define el segundo como la duración de 9.192.631.770 oscilaciones de la radiación emitida en la transición de dos niveles hiperfinos del estado fundamental del isótopo 133 del átomo de Cesio, a una temperatura de 0 K[11].

Basados en técnicas similares, también se utilizan actualmente máseres de hidrógeno[12] (*Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation*), siendo la frecuencia de resonancia del átomo de Hidrógeno 1.420.405.752 Hz. Existen dos tipos de máseres de Hidrógeno: activos y pasivos. El máser activo oscila espontáneamente y un reloj de cuarzo se engancha en fase a esta frecuencia de oscilación. El máser pasivo opera enganchando en frecuencia un reloj de cuarzo. El máser de Hidrógeno posee mejor estabilidad en frecuencia a corto plazo (8.0×10^{-14} en 1s)[13] que los relojes de Cesio (5.0×10^{-12} en 1s)[14]. Sin embargo, como el comportamiento de un máser de Hidrógeno depende de los factores ambientales, éstos son utilizados para marcar tiempos en escalas cortas (inferiores al segundo) siendo corregidos a largo plazo mediante patrones de cesio. En la figura 1 se muestra el rango de operación de los diferentes relojes mencionados, ordenados cronológicamente:

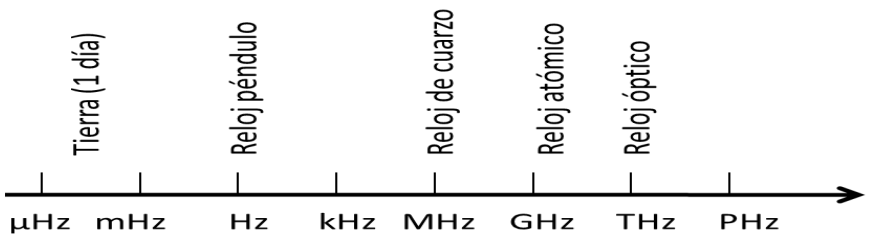

Figura 1: Rango de frecuencia de oscilación de diferentes tecnologías de reloj.

Recientemente, los relojes ópticos[15] han permitido superar los límites de precisión y estabilidad de las tecnologías anteriores. La precisión en la medida del tiempo

(frecuencia) es una tarea fundamental para el desarrollo de la ciencia, la metrología, las tecnologías relacionadas con redes de comunicaciones y la navegación con Sistema de Posicionamiento Global (GPS)[16]. Un reloj óptico consta de tres elementos: una célula, típicamente de vidrio, que contiene una especie atómica o iónica con una absorción óptica muy estrecha (del orden de Hercios) y proporciona una frecuencia de referencia, un oscilador láser anclado a dicha absorción, y un sistema de realimentación para mantener anclado el láser a la línea de absorción deseada.

Un reloj óptico es más estable cuanto menor sea el ensanchamiento de la absorción del átomo en dicha transición. Por lo tanto, para reducir las perturbaciones externas (efectos térmicos y campos electromagnéticos) que puedan afectar al ensanchamiento, puede atraparse y enfriarse con una trampa magneto-óptica[17]. Esta trampa, mediante la acción de campos magnéticos, permite que el átomo se confine en un espacio de nanómetros de diámetro y se enfríe a través de la acción de un láser. El ciclo de operación de un reloj óptico con átomos refrigerados y atrapados consiste típicamente en tres etapas:

- Refrigeración: para evitar el ensanchamiento de la absorción del átomo, en la etapa de refrigeración mediante la trampa magneto-óptica se confinan y se enfrían los átomos simultáneamente. Esta etapa puede obviarse dependiendo de las prestaciones esperadas del reloj, y tiene una duración típica de entre unos pocos a cientos de milisegundos.
- Interrogación: durante la fase de interrogación se iluminan los átomos contenidos en la célula con un láser monocromático de referencia. Cuando la frecuencia de la onda radiada por el láser se acopla con la frecuencia de una transición hiperfina del átomo contenido en la célula, los iones del átomo absorben la radiación. Como la nube de átomos de la célula se expande rápidamente en ausencia de enfriamiento, se produce un ensanchamiento de la transición atómica. Por lo tanto, los átomos se vuelven a capturar y a enfriar antes de volver a interrogar.
- Detección: el ciclo de operación del reloj óptico concluye con una fase de detección de potencia transmitida y posterior realimentación del control del láser para anclado en la línea de absorción.

El presente trabajo se centra en los relojes ópticos al presentar las siguientes ventajas respecto a los estándares de microondas:

- La incertidumbre relativa de relojes ópticos es del orden de 10^{-18} para tiempos de medida de unas 3 horas[18], comparada con 10^{-14} para relojes atómicos[19].
- Proporcionan referencias frecuenciales en un rango del espectro electromagnético de gran interés y, tradicionalmente, de compleja caracterización.

- Las señales ópticas pueden ser transportadas fácilmente a través de largas distancias mediante fibras ópticas, mientras que los cables de microondas son más caros y presentan mayores pérdidas.

1.2. Caracterización de relojes

Los principales parámetros que permiten evaluar las prestaciones de un reloj atómico son el factor de calidad de resonancia (Q) y la estabilidad temporal. El factor Q viene dado por:

$$Q = \frac{\nu o}{\Delta \nu} \tag{1}$$

donde $\nu 0$ es la frecuencia de transición de un átomo cuya absorción se utiliza de referencia y $\Delta \nu$ es la anchura de dicha absorción. A diferencia de los relojes atómicos, los relojes ópticos operan en la zona visible del espectro electromagnético por lo que presentan una frecuencia de oscilación aproximadamente 5 órdenes de magnitud mayor[20]. Por lo tanto, para un reloj óptico el factor Q será notablemente mayor que para un reloj atómico.

La evolución temporal de la estabilidad de un reloj se analiza típicamente a través de la desviación de Allan (ADEV) o de la varianza de Allan (AVAR), ambas basadas en el estudio de la dispersión de mediciones periódicas del oscilador. En términos generales, la AVAR (σy 2) es un parámetro estadístico aplicable a una serie continua de valores de desviación normalizada de frecuencia[21]:

$$\sigma_y{}^2 \approx \langle \frac{\Delta \nu_{\mathrm{rms}}}{\nu_0} \rangle_\tau{}^2 \approx \frac{1}{\pi Q^2} \frac{T}{\tau N} \approx \frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} (f_{i+1} - f_i) \tag{2}$$

donde $\Delta \nu_{\mathrm{rms}}$ es la variación de la medida de frecuencia;N es el número de átomos;T es el tiempo del ciclo; $\nu 0$ es la frecuencia de transición de un átomo;τ es el tiempo de muestreo; M es el número de muestras; yfi representa las mediciones consecutivas de la frecuencia media promediadas para un tiempo de $\tau = M\Delta t$, donde Δt es el intervalo de tiempo entre muestras.

Consecuentemente, la ADEV es la raíz cuadrada de la AVAR. Para un oscilador anclado en una transición atómica, la ADEV (σy) tiene la siguiente expresión:

$$\sigma_y \approx \langle \frac{\Delta \nu_{\mathrm{rms}}}{\nu_0} \rangle_\tau \approx \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{T}{\pi \tau N}} \approx \frac{1}{\sqrt{2(M-1)}} \sum_{i=1}^{M-1} (f_{i+1} - f_i) \tag{3}$$

1.3. Conceptos generales del peine de frecuencia

Para validar el funcionamiento de los relojes ópticos, resulta imprescindible contar con sistemas de calibración de alta estabilidad y precisión en dicho rango. Durante muchos años, las cadenas de frecuencia[22] han sido el método utilizado para trasladar

los estándares de microondas al rango de frecuencias ópticas. En una cadena de frecuencias, se generan sucesivos armónicos de un oscilador de microondas de partida mediante elementos no lineales. Cada armónico generado es comparado con una fuente de frecuencia desconocida más alta midiendo el batido entre ambas señales. Este procedimiento es iterativo hasta alcanzar el rango de frecuencias ópticas deseado. Este proceso presentaba inconvenientes notables, incluyendo la imposibilidad de medir más de una frecuencia óptica por cadena, así como la dificultad de sincronizar un número tan elevado de elementos.

Estas desventajas fueron superadas en 2005 con la aparición de los peines de frecuencia (OFC) desarrollados por John Hall y Theodor Hansch[23], [24]. Un OFC consiste en un oscilador óptico autoreferenciado, cuya emisión pulsada genera un conjunto de líneas espectrales equiespaciadas de frecuencia conocida (también denominadas dientes o modos). Al evitar los procesos iterativos de las cadenas de frecuencia, los peines de frecuencia simplifican la sincronización y evitan el crecimiento de ruido de fase asociado con cada paso de multiplicación. La estabilidad de la señal generada por el peine de frecuencias será tan alta como la del reloj atómico de microondas que sincroniza todos los elementos del equipo. Por lo tanto, el peine de frecuencias traslada las prestaciones de un reloj atómico de microondas al rango óptico. Se ha demostrado que los peines de frecuencia pueden alcanzar incertidumbres relativas de 6.3×10^{-16} en 1s[25]. Su elevada precisión los ha convertido en la herramienta de referencia en metrología óptica de frecuencias[26].

Inicialmente, la generación de pulsos ultracortos se basó en el empleo de células Kerr[27]. Un cristal de Zafiro dopado con titanio era iluminado por un láser de emisión continua. El funcionamiento del KLM Ti: Sa *(Kerr-lens mode Ti: sapphire)* se basaba en la correcta colocación de pares de espejos o de prismas para compensar la dispersión de velocidad de grupo (GVD) positiva. Actualmente, la técnica más utilizada para generar pulsos ultracortos en un láser es el anclado de modos o *modelocking*[28]. En principio, la fase entre los modos que pueden oscilar en una cavidad láser es totalmente aleatoria. La condición de resonancia $\left(L = {}^{n\lambda}/_{2}\right)$ y el ancho de banda de emisión del medio láser determinan qué modos pueden propagarse. Para que los modos estén en fase es necesario introducir una modulación. De esta forma, un pulso *E(t)* formado por *N* modos adquiere la siguiente expresión:

$$E(t) = \sum_{-N/2}^{N/2} e^{[j(\omega_0 + n\Delta\omega t)]} = e^{(j\omega_0)\left[1+2\sum_{N=1}^{N/2} cos(n\Delta\omega t)\right]} \tag{4}$$

donde $\omega 0$ es la pulsación central y $\Delta\omega$ la separación entre los modos. Tomando su módulo se obtiene la siguiente expresión:

$$|E(t)| = 1 + 2\sum_{N=1}^{N/2} cos(n\Delta\omega t) = \frac{sen\left[\frac{(N+1)\Delta\omega t}{2}\right]}{sen\left[\frac{\Delta\omega t}{2}\right]} \tag{5}$$

Como se puede observar, la altura del pulso de salida será proporcional a N y su anchura inversamente proporcional a N.

La frecuencia de cada diente (f_{diente}) del peine queda unívocamente determinada por la siguiente expresión:

$$f_{\text{diente}} = N f_{\text{rep}} + f_{\text{CEO}} \tag{6}$$

donde N es el número de diente; f_{rep} es la frecuencia de repetición que determina la separación entre dientes; y f_{CEO} es la frecuencia de cero *(Carrier Envelope Offset Frequency*) que determina la separación entre el primer diente y el origen de frecuencias.

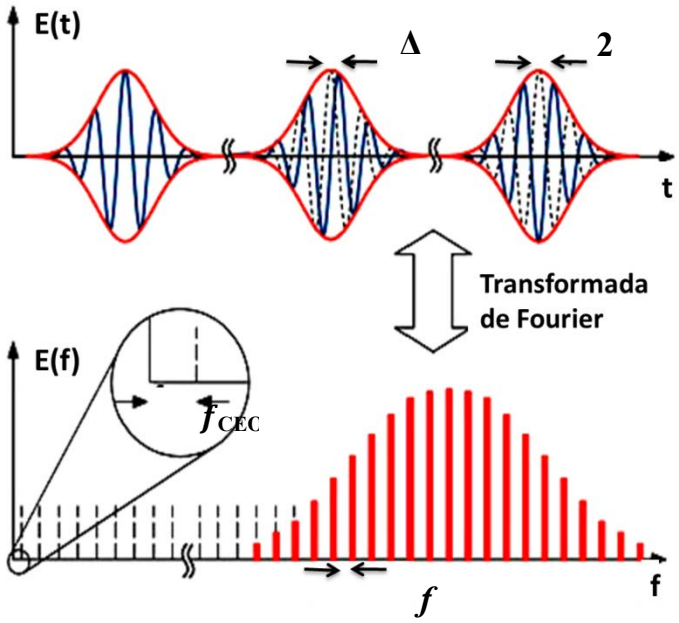

Figura 2: Emisión de un peine de frecuencias: a) en el dominio del tiempo, b) en el dominio de la frecuencia.[29]

f_{rep} será inversamente proporcional a la separación entre pulsos (T) en el dominio temporal ($T = {}^{1}/_{f\text{rep}}$) . Por su parte, f_{CEO} surge del desfase ($\Delta\varphi$) entre la portadora y el máximo de la envolvente del pulso. Este desfase, debido a la diferencia de velocidades de grupo y de fase dentro de la cavidad del láser, se traduce en un desplazamiento enfrecuencia dado por:

$$f_{CEO} = (1/2\pi) f_{\text{rep}} \Delta\varphi \tag{7}$$

Para estabilizar un peine de frecuencias basta con determinar y anclar f_{rep} y f_{CEO}. La frecuencia de repetición, típicamente en el orden de 100-250 MHz, se puede estabilizar directamente mediante comparación con un sintetizador de frecuencias. f_{CEO}, por el contrario, requiere de medidas interferométricas entre dos regiones del peine separadas una octava (es decir, las frecuencias altas serán mayores que las bajas en un factor de 2). Para ello, las frecuencias más bajas se doblan y se comparan con las frecuencias más altas, obteniéndose f_{CEO} como la diferencia resultante:

$$2f_{\mathrm{N}} - f_{2\mathrm{N}} = 2(Nf_{\mathrm{rep}} + f_{CEO}) - (2Nf_{\mathrm{rep}} + f_{CEO}) = f_{CEO} \tag{8}$$

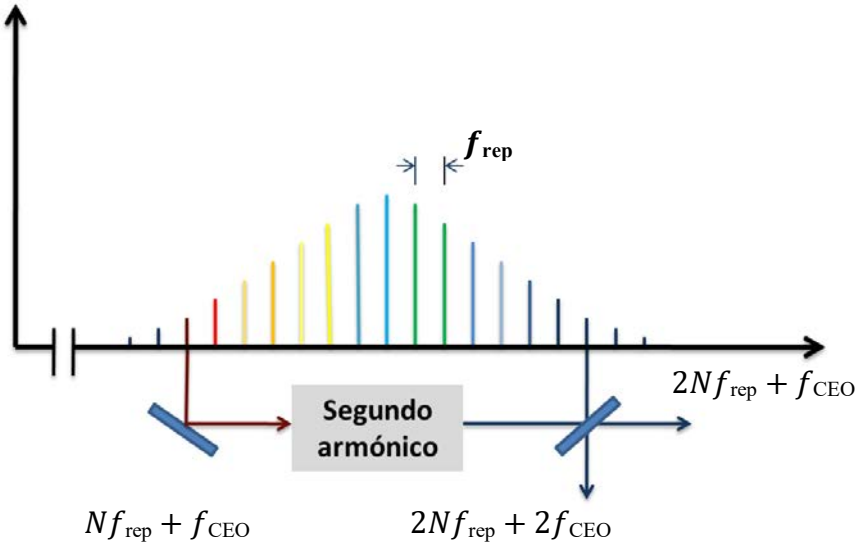

Figura 3: Expansión de una octava del peine de frecuencias para la medida de f_{CEO}.

Una vez estabilizado, el OFC puede utilizarse para determinar la frecuencia desconocida de un láser (f_{laser}) midiendo la frecuencia de batido (f_{batido}) con el diente del peine más próximo.

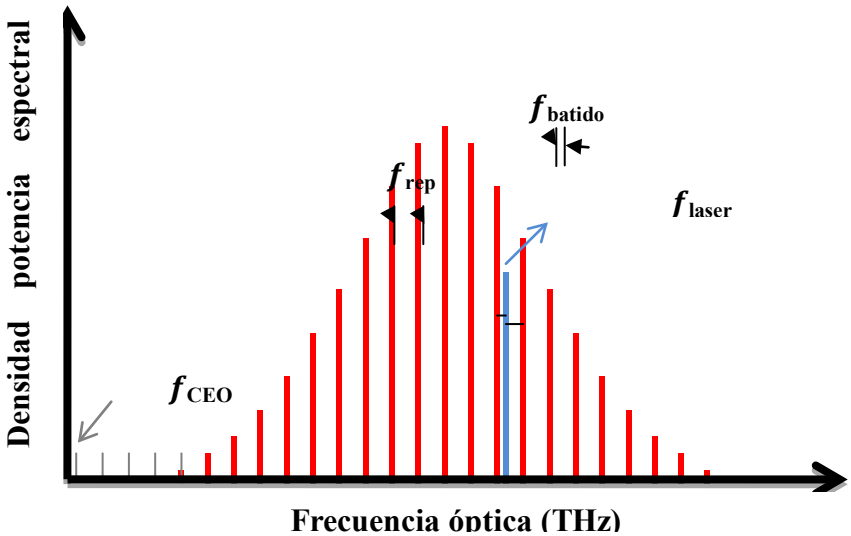

Figura 4: Batido de una frecuencia óptica desconocida con un peine de frecuencia.

La frecuencia desconocida queda por lo tanto determinada por la siguiente expresión:

$$f_{\mathrm{laser}} = Nf_{\mathrm{rep}} \pm f_{CEO} \pm f_{\mathrm{batido}} \tag{9}$$

El valor de N puede establecerse a partir de una estimación previa mediante un medidor de longitud de onda de resolución precisión inferior a f_{rep}, o bien mediante la resolución de un sistema de ecuaciones generado a partir de múltiples medidas con diferentes frecuencias de repetición. Por otra parte, el batido proporciona la diferencia frecuencial en valor absoluto entre el láser y el diente más cercano, resultando en una indeterminación en los signos de f_{CEO} y f_{batido}. Dichos signos se determinan comprobando el incremento o descenso de f_{batido} cuando se incrementa f_{CEO} mientras f_{rep}, se mantiene fija y viceversa. Para los casos de interés del presente estudio, el rango de frecuencias de f_{rep}, f_{CEO} y f_{batido} está en torno a los MHz, y el de la f_{laser} en torno a los THz.

Además de sus aplicaciones metrológicas, los peines de frecuencia son una herramienta muy potente para caracterización espectroscópica de muestras[30] y sistemas de telecomunicaciones basados en DWDM (*Dense Wavelength Division Multiplexing*)[31].

1.4. Objetivos

El presente Trabajo de Fin de Máster (TFM) tiene como objetivo principal desarrollar y caracterizar un reloj atómico de rubidio centrado en $\lambda \sim 780$ nm. Adicionalmente, se estudiará las posibilidades de caracterización mediante peine de frecuencias con el fin de ampliar el rango de aplicación del OFC para metrología óptica, desde la banda C a la primera ventana de transmisión con fibras ópticas.

Para la consecución de dichos objetivos se realizarán las siguientes tareas principales:

- Desarrollo experimental de un reloj óptico basado en rubidio atómico.
- Saturación de la célula de rubidio, tanto mediante reflexiones como mediante haces auxiliares.
- Anclado de un láser sintonizable en la absorción saturada del rubidio atómico.
- Estudio de la frecuencia, estabilidad a corto y largo plazo de la señal generada mediante un medidor de longitud de onda de alta precisión.
- Estudio de viabilidad de la caracterización de dichos parámetros mediante batido heterodino en aire con un OFC, tras doblado de la salida principal del mediante un cristal no lineal o utilizando una salida auxiliar de la unidad de estabilización.

2. Descripción experimental

2.1. Peine de Frecuencias

Para realizar el experimento se utilizó el peine de frecuencias de fibra (OFC) disponible en el Instituto de Óptica del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC-IO). La siguiente figura muestra un esquema del OFC del CSIC-IO:

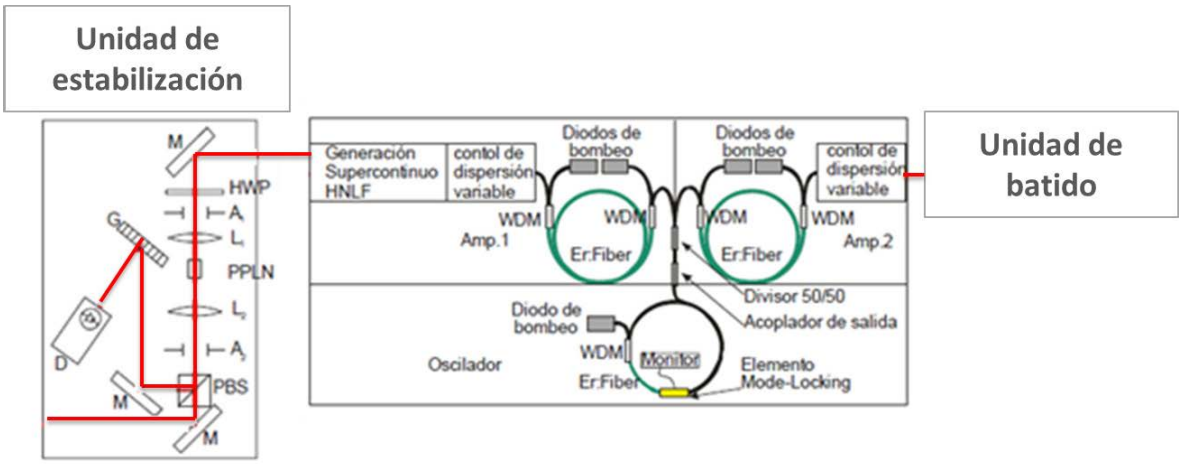

Figura 5: Esquema del OFC. M (espejos); HWP (láminas de media onda); PBS (*beamsplitter polarizado*); G (red de difracción), D (detector); A (apertura), L (lente), PPLN (cristal no lineal de niobatio de litio).[32]

El OFC está formado por un láser de modo anclado fabricado sobre un oscilador en anillo de fibra dopada con erbio[33], que genera pulsos de luz ultracortos centrados en 1560 nm. El oscilador tiene una longitud óptica de 20 cm, resultando en una frecuencia de repetición de 100 MHz. El OFC está referenciado a un reloj de rubidio (RefGen 10491 TimeTech), anclado por GPS a la Referencia Internacional.

El control de la frecuencia de repetición se realiza mediante un generador de señales (DDS120 MenloSystems) centrado en 100 MHz con una resolución de 10 KHz, entre 98 y 102 MHz. La frecuencia de repetición se estabiliza monitorizando la señal de salida del generador de frecuencia y la señal del oscilador en un módulo de detector de fase (PHD110 Toptica). La diferencia de fase de las dos salidas se introduce a la entrada de un módulo PID (PID110 Toptica), que ejecuta un bucle de realimentación que minimiza adaptativamente dicha diferencia de fase. La señal generada por el módulo PID se transmite a un piezoeléctrico y encargado de controlar la longitud óptica de la cavidad del resonador.

Mediante un acoplador 50/50 conectado a dos amplificadores de fibra dopada de Er, se proporcionan dos señales pulsadas con una potencia de 250 mW. Una de las señales sirve como salida del OFC, mientras que la otra señal se utiliza para el anclado de f_{CEO} en la unidad de estabilización. El ensanchamiento temporal del pulso provocado

por la amplificación se corrige mediante un sistema de control de dispersión variable basado en prismas.

La salida del amplificador 1 (salida de estabilización) se introduce en una fibra de alta no linealidad (HNLF), ampliando el rango espectral del peine hasta cubrir la octava comprendida entre 1050 nm y 2200 nm. A continuación, el supercontinuo resultante se bate en un interferómetro no lineal de un solo brazo (interferómetro *f-2f*). El doblado del supercontinuo se realiza mediante un cristal no lineal de niobatio de litio (PPLN), observándose la interferencia entre las regiones de 1050 y 2200 nm en un detector de InGaAs (DXD200 MerloSystem). Este batido proporciona el valor de f_{CEO} tal como se deriva de Eq.8. La señal del detector es amplificada, controlada por el módulo de control de *offset* (OFD100 MenloSystem) y comparada con una señal de referencia de 20 MHz generada por un módulo distribuidor de referencia (RFD10 MenloSystem) referenciado al reloj de rubidio (RefGen 10491 TimeTech). La diferencia entre ambas señales se retroalimenta al sistema mediante el módulo de anclado (PIC201 MenloSystem), que modula la potencia de salida del láser de bombeo. Para el desarrollo del presente trabajo, el OFC se configuró con una f_{rep} centrada en 100 MHz, una f_{CEO} de 20 MHz y una f_{batido} en torno a 30 MHz.

El niobatio de litio es un cristal ferroeléctrico, es decir, cada célula de unidad en el cristal tiene un pequeño momento eléctrico dipolar. La orientación del dipolo eléctrico en una célula de unidad es dependiente de las posiciones de los iones de litio y niobatio. Al aplicar un campo intenso eléctrico se invierte la estructura de cristal dentro de una célula de unidad y como resultado, cambia la orientación del dipolo eléctrico. De esta forma, las secciones invertidas del cristal quedan permanentemente imprimidas en la estructura de cristal, produciendo un periodo de polarización y consiguiendo así un medio no lineal. Con un medio no lineal se conseguirá realizar un doblado de frecuencia, es decir, dos fotones de entrada con la misma longitud de onda (λ) son combinados por un proceso no lineal para generar un tercer fotón de $\lambda/2$.

2.2. Reloj de rubidio

El reloj de rubidio está compuesto principalmente por una célula de rubidio atómico, un láser de diodo de cavidad externa (ECDL), un medidor de longitud de onda y un fotodetector[34]. El rubidio es un hidrogenoide con un electrón de valencia en el nivel atómico 5S[35]. Para la realización del experimento se utilizó una célula con rubidio en abundancia natural ($28\%^{87}\mathrm{Rb} - 72\%^{85}\mathrm{Rb}$) . El átomo de rubidio presenta dos transiciones atómicas: La transición atómica $5^2\,\mathrm{S}_{1/2} \rightarrow 5^2\,\mathrm{P}_{3/2}$ (^{85}Rb) correspondiente a una línea de absorción cercana a 780,241 nm y la $5^2\,\mathrm{S}_{1/2} \rightarrow 5^2\,\mathrm{P}_{1/2}$ (^{87}Rb) correspondiente a una línea de absorción cerca de 794,974 nm.[36]

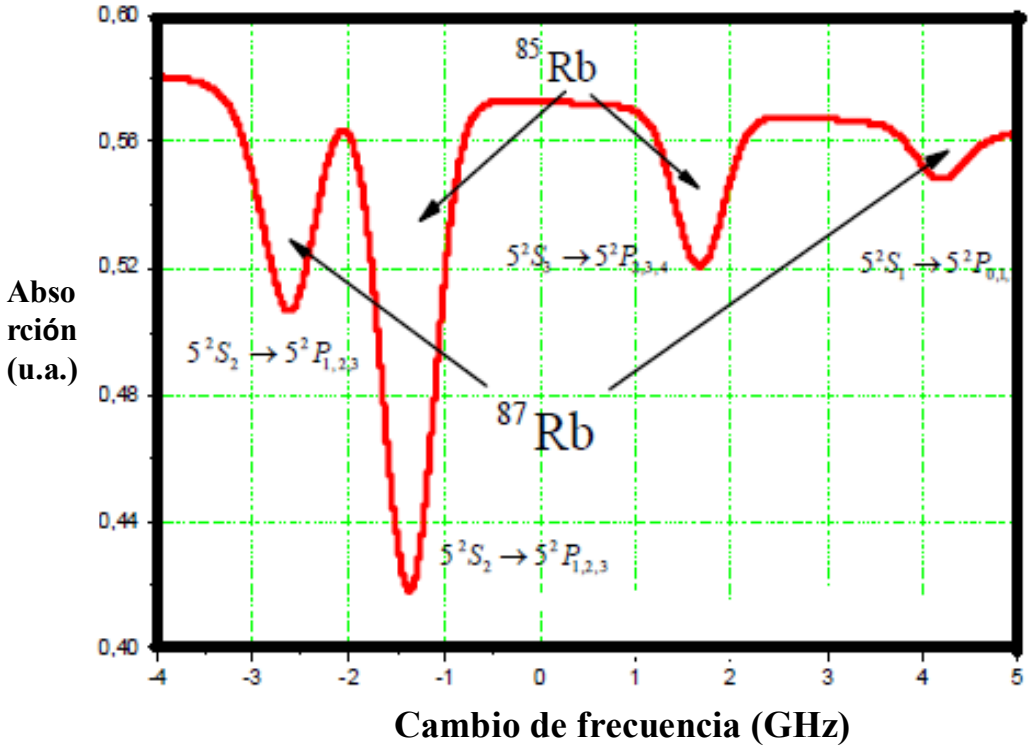

Figura 6: Espectro de absorción del rubidio.[32]

En la figura 7 se representan las transiciones hiperfinas de ambos isótopos correspondientes al desdoblamiento de los estados fundamentales debido al acoplamiento del momento angular total con el spin nuclear.

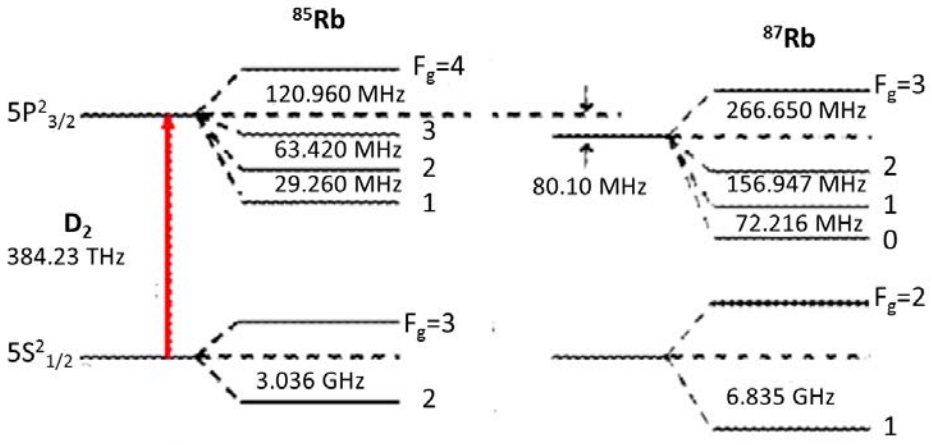

Figura 7: Estructura hiperfina del ^{85}Rb y del ^{87}Rb.[36]

Como se puede observar, la diferencia de energía entre los subniveles $5^2\,S_{1/2}$ y $5^2\,S_{3/2}$ es de 3.036 GHz, por encima del ensanchamiento Doppler a la temperatura indicada,

permitiendo resolver estas absorciones con un láser de diodo. En el presente experimento, se selecciona la línea 780,241 nm para la estabilización del láser.

El ensanchamiento Doppler es producido por el rápido movimiento de los átomos mientras emiten o absorben radiación[37]. Los átomos que se mueven hacia el detector emiten fotones a longitudes de onda más cortas que las longitudes de onda emitidas por los átomos que se mueven en dirección normal al detector. El efecto neto será un aumento del ancho de la línea de absorción. Este tipo de ensanchamiento se hará más pronunciado a medida que aumenta la temperatura. Para una temperatura de 25°C el ensanchamiento Doppler es de 500 MHz[38].

La absorción saturada es una técnica de espectroscopia que permite anular el efecto Doppler, y así obtener una señal espectroscópica más estrecha, con el consiguiente incremento de resolución. Para su realización, se debe saturar una muestra atómica con un haz fuerte y sondearla con un haz contrapropagante de misma frecuencia y típicamente menor potencia, apareciendo fenómenos como el *hole burning*[39]. De esta manera, en el perfil Doppler de absorción aparecen resonancias correspondientes a las transiciones atómicas hiperfinas, como se observa en la figura 8. Se aumenta así la precisión de la referencia proporcionada por la célula. Además, cuanto más pronunciada sea la pendiente de la línea generada, más eficiente será la realimentación del láser y más estable la señal de reloj generada.

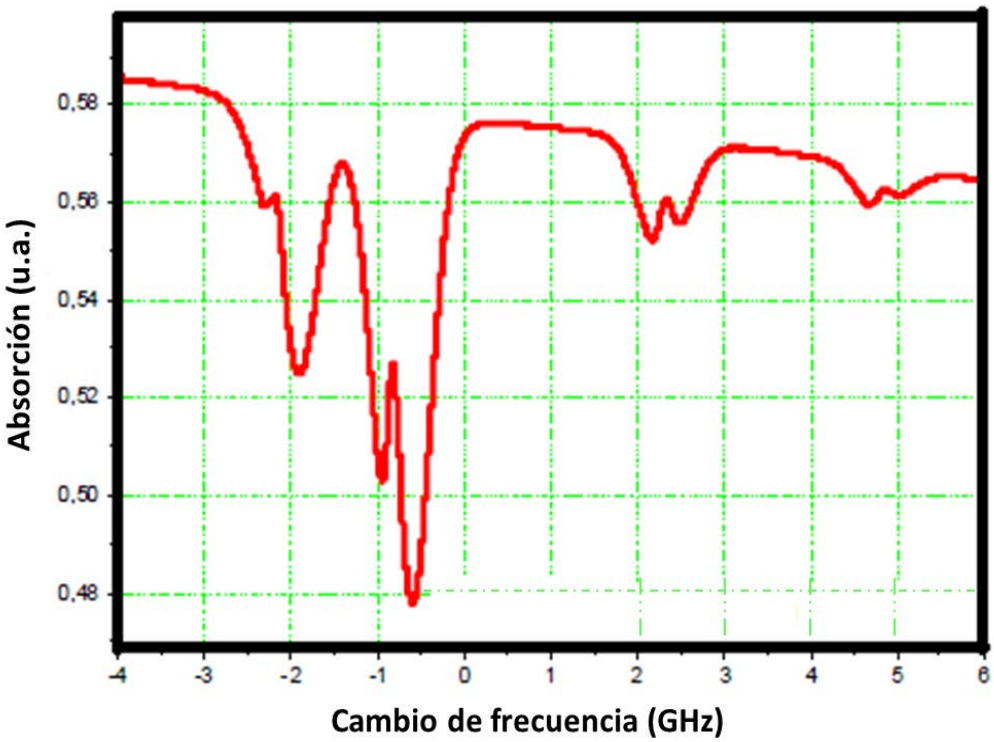

Figura 8: Espectro en absorción saturada de rubidio.[27]

El experimento se llevó a cabo de acuerdo con el montaje experimental de la figura 9. Se ha utilizado un láser de diodo sintonizable con cavidad externa en montaje Littrow (DL100 Toptica). Un diodo láser realimentado con una red de difracción en condición

Littrow es una fuente de luz de alta coherencia con frecuencia sintonizable a través de la variación del ángulo de la red de difracción, de la corriente de alimentación del láser y del control de temperatura. Para obtener una frecuencia resonante bien definida se ha utilizado una cavidad externa tipo Fabry-Perot (FP).

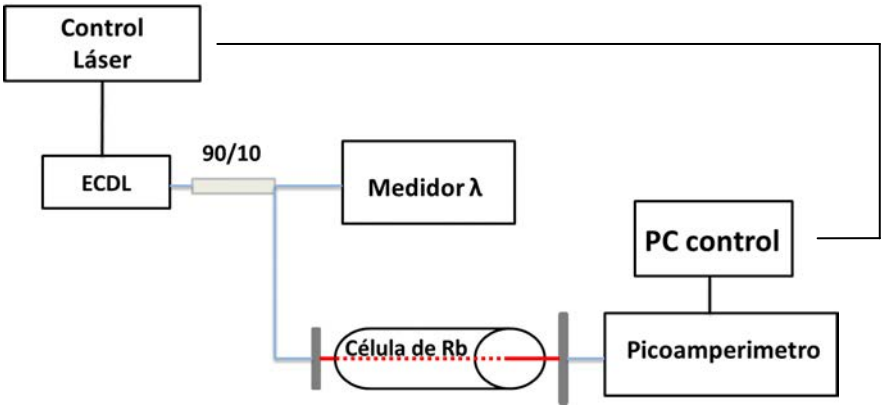

Figura 9: Esquema experimental del reloj de rubidio.

La cavidad del ECDL se modela como una doble cavidad acoplada: la cavidad externa tiene una longitud óptica que depende del ángulo de la red y del punto de pivote y la longitud efectiva de la cavidad interna cambia con la temperatura, con el cambio de índice de refracción, con la dilatación térmica y con la corriente de alimentación. La frecuencia de emisión del láser depende de la curva de ganancia del medio activo y de las pérdidas impuestas frecuencialmente dependientes de la cavidad. El diodo láser emite en una frecuencia cercana al máximo de la curva de ganancia compatible con alguno de los modos de resonancia de la cavidad de un resonador FP equivalente. Al variar el ángulo de la red se produce una variación en el rango espectral libre de la cavidad externa y, por ende, un desplazamiento de sus modos de resonancia. Cuando el desplazamiento del modo que está emitiendo supera la mitad de un rango espectral libre de la cavidad externa se produce un salto de modo.

En nuestro montaje experimental, los barridos angulares con paso fino se realizan mediante un transductor piezoeléctrico (SC110 Toptica), mientras que para la regulación de la intensidad del láser se utiliza un controlador (DCC110 Toptica). Variando simultáneamente ambos parámetros se puede seleccionar el modo deseado (780,241 nm). La salida del láser se inyecta en un acoplador 90/10. La salida con el 90% de potencia se utiliza para bombear la célula de rubidio, mientras que la salida con el 10% se utiliza para caracterizar la frecuencia del láser con un medidor de longitud de onda de alta precisión. Finalmente, la operación del láser se controla desde un programa informático (DigiLock110) instalado en un ordenador unido al fotodetector. Cuando la longitud de onda del láser varia, se produce una fluctuación de la potencia que es detectada por el fotodetector. Dicho software permite anclarla emisión del láser a la pendiente saturada de la absorción del rubidio correspondiente a la transición atómica $5^2\,S_{1/2} \rightarrow 5^2\,P_{3/2}$ (^{85}Rb) . Desde el programa informático se corrigen

automáticamente las variaciones de la longitud de onda respecto a la longitud de onda de anclado del láser con un circuito de realimentación en onda continua PID controlado desde el mismo programa.

2.3. Sistema de análisis

2.3.1. Unidad de batido

En el primer experimento, se realizó el batido entre la señal expandida y doblada procedente de la unidad de estabilización del OFC con la señal del láser estabilizado mediante el anclado en la pendiente de absorción saturada del átomo de rubidio correspondiente a la línea de absorción cercana a 780,24 nm. Para ello se diseñó una unidad de batido como la que se muestra a continuación:

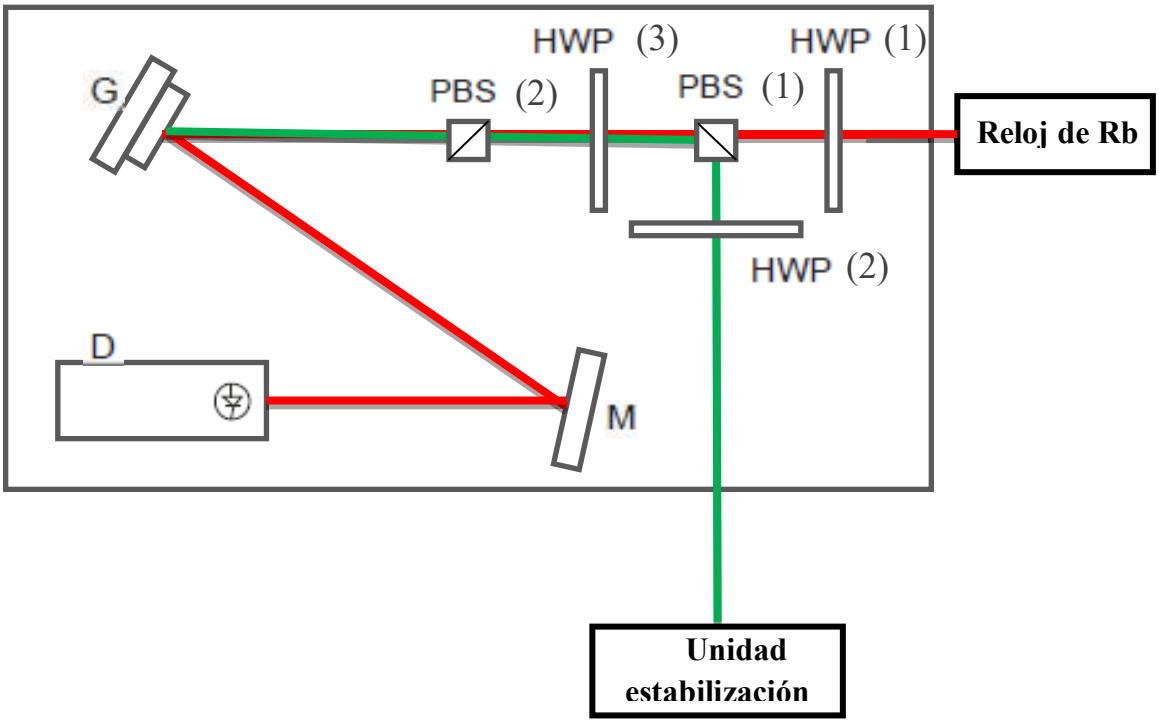

Figura 10: Esquema de la primera unidad de batido.

Previamente a la entrada en la unidad de batido, los haces del OFC y del láser estabilizado fueron colimados y alineados. La primera parte de la unidad de batido se configuró con dos láminas de media onda (HWP) y un divisor de haz polarizado (PBS). De esta forma, el haz del peine de frecuencias atraviesa la HWP (2) y el haz proveniente del láser atraviesa la HWP (1), uniéndose ambos en el PBS (1). Las polarizaciones de los haces del OFC y del láser se orientaron ortogonalmente entre sí para su unión en el PBS. Para orientar paralelamente las polarizaciones de los dos haces tras su unión, permitiendo así realizar el batido, se utilizó la HWP (3), que induce un desfase de 45º.A continuación, con el PBS (2) se permite pasar la componente vertical de los dos haces. Una red de difracción (G) de 1200 líneas/mm separa espectralmente la señal resultante,

siendo introducido el rango de interés en el detector (D) mediante un espejo plano (M).Dicho detector opera en el rango de longitudes de onda comprendidas entre los 400-1000 nm.

No obstante, tras un proceso exhaustivo de optimización, se determinó que la potencia en el rango de interés de la salida auxiliar del OFC, con un PPLN fijo y potencia limitada, era insuficiente para permitir la caracterización del batido. Con el objetivo de sobreponerse a esta limitación, se procedió a la realización de un segundo montaje experimental utilizando un PPLN externo[40] de niobatio de litio en la salida del amplificador 2 del OFC. El montaje resultante se presenta en la figura 11:

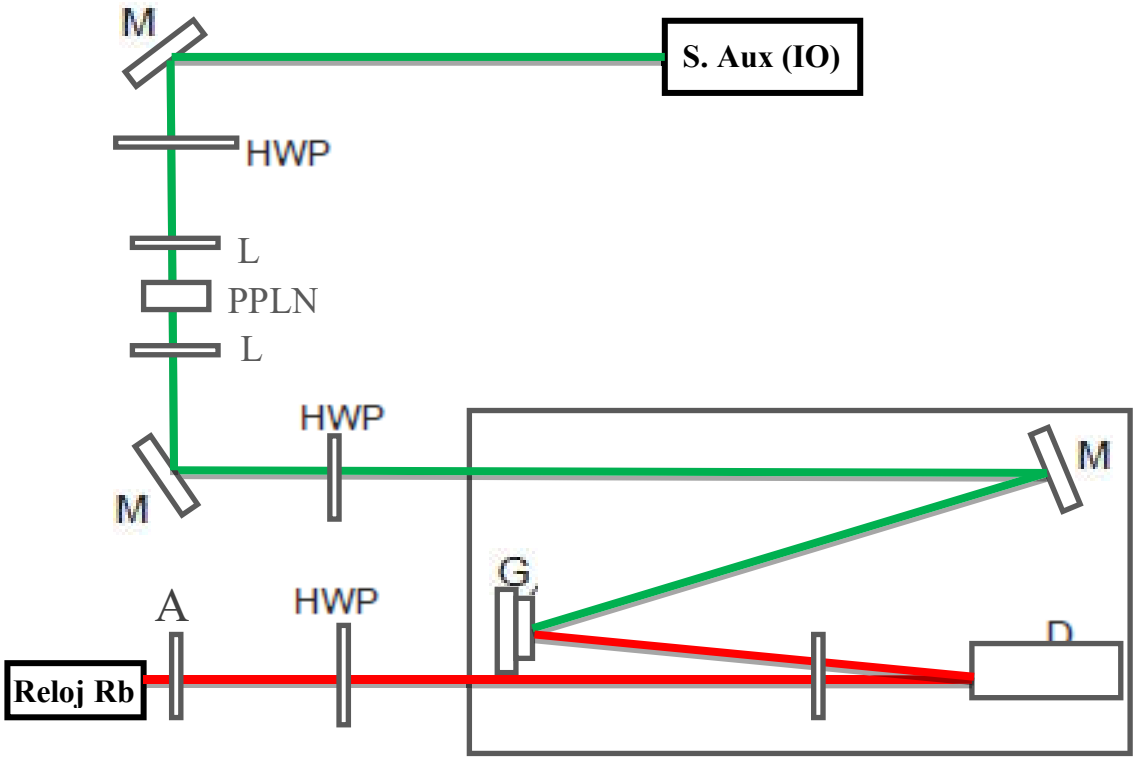

Figura 11: Esquema de la segunda unidad de batido.

Con el fin de optimizar la generación de segundo armónico en el PPLN, se incluyeron un control de polarización mediante HWP y de focalización con una lente convergente de 5 cm con movimiento controlado en los tres ejes. Al contrario que en el primer montaje descrito, ambos haces se combinan directamente en el detector, siendo la salida doblada del OFC la única que incide sobre la red de difracción. Asimismo, se incluyeron en la unidad de batido un atenuador variable para equilibrar las potencias de ambas ramas, y una lente convergente para reducir los requisitos de precisión de alineación del batido. De nuevo, la potencia útil del OFC resultó ser menor de lo esperado, siendo insuficiente para realizar la caracterización prevista.

A la vista de estas observaciones, se determinó la inviabilidad de la extensión del OFC disponible hasta la longitud de onda de 780 nm, requiriéndose un rediseño del oscilador principal y de los elementos internos de doblado y generación de supercontinuo que excedían el ámbito del presente trabajo. Se optó, por lo tanto, por la caracterización del oscilador de rubidio con un medidor de longitud de onda de alta resolución (HEWLETT PACKARD 86120C). Para completar la valoración de los datos obtenidos mediante el medidor de longitud de onda, se realizaron medidas de estabilización de un reloj en fibra basado en acetileno a 1550 nm.

2.3.2. Estabilización del láser en las absorciones saturadas del Rb

Para la estabilización del láser en una línea de absorción saturada del átomo de rubidio, se realizaron dos montajes. En la primera parte del experimento se llevó a cabo la saturación de la célula de rubidio aprovechando como haz de saturación la reflexión en la superficie del detector del haz principal por el método descrito en el apartado 2.2. (según la figura 9). En un segundo montaje, se saturó la célula mediante una entrada de un haz auxiliar contrapropagante en la célula de rubidio, siguiendo el siguiente esquema:

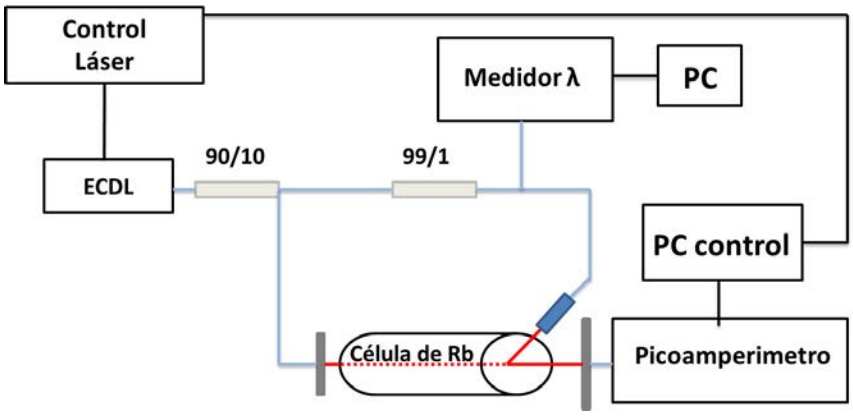

Figura 12. Montaje experimental para la estabilización del láser en las absorciones saturadas de rubidio mediante haz auxiliar contrapropagante.

La salida del láser se inyecta a un acoplador 90/10. La salida con el 10% de potencia se utiliza para bombear en sentido directo la célula de rubidio y la salida con el 90%, a través de un conector de fibra óptica, se une a la entrada de otro acoplador de fibra óptica de 99/1. La salida con el 1% de potencia se utiliza para conectar el montaje a un medidor de longitud de onda y la salida con el 99% se utiliza para bombear la célula de rubidio en sentido opuesto.

Durante el experimento, el control del láser se realiza con la unidad DL 100 System. Dentro de esta unidad, para realizar los barridos angulares con paso fino se utiliza un transductor piezoeléctrico (SC110 Toptica), y para la regulación de la intensidad en el láser se emplea un controlador (DCC110 Toptica). Variando simultáneamente ambos parámetros se selecciona el modo deseado (780,241 nm) y se visualiza en el medidor de longitud de onda. A continuación, se procede a realizar la estabilización del láser mediante el software DigiLock110, previamente descrito.

3. Resultados

3.1. Saturación de la célula de rubidio

A continuación se procede a comparar los montajes experimentales de las figuras 9 y 12 (respectivamente), mediante las medidas espectroscópicas realizadas con el software de estabilización.

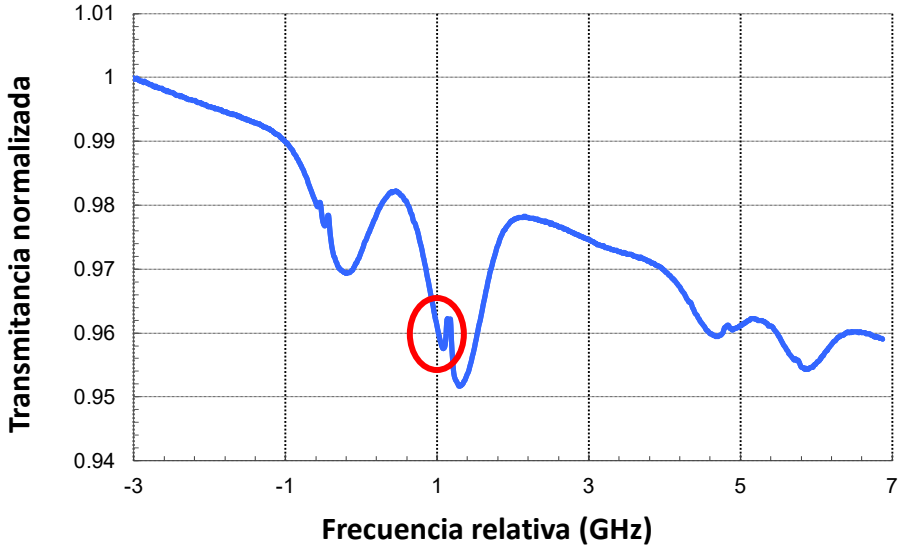

Figura 13: Espectroscopía de absorción del rubidio saturado por reflexión.

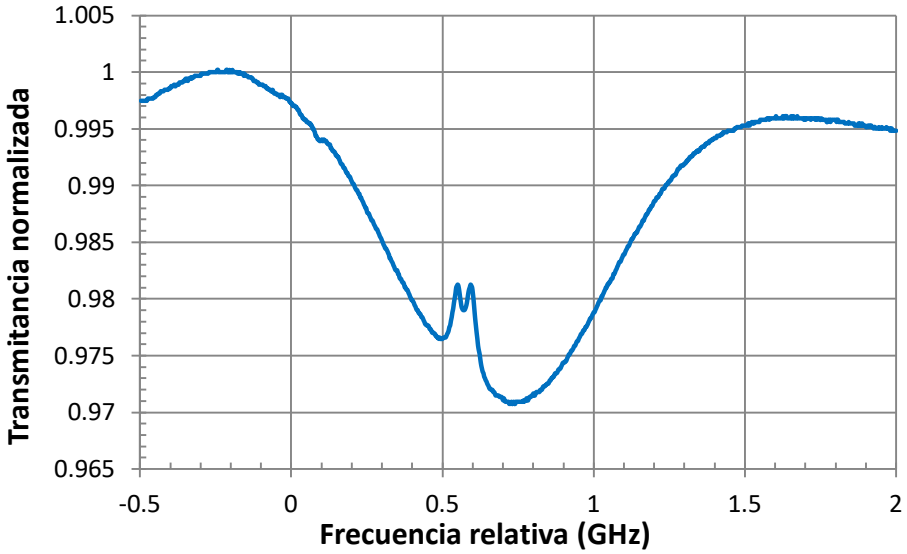

Figura 14: Ampliación de la transición $5^2\,S_{1/2} \rightarrow 5^2\,P_{3/2}$ (^{85}Rb) de la espectroscopia de absorción del rubidio saturado por reflexión.

Se pueden observar perfectamente las cuatro transiciones atómicas de los dos isótopos del átomo de rubidio. Por otro lado, se aprecia la aparición de un pico en la pendiente de la transición atómica correspondiente a $5^2\,S_{1/2} \rightarrow 5^2\,P_{3/2}$ (^{85}Rb) como

resultado de la saturación de la célula de rubidio. En la figura 15 se muestra la espectroscopia del átomo de rubidio saturado por una entrada auxiliar del haz del láser en la célula de rubidio.El efecto de la saturación se traduce en un pico en la transición atómica $5^2 S_{1/2} \rightarrow 5^2 P_{3/2}$ (^{85}Rb) más pronunciado que en el caso de la saturación por reflexión y corresponde con la transición hiperfina del átomo de rubidio. En ambos montajes experimentales se consigue realizar con éxito la absorción saturada del rubidio. Por lo tanto, ambos montajes son válidos para la implementación del reloj del óptico.

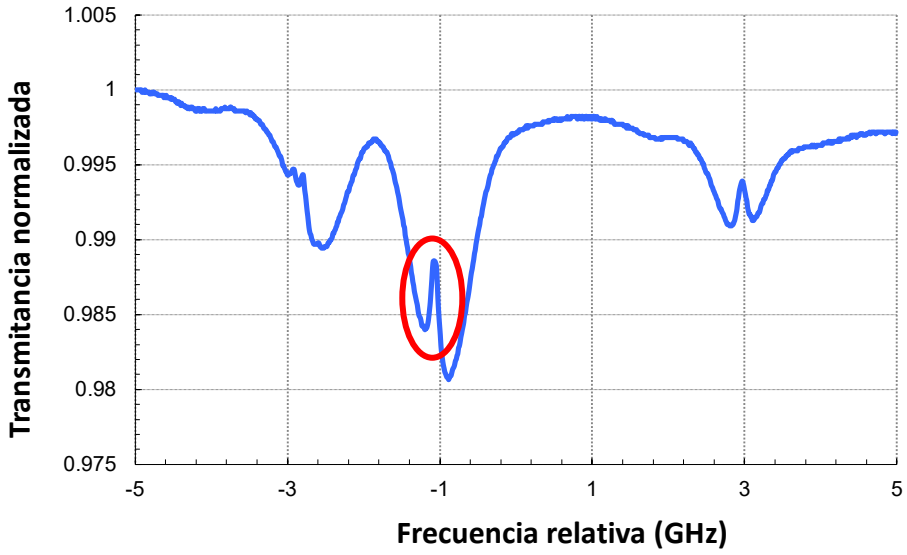

Figura 15: Espectroscopia de absorción saturada del rubidio mediante haz auxiliar contrapropagante.

3.2. Optimización de la realimentación

Con el fin de optimizar el anclado del láser a las líneas de absorción, se realiza un análisis de los valores óptimos que debe tomar los parámetros del circuito de realimentación en onda continua PID (P: parámetro proporcional, I: parámetro integrador, D: parámetro derivativo). Este análisis permite optimizar la velocidad de corrección de desviaciones del láser, sin llegar a entrar en un régimen de sobreoscilación, minimizando así el rango de variaciones de la salida del reloj. Para ello, se fija el valor de P por convención del software de estabilización y se analiza la tendencia de la desviación de Allan para diferentes valores de ID en un tiempo de análisis de 8 minutos.

La figura 16 muestra dicha desviación para valores variables de I, manteniendo fijos P y D (P = 9000, D = 20). Para un valor de $I = 700$ la desviación de Allan no sigue una tendencia monótonamente decreciente, mientras que para un valor de $I = 500$ se cumple esta tendencia pero el valor en la medidas de la desviación de Allan es mayor que para un valor de $I = 1000$. Por lo tanto, para un PID de $9000/1000/20$, la desviación de Allan sigue una tendencia adecuada y el valor de la incertidumbre

alcanzada es de $3{,}21 \times 10^{-10}$(0,25 fm, 780 nm) a largo plazo y de $5{,}52 \times 10^{-10}$ (0,43 fm, 780 nm) a corto plazo. Nótese que el último dato de cada serie (medida a largo plazo) resulta menos fiable al contar con menos segmentos de señal para realizar el cálculo.

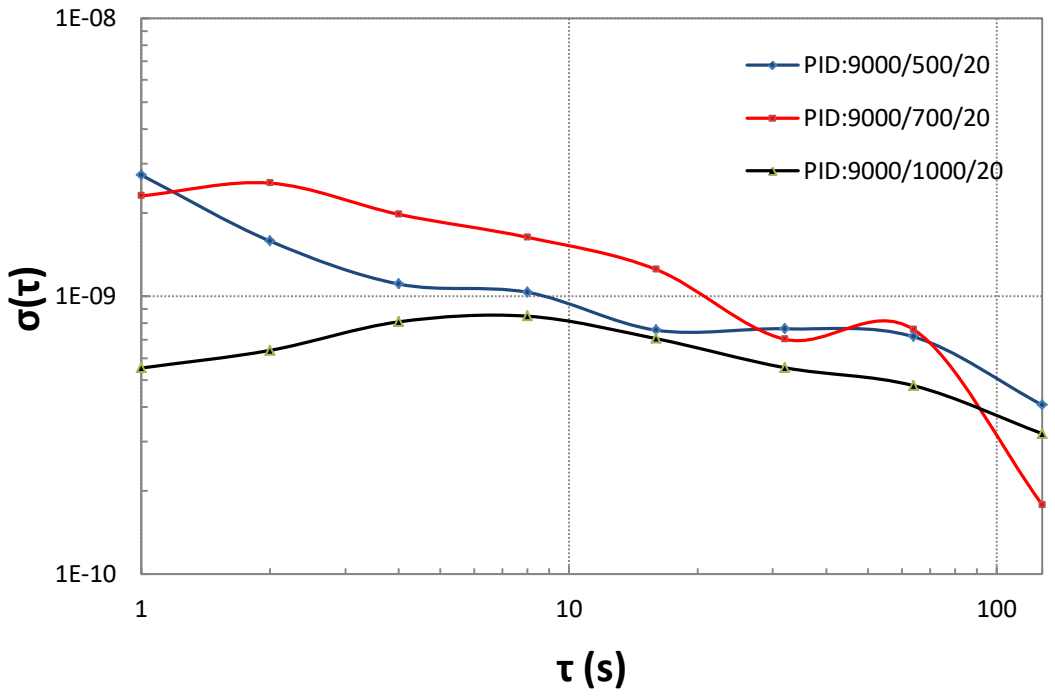

Figura 16: Desviación de Allan para I variable.

Una vez definidos los valores óptimos de P y de I, se procedió a variar D. A continuación se muestran los resultados de la desviación de Allan obtenidos para diferentes valores de D. Como se puede observar, para valores variables de D, manteniendo fijos P y I (P = 9000, I = 1000). Para un valor de $D = 100$ la desviación de Allan no sigue una tendencia monótonamente decreciente, mientras que para $D = 50$ se cumple esta tendencia pero el valor de la desviación de Allan es mayor que para un valor de $D = 20$. Consecuentemente, se tomaron como valores óptimos definitivos PID:9000/1000/20 ya que era la configuración que proporcionaba mayor estabilidad y menor incertidumbre tanto a corto plazo ($5{,}52 \times 10^{-10}$ (0,43 fm, 780 nm)) como a largo plazo ($3{,}21 \times 10^{-10}$(0,25 fm, 780 nm)).

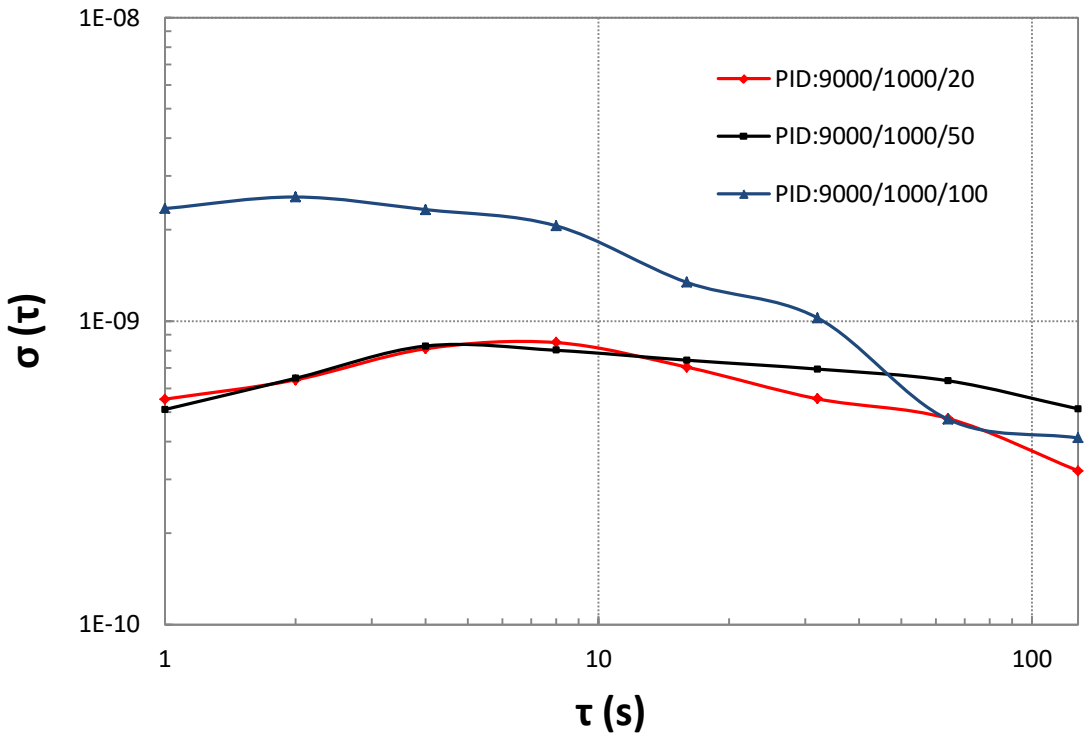

Figura 17: Desviación de Allan para D variable.

3.3. Análisis de estabilidad

Una vez optimizado el circuito de realimentación, se procedió a caracterizar la estabilización de las diversas configuraciones de anclado a la transición atómica $5^2 S_{1/2} \rightarrow 5^2 P_{3/2}$ (^{85}Rb). En particular, se caracterizó el anclado con y sin saturación para los dos montajes descritos, es decir, con reflexión en el detector y con haz auxiliar. La figura 18 muestra los resultados para el primer caso, con un tiempo de medida de 8 minutos y los valores de PID determinados en el apartado 3.2 (9000/1000/20).

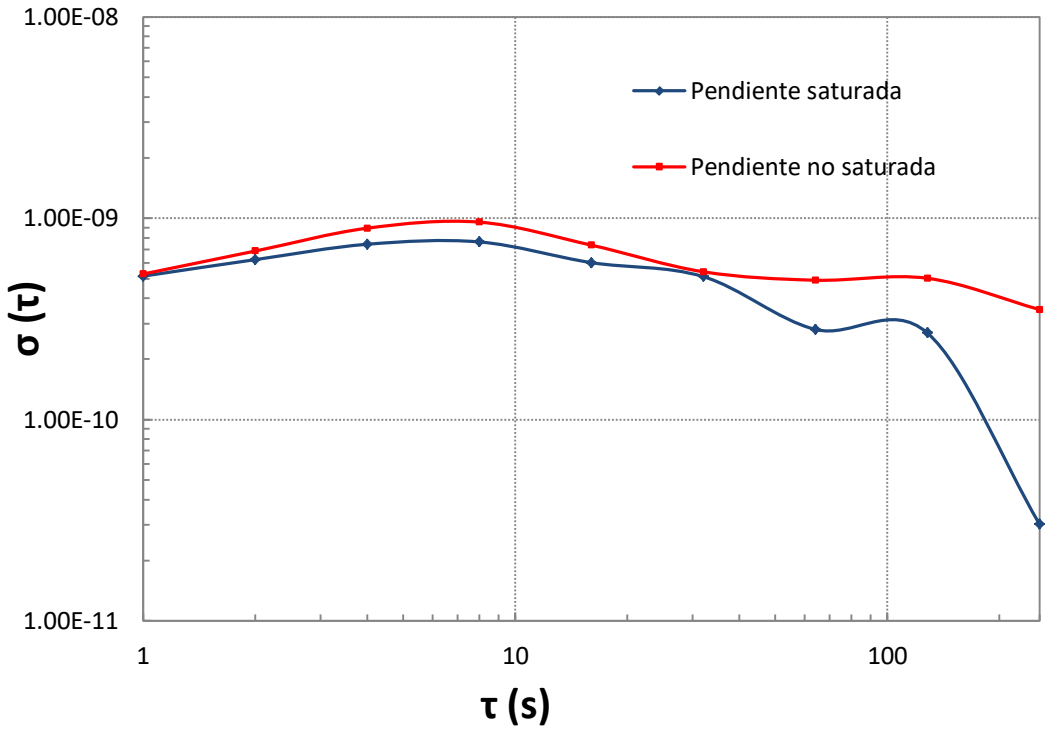

Figura 18: Desviación de Allan con saturación por reflexión en el detector.

Para el anclado en la pendiente no saturada, la incertidumbre alcanzada es de $3{,}52 \times 10^{-10}$ (0,27 fm, 780 nm) a largo plazo y de $5{,}28 \times 10^{-10}$ (0,41 fm) a corto plazo; mientras que para el anclado en la pendiente saturada, la incertidumbre alcanzada es de $3{,}03 \times 10^{-11}$ (0,023 fm) a largo plazo y de $5{,}16 \times 10^{-10}$ (0,40 fm) a corto plazo.

La figura 19 muestra los resultados para el segundo caso (haz auxiliar), con un tiempo de medida de 1 hora y los mismos valores de PID. Para el caso de la estabilización del láser en la pendiente no saturada, la incertidumbre alcanzada es de $1{,}26 \times 10^{-9}$ (0,98 fm, 780 nm) a largo plazo y de $4{,}98 \times 10^{-10}$ (0,39 fm) a corto plazo; y para la estabilización del láser en la pendiente saturada, la incertidumbre alcanzada es de $2{,}78 \times 10^{-10}$ (0,22 fm) a largo plazo y de $6{,}44 \times 10^{-10}$ (0,50 fm) a corto plazo.

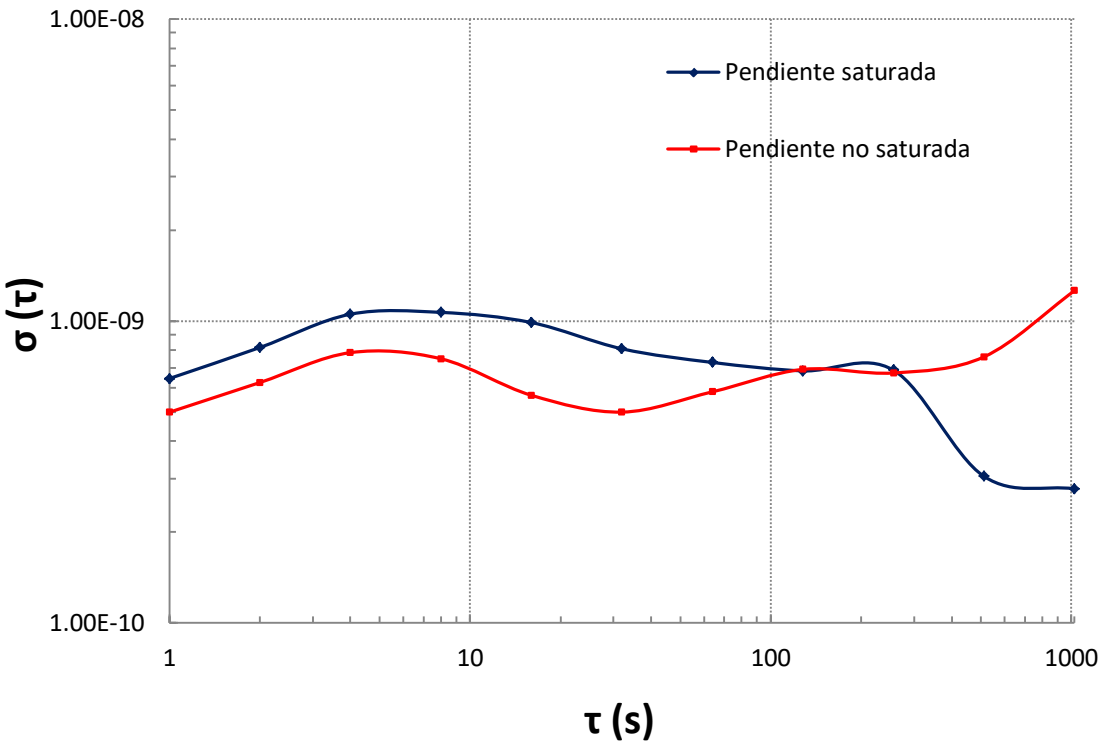

Figura 19: Desviación de Allan con saturación por haz contrapropagante.

Como se puede observar, en ambos experimentos, las incertidumbres obtenidas a largo plazo en la estabilización del láser mediante el anclado en la pendiente saturada son menores que en el caso del anclado en la pendiente no saturada. Para valores a corto plazo en el montaje experimental de la saturación por reflexión en el detector se obtienen prácticamente los mismos valores de incertidumbre, mientras que con un haz auxiliar se obtiene una menor incertidumbre en el anclado en la pendiente no saturada. Analizando la evolución de las estabilidades del láser de los dos montajes, se observa que la tendencia de la desviación de Allan es plana en ambos experimentos. Nótese que el último valor obtenido en la desviación de Allan es menos fiable debido a que el periodo de muestreo es mayor, lo que explica la brusca variación final de la figura 19. Tomamos por lo tanto como valor final el punto anterior: $7{,}60 \times 10^{-10}$ (0,59 fm, 780 nm).

Se concluye, por lo tanto, que en los dos anclados realizados, tanto en la pendiente saturada como no saturada, de ambos montajes experimentales son válidos para la implementación del reloj atómico, operando dentro de un rango de prestaciones esperado. Las mejores estabilidades alcanzadas son las correspondientes al anclado a largo plazo en la pendiente saturada en ambos experimentos. Como se ha comentado previamente, la saturación mejora la desviación de Allan y define con mayor exactitud la posición del centro de la línea de absorción ya que cuanto más pronunciada es la pendiente de la absorción, mejor estabilidad se obtendrá. La tabla I muestra el resumen de los datos descritos:

Tabla I. Resumen de los datos obtenidos.

	Pendiente no saturada		**Pendiente saturada**	
Saturación	Corto plazo	Largo plazo	Corto plazo	Largo plazo
Reflexión	$5{,}28 \times 10^{-10}$	$3{,}52 \times 10^{-10}$	$5{,}16 \times 10^{-10}$	$3{,}03 \times 10^{-11}$
Haz auxiliar	$4{,}98 \times 10^{-10}$	$1{,}26 \times 10^{-9}$	$6{,}44 \times 10^{-10}$	$2{,}78 \times 10^{-10}$
Longitud de onda	$(780{,}780 \pm 0{,}003)$ nm			

3.4. Cálculo de incertidumbres

La contribución a la incertidumbre de la medida y la frecuencia viene dada por los siguientes valores:

Tabla II: Cálculo de la incertidumbre.

Magnitud	**Símbolo**	**Tipo**	**Valor**	**Contribución**
Resolución medidor de λ	δf_{res}	B	0,1 pm	$2{,}89 \times 10^{-5}$ nm
Incertidumbre en la calibración del medidor de λ.	f_λ	B	3 pm	$1{,}5 \times 10^{-3}$ nm
Anchura espectral	**FWHM**	B	750 kHz	$0{,}65 \times 20^{-7}$ nm
$\sum \boldsymbol{U}\ (\boldsymbol{x}) \quad (\boldsymbol{k} = \mathbf{2})$				3×10^{-3} nm
Longitud de onda ref.	**λ**		780,78 nm	

Las incertidumbres obtenidas están limitadas por la resolución, por la incertidumbre en la calibración y por el ruido del medidor de longitud de onda utilizado.

3.5. Comparación con reloj óptico de acetileno

Ante la imposibilidad de caracterizar el reloj de rubidio con el OFC, a continuación se muestran los resultados obtenidos en un experimento de control en el que se realiza la caracterización de un reloj de acetileno en fibra con dicho OFC[41].

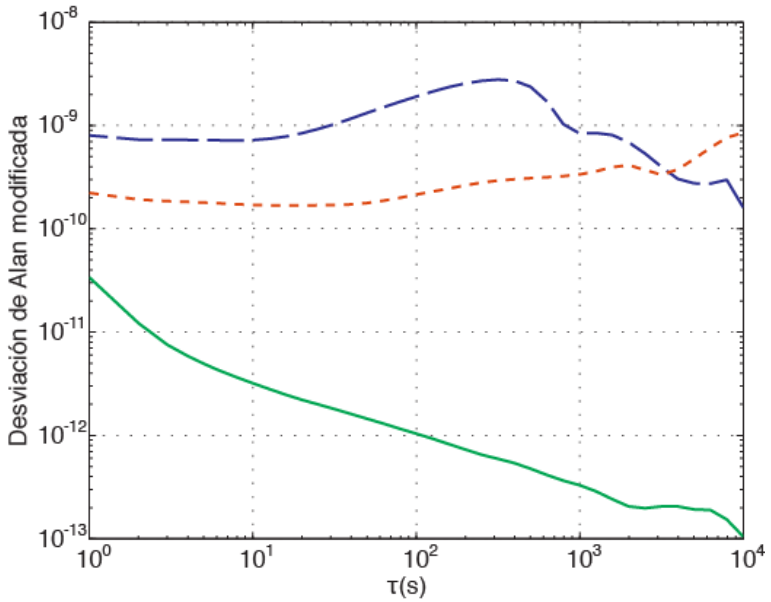

Figura 20: Desviación de Allan Modificada del oscilador de acetileno. La traza verde corresponde a la incertidumbre del OFC, la azul corresponde a la estabilización en la línea P25 del acetileno y la roja corresponde a la estabilización de la línea P11 del acetileno.

A diferencia del valor de la incertidumbre del medidor de longitud de onda, la incertidumbre de un OFC a corto plazo es de $3{,}3 \times 10^{-11}$ y a largo plazo de1×10^{-13}. Por lo tanto, no es un factor limitante y la incertidumbre en la medida no se verá afectada por este factor. La estabilización del láser en la línea P25 (1541 nm) del acetileno tiene una incertidumbre a corto plazo de 8×10^{-10} y a largo plazo de $1{,}7 \times 10^{-10}$ y en la línea P11 (1532 nm) del acetileno tiene una incertidumbre a corto plazo de $2{,}1 \times 10^{-10}$ y a largo plazo de 8×10^{-10}.

Comparando los resultados obtenidos en la caracterización del reloj de rubidio con un medidor de longitud de onda y los obtenidos en la caracterización de un reloj de acetileno con un OFC se puede observar que los resultados obtenidos en el TFM son consistentes, obteniéndose incertidumbres del mismo orden.

4. Conclusiones

En el presente trabajo se ha caracterizado el reloj atómico de rubidio centrado en $\lambda \sim 780$ nm. Para ello se han llevado a cabo las siguientes tareas:

- Montaje experimental del reloj de rubidio.
- Saturación la célula de rubidio por dos métodos: mediante reflexión en la superficie del detector y mediante haz auxiliar contrapropagante.
- Estabilización del reloj mediante anclado en la pendiente saturada y no saturada de la transición atómica $5^2\,S_{1/2} \rightarrow 5^2\,P_{3/2}$ (^{85}Rb).
- Optimización de los parámetros del PID para mejorar la estabilidad del reloj.
- Realización de dos montajes experimentales alternativos para la caracterización del reloj atómico de rubidio con el IO-OFC: uno basado en una señal auxiliar extraída de la unidad de estabilización, y otro basado en un doblado mediante PPLN externo.
- Caracterización de la estabilidad a corto y largo plazo (desviación de Allan) del reloj de rubidio mediante un medidor de longitud de onda.

Como resultado de las tareas descritas, se han obtenido las siguientes conclusiones principales:

- No ha sido posible extender el rango de operación del OFC disponible hasta los 780 nm debido a las características espectrales de la emisión natural del peine.
- El reloj atómico desarrollado presenta una estabilidad acorde con la teoría y con las comparaciones realizadas con relojes en el rango de las comunicaciones ópticas, con varianzas comprendidas en un rango de $1{,}26 \times 10^{-9}$ a $3{,}03 \times 10^{-11}$.
- Tanto el esquema de saturación basado en reflexiones internas como el basado en haz auxiliar presentan prestaciones similares, pudiendo ser utilizados indistintamente en aplicaciones metrológicas.

5. Bibliografía

[1] J. Kovarevsky and P. K. Seidelmann, "Fundamentals of Astrometry", Cambridge University Press (2004).

[2] C. Feixa, "Del reloj de arena al reloj digital", Revista de Estudios sobre juventud**19**, 6-27 (2003).

[3] J. D. Barquero, "Enciclopedia del reloj de bolsillo: Historia, catalogación, mecánica y detalles de las mayores colecciones públicas, privadas y museos internacionales", Amat Editorial, Barcelona (2004).

[4] J. A. Mcllroy "The history of the Greenwich Time Signal from 1924 to the present day", J. Eng. Sci. and Ed. **2**, 281-288 (1993).

[5] J. M. M. de la Fuente, "La medida del tiempo II: Relojes modernos", Revista de ciencias **4**, 22-27 (2014).

[6] P. de Vicente Abad, "La medida del tiempo", Anuario del Observatorio Astronómico de Madrid **1**, 374-401 (2011).

[7] J. M. Senovilla, "Historia de la medición del tiempo: Astronómico, físico, atómico", Universidad del País Vasco, (2012).

[8] F. Riehle, "Frequency Standards, Basics and applications", Wiley-VCH Verlag GmbH, Weinheim (2004).

[9] U. E. Bilbao, "Del progreso científico al desarrollo tecnológico, del desarrollo tecnológico al progreso científico: El GPS como caso de estudio", Revista española de ciencia, tecnología y sociedad, y filosofía de la tecnología **4**, 83-115 (2001).

[10] J. J. González de la Rosa "Procesos de Ruido Interno en los Circuitos Electrónicos", Publicaciones de la Universidad de Cádiz, Cádiz (2005).

[11] http://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/second.html

[12] M. A. Humphrey, "Precision measurements with atomic hydrogen masers", Tesis Doctoral, Universidad de Harvard, Cambridge (Massachusetts) (2003).

[13] MHM 2010 (Active Hydrogen Maser), datasheet of Microsemi.

[14] 5071A (Primary Frequency Standard), datasheet of Microsemi.

[15] A. D. Ludlow, M. M. Boyd, Jun Ye, E. Peik and P.O. Schmidt, "Optical Atomic Clocks", Rev. Mod.Phys. **87(2)**, 637(2015).

[16] S. A. Diddams, T. Udem, J. C. Bergquist, E. A. Curtis, R. E. Drullinger, L. Hollberg, W. M. Itano, W. D. Lee, C. W. Oates, K. R. Vogel and D. J. Wineland, "An optical clock based on a single trapped $199Hg^{+}$ ion", Science **293**, 825-828 (2001).

[17] E. L. Raab, E. M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. Pritchard, "Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure", Phys. Rev. Lett.**59**, 1987-2631 (1987).

[18] *B. J. Bloom, T. L. Nicholson, J. R. Williams, S. L. Campbell, M. Bishof, X. Zhang, W. Zhang, S. L. Bromley and J. Ye, "An optical lattice clock with accuracy and stability al the* 10^{-18} *level",* Nature **506**, 71-75 (2014).

[19] F. Riehle, "Frequency Standards, Basics and applications", Wiley-VCH Verlag GmbH, Weinheim (2004).

[20] *S. T. Cundiff and J. Ye, "Femtosecond optical frequency comb: Principle, Operation and Applications",* (Springer, Norwell, *2003*).

[21] F. J. Galindo Mendoza, "¿Sabías que la varianza de Allan es el estadístico adoptado para la caracterización de la inestabilidad de relojes de precisión?", e-medida **7**, (2014).

[22] T. Udem, J. Reichert, R. Holzwath, S. Diddams, D. Jones, J. Ye, S. Cundiff, T.Hänsch and J. L. Hall, "A new type of frequency Chain ans its application to fundamental frequency metrology", 125-144, (Springer, Berlin, 2001).

[23] T. W. Hänsch and J. L. Hall, "Passion for precision (nobel lecture)", Rev. Mod. Phys **78**, 1297-1309 (2006).

[24] T. W. Hänsch and J. L. Hall, "History of optical comb development. In Femtosecond Optical Frequency Comb Technology", Springer Science Business Media, 1-11 (2005).

[25] S. A. Diddams, L. Hollberg, L.-S. Ma and L. Robertsson, "A femtosecond-laser-based optical clockwork with instability $\leq 6.3 \times 10^{-16}$ in 1 s", Opt.Lett. **27**, 58–60 (2002).

[26] D. J. Jones, "Carrier-Envelope Phase Control of Femtosecond Mode Locked lasers and Direct optical Frequency Synthesis", Science **288**, 635-639 (2000).

[27] K. Sala and M. C. Richardson, "Optical Kerr effect induced by ultrashort laser pulses", Physical Review A**12**, 1036-1047 (1976).

[28] E. Pérez González, "Caracterización de Pulsos de Luz Láser Ultracortos", Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, (2003).

[29] P. Corredera, "Desarrollo de patrones de frecuencia ópticos para comunicaciones ópticas", e-medida **2**, (2012).

[30] S.Schiller, "Spectrometry with frequency combs", Opt. Lett. **27**, 766–768 (2002).

[31] A. Carrasco, "Generación de frecuencias de referencia para la calibración de sistemas WDM en comunicaciones ópticas", Tesis Doctoral, Universidad de Granada, 2007.

[32] J. Galindo-Santos, M. Alacon-Camas, A. Carrasco-Sanz, S. Martín-López and P. Corredera, "Desarrollo de patrones de frecuencia en el IR basados en láseres de diodo", Opt. Pura **45**, 221-231 (2012).

[33] B. R. Washburn, S. A. Diddams, N. R. Newbury, J. W. Nicholson, M. F. Yan and C. G. Jørgensen, "Phase-locked, erbium-fiber-laser-based frequency comb in the near infrared", Opt. Lett. **29**, 250-252 (2004).

[34] G. Mileti, J. Deng, J.Q. Walls, F.L. Walls and J. P. Lowe and R. E. Drullinger, "Recent progress in laser-pumped rubidium gas-cell frequency standards", Proceedings of the 1996 IEEE International, 1066-1072 (1996).

[35] G.G. Rayner-Canham and L. R. Escalona García, "Química inorgánica descriptiva", Pearson Educación, Méjico (2000).

[36] *P. Siddons, C. S. Adams, C. Ge and I. G. Hughes, "Absolute absorption on rubidium D lines: comparison between theory and experiment", J. Phys* ***41****, 15 (2008).*

[37] S. Villarba, "Espectroscopia de átomos de Rb confinados en vidrio poroso", Universidad de la República, Uruguay, (2014).

[38] M. Luda, J. Codnia and M. L. Azcárate, "Espectroscopia de la línea D_2 del rubidio mediante un diodo láser realimentado con cavidad externa", ANALES AFA **25**, (2014).

[39] "Doppler-Free Spectroscopy", MIT Department of Physics (2012).

[40] D. Taverner, P. Britton, P.G.R. Smith, D.J. Richardson, G.W. Ross and D.C. Hanna, "Highly efficient second-harmonic and sum-frequency generation of nanosecond pulses in a cascaded erbium-doped fiber: periodically poled lithium niobate source", Opt. Lett. **23**, 162-164 (1998).

[41] J. Galindo-Santos, A. V. Velasco and P. Corredera, "Brillouin filtering of optical combs for narrow linewidth frequency synthesis", Optics Communications **366**, 33-37 (2016).

PUBLICACIONES DE DEFENSA

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE DEFENSA
SECRETARÍA GENERAL TÉCNICA
SUBDIRECCIÓN GENERAL DE PUBLICACIONES Y PATRIMONIO CULTURAL