REAL INSTITUTO Y OBSERVATORIO DE LA ARMADA EN SAN FERNANDO
BOLETÍN ROA N.º 1/2019

MEJORA DE LOS ALGORITMOS DE REDUCCIÓN ASTROMÉTRICA EMPLEADOS PARA LA DETERMINACIÓN DE ÓRBITAS DE SATÉLITES GEOESTACIONARIOS Y GEOSÍCRONOS

MINISTERIO DE DEFENSA

CATÁLOGO GENERAL DE PUBLICACIONES OFICIALES
http://cpage.mpr.gob.es

Edita:

MINISTERIO DE DEFENSA
SECRETARÍA GENERAL TÉCNICA

https://publicaciones.defensa.gob.es/

© Autor y editor, 2019

NIPO: 083-19-204-1 (impresión bajo demanda)
NIPO: 083-19-205-7 (edición en línea)

Fecha edición: junio 2019

Las opiniones emitidas en esta publicación son de la exclusiva responsabilidad del autor de la misma.
Los derechos de explotación de esta obra están amparados por la Ley de la Propiedad Intelectual. Ninguna de las partes de la misma puede ser reproducida, almacenada ni transmitida en ninguna forma ni por medio alguno, electrónico, mecánico o de grabación, incluido fotocopias, o por cualquier otra forma, sin permiso previo, expreso y por escrito de los titulares del © *Copyright*.

Foto portada:

Fachada del Edificio Principal del Real Instituto y Observatorio de la Armada en San Fernando (siglo XVIII).

Memoria del Proyecto de Investigación

Fundación Alvargonzález

Real Instituto y Observatorio de la Armada

Título:

MEJORA DE LOS ALGORITMOS DE REDUCCIÓN ASTROMÉTRICA EMPLEADOS PARA LA DETERMINACIÓN DE ÓRBITAS DE SATÉLITES GEOESTACIONARIOS Y GEOSÍCRONOS

Autor:

José Luis Gutiérrez Sacristán[1]

Supervisor:

T.N. Lluís Canals Ros[2]

Fecha:

7 de mayo de 2019

---

[1] Ingeniero de Telecomunicación. Doctorando en el Programa de Doctorado en Tecnologías de la Información y las Telecomunicaciones, Universidad de Valladolid.

[2] Jefe de la Sección de Astronomía del Real Instituto y Observatorio de la Armada en San Fernando (Cádiz).

Índice

Prólogo 5

Resumen 7

1. Introducción 9

2. Metodología 11

2.1. Problema a resolver 11

2.2. Hipótesis de trabajo 11

2.3. Análisis del estado de la técnica 12

2.4. Objetivos y entregables 12

2.5. Medios materiales 13

3. Resultados 15

3.1. Algoritmo de reducción astrométrica propuesto 15

3.1.1. Descripción general del algoritmo 15

3.1.2. Acondicionamiento de las imágenes capturadas 15

3.1.3. Máscara de píxeles defectuosos 16

3.1.4. Localización de candidatos 17

3.1.5. Sistema proyectivo e interpolación 17

3.1.6. Proyección de la imagen en un sistema de Coordenadas Ecuatoriales 18

3.1.7. Simulación de las trazas de estrellas del fondo de referencia 20

3.1.8. Filtro adaptado usando solo la fase de la transformada de Fourier 21

3.1.9. Método astrométrico aplicado a los candidatos 24

3.2. Caracterización óptica de astrógrafos 25

3.2.1. Requisitos 25

3.2.2. Método de trazado de rayos inverso 25

3.2.3. Zona activa y respuesta angular de cada píxel 26

3.2.4. Respuesta espectral 26
3.2.5. Viñeteo 27
3.2.6. Distorsión de campo 27
3.2.7. Parametrización de la PSF mediante *shapelets* polares 28
3.3. Software desarrollado 30
3.3.1. Simulación óptica por trazado de rayos: *Lynx Ray-Tracer* 30
3.3.2. Parametrización de la PSF: *Lynx Shapelets* 31
3.4. Caracterización de la Cámara Baker-Nunn del TFRM 32
3.4.1. Efecto de una mala colimación en la parametrización de la PSF 33
4. Interpretación 35
4.1. Principales aportaciones realizadas 35
4.2. Limitaciones de la investigación 35
4.3. Otras observaciones 36
5. Conclusiones y líneas futuras 37
Agradecimientos 39
Referencias bibliográficas 41
Figuras 45
Índice de figuras 91
Apéndice: Prescripción óptica de la cámara Baker-Nunn del TFRM 99

Prólogo

El proyecto de investigación objeto de esta memoria surge como resultado de una colaboración académica entre el Real Instituto y Observatorio de la Armada en San Fernando (ROA) y la Universidad de Valladolid, materializada mediante una estancia de investigación del autor, como parte de los requisitos académicos para la obtención del título de Doctor según el Programa de Doctorado en Tecnologías de la Información y las Telecomunicaciones de la Universidad de Valladolid.[3]

La estancia se ha realizado en la Sección de Astronomía del ROA bajo la supervisión del T.N. Lluís Canals Ros, de forma presencial entre los meses de febrero y septiembre de 2018, y continuada a distancia por una duración total de un año.

En fecha 11 de abril de 2019, el autor presentó los resultados de la investigación por medio de conferencia pronunciada en la Escuela de Estudios Superiores de la Armada.

La iniciativa ha contado con el respaldo económico de la Fundación Alvargonzález, por medio de la "Beca de Investigación sobre temas de actividad científica y cultural del Real Instituto y Observatorio de la Armada", en su convocatoria de 2018.

[3] Por constituir parte intrínseca de sus estudios de doctorado, el autor se reserva el derecho a incluir en la memoria de su tesis doctoral, actualmente en fase de redacción, todo o parte del contenido de esta memoria y de la investigación relacionada, así como a emplearlo en la elaboración de publicaciones científicas en revistas indexadas.

Resumen

En el contexto de las técnicas de reducción astrométrica de imágenes digitales propias de tareas de vigilancia espacial, en esta memoria se presenta un algoritmo específicamente concebido para la medición de las posiciones de satélites geoestacionarios o geosíncronos respecto al fondo de estrellas.

La técnica se fundamenta en un conocimiento preciso de las características ópticas del astrógrafo empleado, con la finalidad de poder simular la distribución de la irradiancia en la superficie del sensor de imagen para, a continuación, determinar la ubicación de las estrellas de referencia mediante la aplicación de un filtro adaptado, en particular, una variante no lineal basada exclusivamente en las fases espectrales. Las posiciones de los satélites se extraen tras suprimir de la imagen las trazas de las estrellas de fondo.

La principal dificultad práctica de este método reside en la caracterización óptica del instrumento, exigiéndose un conocimiento exacto de sus parámetros ópticos de diseño, los cuales son empleados para realizar una simulación mediante trazado de rayos.

Para tal fin, se ha desarrollado un simulador óptico, denominado *Lynx Ray-Tracer*, que presenta como característica novedosa la capacidad de realizar un trazado de rayos de manera inversa, partiendo desde cada píxel del sensor y dirigiéndose hacia el exterior del instrumento. Esto facilita la inclusión en el modelo de parámetros tales como la respuesta angular de cada píxel (especialmente crítico si se emplean sensores con micro lentes) y, sobre todo, simplifica significativamente el proceso de reducción astrométrica al trasladar el proceso de medida desde el dominio de la imagen proyectada en el plano sensor, a un espacio de geometría esférica que alberga las direcciones de los rayos en la apertura del telescopio, de forma más consonante con los datos disponibles en los catálogos astrométricos.

La parametrización de las aberraciones ópticas del astrógrafo, imprescindible para la creación del filtro adaptado, se materializa en forma de desarrollos en serie sobre el conjunto de funciones base de los denominados *shapelets* polares, especialmente indicados para analizar las funciones de dispersión de punto propias de sistemas de formación de imagen en diferentes estados de colimación.

Usando este método se ha realizado la caracterización óptica completa de la cámara Baker-Nunn modificada del Telescopio Fabra-ROA en el Montsec (TFRM).

1. Introducción

Este proyecto de investigación se enmarca dentro de las técnicas de reducción astrométrica aplicadas al caso particular de imágenes de satélites geoestacionarios o geosíncronos sobre fondo de estrellas, capturadas sin seguimiento sidéreo (a telescopio parado) con un instrumento óptico de distancia focal moderada (~500 mm) y relación focal muy reducida (~f/1), dotado de un sensor electrónico de imagen de gran tamaño (~36 mm de lado), apto para tareas de vigilancia espacial, como es el caso de la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM.[4]

Las principales dificultades encontradas en comparación con los métodos tradicionalmente empleados en astrometría[5], surgen de la necesidad de emplear tiempos de exposición más breves (dado el carácter móvil de las fuentes a medir), lo que inevitablemente perjudica la relación señal ruido. Para paliar este problema se emplean regímenes de seguimiento diferentes del sidéreo, adaptados al movimiento de los satélites de interés; en este caso, las estrellas empleadas como fondo de referencia aparecerán como trazas lineales en lugar de formas puntuales, impidiendo el empleo de los métodos de reducción astrométrica habituales (Lang et al. 2009)(Bertin y Arnouts 2003). Asimismo, se recurre al empleo de instrumentos con relación focal mucho menor que en astrometría clásica, lo que conlleva la presencia de aberraciones ópticas más acusadas.

A lo largo de los siguientes apartados se realiza un recorrido que parte del planteamiento del problema a resolver en su contexto detallado, seguido por los resultados obtenidos, que incluyen la descripción de un novedoso algoritmo astrométrico propuesto y un método de caracterización de astrógrafos basado en simulación, que es aplicado a la cámara Baker-Nunn del TFRM. Por último, se examinan las aportaciones realizadas, abriendo el camino a las conclusiones y futuras líneas de trabajo.

---

[4] Telescopio Fabra-ROA en el Montsec (Fors et al. 2013).

[5] Si se desea tener un conocimiento más detallado de los métodos de reducción y las características de los instrumentos empleados para la elaboración de los catálogos astrométricos clásicos, se recomienda consultar la bibliografía relacionada con el Carlsberg Meridian Catalogue, una destacada contribución del ROA (Evans, Irwin y Helmer 2003) (Muiños y Evans 2014).

Esta memoria contiene 59 figuras, elaboradas íntegramente por el autor, y un apéndice con la prescripción óptica de la cámara Baker-Nunn del TFRM empleada en simulación.

2. Metodología

2.1. Problema a resolver

Se necesita desarrollar un algoritmo que permita determinar la posición de las fuentes luminosas correspondientes a satélites artificiales u otros cuerpos situados en órbitas geoestacionarias o geosíncronas, con respecto al fondo de estrellas empleadas como referencia. Las imágenes digitales capturadas provienen de un astrógrafo operando a telescopio parado, por lo que las estrellas del fondo de referencia aparecen como trazas elongadas.

2.2. Hipótesis de trabajo

En el ámbito de este proyecto, en relación con los elementos externos al instrumento óptico de medida, consideraremos que:

- Las posiciones, características espectrales y magnitudes aparentes de las estrellas de referencia disponibles en los catálogos astrométricos tienen una exactitud mucho mayor que la precisión esperable en las medidas con nuestro instrumento.
- Disponemos de algoritmos que realizan los cambios de sistema de referencia y corrigen las posiciones aparentes de las estrellas considerando aspectos tales como época, paralaje, aberración, movimientos propios, deflexión gravitatoria, etc.

En cuanto a las características ópticas propias del astrógrafo, modelizaremos sus especificaciones con la mayor fidelidad posible, incluyendo factores tales como el estado de colimación y la dependencia de los índices de refracción de los materiales que lo componen con la longitud de onda de la luz incidente.

Los espectros de las diferentes fuentes estelares en función de su temperatura efectiva también serán tenidos en consideración.

Igualmente serán objeto de análisis las no idealidades del sensor de imagen empleado, particularmente en cuanto a la forma y superficie de la zona activa de sus píxeles, y su respuesta angular.

2.3. Análisis del estado de la técnica

Un estudio detallado de la bibliografía nos permite afirmar que los métodos universalmente adoptados para la reducción astrométrica, tanto en el contexto de la astrometría clásica –exclusivamente posiciones de estrellas con instrumentos de larga focal y tiempos de exposición elevados– (Bertin y Arnouts 2003)(Lang et al. 2009), como los aplicados al seguimiento y vigilancia espacial –determinación de posiciones de satélites artificiales y otros cuerpos cercanos– (Kouprianov 2008)(Nikolaev et al. 2011)(Sun y Zhao 2013)(Sybilska et al. 2019), se fundamentan en el proceso conocido como de "extracción de fuentes", consistente en la localización de objetos de interés y determinación de sus coordenadas de forma individual, para a continuación realizar un análisis numérico de esas coordenadas obtenidas.

Aunque existe una gran variedad de métodos para localizar y medir las posiciones de las fuentes (umbrales variables, redes neuronales, filtros adaptados, etc.), todos tienen en común la pretensión de separar individualmente todos y cada uno de los objetos presentes en el campo, lo cual es especialmente problemático en campos densamente poblados o cuando la ausencia de seguimiento sidéreo produce numerosos solapamientos.

Como veremos en el apartado 3, en ese aspecto radica la principal diferencia con el método propuesto en este trabajo de investigación, el cual elimina la necesidad de separar de forma individual las estrellas de referencia, minimizando así el problema relacionado con los solapamientos y simplificando también el análisis numérico posterior. El autor no ha localizado en la bibliografía científica examinada hasta la fecha ningún método similar al que se propone es este proyecto.

2.4. Objetivos y entregables

Este proyecto dio comienzo con el objetivo de desarrollar un software de reducción astrométrica aplicable al problema descrito en el apartado 2.1 de este documento. En el transcurso del proceso de investigación, una vez establecidos los diferentes bloques del algoritmo (descritos en el apartado 3.1), se hizo patente la necesidad de una herramienta para la caracterización precisa de las aberraciones ópticas de los astrógrafos empleados. Una vez se dispusiese de dicha herramienta, la implementación del software de reducción astrométrica resultaría prácticamente inmediata.

Entre los principales entregables de este trabajo se encuentran: (a) un simulador óptico (*Lynx Ray-Tracer*) que implementa un método proyectivo inverso destinado a obtener datos para la caracterización óptica mencionada anteriormente; y (b) un módulo de análisis y síntesis basado en *shapelets* polares (*Lynx Shapelets*), cuya finalidad es llevar a cabo dicha caracterización a partir de los datos generados por el simulador. Ambos programas[6] están completos en todas las funcionalidades requeridas (ver apartado 3.3) y su código fuente está a disposición del ROA en un repositorio Git.

Una vez listas estas herramientas, el siguiente paso fue ponerlas en práctica, procediéndose a realizar la caracterización óptica de la cámara Baker-Nunn del TFRM (ver apartado 3.4), acorde a las necesidades del algoritmo astrométrico planteado. Los resultados del análisis han dado lugar a más de cincuenta gráficas e imágenes, disponibles al final de este documento, junto con el listado de un fichero de tipo JSON con las especificaciones ópticas y ajustes de colimación, tal y como ha sido empleado para la elaboración de las figuras.

2.5. Medios materiales

La mayor parte del trabajo –al margen del estudio bibliográfico y análisis teórico– ha consistido en tareas de programación y ejecución de simulaciones, realizadas en el entorno de desarrollo Matlab[7] en una estación de trabajo[8] propiedad del autor.

El acceso a las especificaciones mecánicas y ópticas, así como a las imágenes capturadas de la cámara Baker-Nunn del TFRM ha resultado imprescindible para la realización de las simulaciones.

---

[6] Desarrollados en el entorno de cálculo numérico Matlab.

[7] Versión R2017b con licencia para uso de estudiantes.

[8] Windows 10, Intel Core i7-6850k, 32 GB de RAM, SSD Samsung 960 PRO NVMe de 512GB.

3. Resultados

3.1. Algoritmo de reducción astrométrica propuesto

3.1.1. Descripción general del algoritmo

El algoritmo de reducción astrométrica propuesto consta de las etapas siguientes:

a) Acondicionamiento previo de la imagen: linealización y etiquetado de píxeles defectuosos (en forma de máscara de píxeles).
b) Localización de candidatos (satélites, no estrellas).
c) Transformación del sistema de coordenadas de la imagen de forma que los ángulos y distancias relativos entre los centroides de las estrellas sean invariantes respecto a desviaciones en la dirección en la que está apuntando el telescopio.
d) Establecimiento de un sistema de referencia a partir de las coordenadas del fondo de estrellas, que aparecen como trazas rectilíneas y paralelas.
e) Determinación de la ubicación de los candidatos respecto al sistema de referencia establecido.

3.1.2. Acondicionamiento de las imágenes capturadas

Como paso previo a la aplicación de cualquier algoritmo astrométrico es imprescindible acondicionar las imágenes capturadas, con la finalidad de que los valores registrados en cada píxel se correspondan de la forma más linealmente proporcional posible al número de fotones incidentes en el mismo. Es preciso puntualizar que, por fluctuaciones aleatorias en el proceso de fabricación, cada píxel de un sensor de imagen presenta una variabilidad en sus parámetros característicos[9].

Este proceso, conocido como "linealización", requiere una serie de datos de calibración: por una parte, unas capturas de referencia sin flujo externo de fotones (tomadas con el obturador cerrado), conocidas como cuadros de oscuridad o *darks* y, por otra parte, referencias con iluminación uniforme de magnitud conocida –idealmente varias

[9] Siendo los más importantes en este contexto la corriente de oscuridad y la eficiencia cuántica.

referencias con varios niveles de iluminación–, denominada cuadros planos[10] o *flats*. Las relaciones matemáticas del proceso de linealización son elementales y bien conocidas[11] (Olsen et al. 2010), aunque solo válidas en el rango de funcionamiento lineal del sensor.

La eficacia del proceso depende de la validez, calidad y cantidad de los cuadros de calibración obtenidos. Por ejemplo, los cuadros de oscuridad deben tomarse en condiciones idénticas (en cuanto a tiempo de exposición y temperatura) a las de las imágenes de interés. Asimismo, es deseable disponer del mayor número posible de imágenes de calibración, para poder minimizar su componente de ruido aleatorio mediante el empleo de un filtro de mediana. Es recomendable revisar los planes de observación para incluir cuadros de calibración intercalados en las rutinas de observación, aunque esto constituye un indudable compromiso por la pérdida de tiempo de observación que conlleva.

Una adecuada calibración también tiene un efecto corrector sobre la iluminación no uniforme del campo y el viñeteo (ver apartado 3.2.5).

3.1.3. Máscara de píxeles defectuosos

En el proceso de calibración siempre aparece un cierto número de píxeles que proporcionan lecturas erróneas de forma persistente. Estos se separan en dos principales categorías: los píxeles muertos (*dead pixels*), que dan una lectura cercana a cero, y píxeles calientes (*hot pixels*), cuyos valores registrados son mucho mayores que lo que les correspondería. También es común encontrar columnas enteras dañadas, como resultado de daños en el sensor.

Todos estos píxeles deben incluirse en una lista, o en forma de imagen binaria constituyendo así la denominada máscara de píxeles defectuosos, que será empleada en el proceso de cambio de sistema de coordenadas (apartado 3.1.5) para sustituir los valores correspondientes a los píxeles dañados por una interpolación a partir de los valores de sus píxeles vecinos.

---

[10] Deben capturarse en condiciones controladas, con tiempos de exposición idénticos a los empleados en las imágenes y diferentes niveles de iluminación calibrados fotométricamente. Idealmente, la fuente de luz empleada para la iluminación debe ser una fuente extensa muy uniforme ubicada en el infinito o a una gran distancia.

[11] Esencialmente consiste en una regresión lineal por mínimos cuadrados sobre los datos de calibración.

Es recomendable complementar la máscara de píxeles defectuosos con el resultado del análisis de cada imagen capturada en busca de aquellos píxeles que, aunque no están físicamente deteriorados, presentan lecturas erróneas, normalmente debido a la incidencia de una partícula de radiación ionizante o a la saturación de estos por sobreexposición o desbordamiento desde píxeles colindantes (muy comúnmente afectando a columnas enteras).

3.1.4. Localización de candidatos

La localización en las imágenes capturadas de trazas correspondientes a posibles satélites artificiales u otros cuerpos de interés constituye un campo de investigación por sí mismo. En la Sección de Astronomía del ROA, el T.N. Lluís Canals Ros ha completado el entrenamiento de una red neuronal artificial empleando decenas de miles de imágenes[12] procedentes del archivo del TFRM, con resultados muy positivos, que serán objeto de una próxima publicación.

3.1.5. Sistema proyectivo e interpolación

Como paso previo a la medición de posiciones de estrellas o satélites se ha decidido aplicar un cambio de sistema de coordenadas en la imagen, para pasar de las posiciones de los píxeles en el plano del sensor, a las direcciones de procedencia de los rayos de luz entrantes en el telescopio que inciden en cada respectivo píxel, con la finalidad de poder determinar las coordenadas del fondo de estrellas mediante su confrontación con una plantilla generada mediante simulación a partir de datos disponibles en los catálogos astrométricos. Esto implica que los ángulos y distancias entre los centroides de las estrellas representadas en el sistema proyectivo buscado deberán ser invariantes frente a la dirección en la que esté apuntando el telescopio.

El sistema de proyectivo requerido será de tipo cilíndrico, compartiendo eje de rotación con el telescopio[13]. Esto da lugar a que las estrellas aparezcan como segmentos rectilíneos, paralelos y de igual longitud[14].

---

[12] El autor de este trabajo ha colaborado en esta tarea, desarrollando una herramienta informática destinada a facilitar el proceso de la etiquetado y clasificación del conjunto de imágenes de entrenamiento.

[13] Normalmente el eje de la rotación del telescopio coincide con el de la tierra, por realizarse las capturas a telescopio parado (sin seguimiento sidéreo).

En las figuras 1 a 4, se muestran cuatro de los principales tipos de proyecciones cilíndricas, respectivamente: central, equidistante, ortográfica y conforme. Todas las proyecciones cilíndricas mantienen la invarianza en los desplazamientos respecto al eje x, sin embargo, se diferencian en la forma en que se escala el eje y.

Solo la proyección cilíndrica equidistante (Figura 2) mantiene la invarianza respecto a pequeños desplazamientos también en el eje y, permitiendo su empleo en el algoritmo astrométrico propuesto. No obstante, al no tratarse de una proyección conforme, no mantiene las proporciones de objetos pequeños en diferentes regiones, lo cual deberá ser tenido en cuenta por su efecto sobre el escalado de la función de dispersión de punto (PSF) en cada eje, como veremos en el siguiente apartado.

Aprovechando el cambio de sistema de coordenadas, mediante interpolación se procederá a aumentar la resolución de la imagen de forma apreciable[15], lo que minimizará la aparición de fenómenos de solapamiento (*aliasing*) espectral en los últimos pasos del algoritmo astrométrico (ver apartado 3.1.8). El proceso de interpolación requerido también permitirá cubrir los huecos dejados por los píxeles marcados como defectuosos.

3.1.6. Proyección de la imagen en un sistema de Coordenadas Ecuatoriales

En el caso de capturas sin seguimiento sidéreo, el eje de rotación del astrógrafo coincide con el eje de rotación de la Tierra, y el sistema proyectivo de destino sobre el que se desea trabajar coincide con el sistema de Coordenadas Ecuatoriales Horarias:

$$\begin{aligned} x &= (h - h_0)cos(\delta_0) \\ y &= (\delta - \delta_0) \end{aligned} \tag{1}$$

Representando h el ángulo horario y δ la declinación.

La conversión desde el sistema de coordenadas de la imagen capturada –correspondiente a puntos en el plano del sensor– hasta el sistema de Coordenadas Ecuatoriales Horarias, se lleva a cabo pasando por un sistema de coordenadas intermedio, relacionado con la orientación del telescopio.

---

[14] La longitud de las trazas puede verse ligeramente afectada por efecto de la no uniformidad del obturador de la cámara en su barrido, especialmente si este es mecánico. Los obturadores electrónicos, según su tipo, también pueden tener ciertos efectos.

[15] Al menos en un factor 4.

Cada píxel en el sensor del astrógrafo puede ser considerado individualmente como un instrumento radiométrico, cuya sensibilidad en función de la dirección de un rayo incidente puede determinarse mediante técnicas experimentales o simulación (ver apartado 3.2).

Si podemos establecer la dirección preferencial o promedio correspondiente a cada píxel en el sistema de referencia del astrógrafo, entonces podremos representar en dicho sistema de coordenadas un punto correspondiente a cada píxel del sensor. En la Figura 25 se pueden observar, en color rojo, las coordenadas correspondientes a 25 píxeles adyacentes, cuya localización exacta en el sensor aparece en la Figura 27. En color verde aparece una nube de puntos que se corresponde con un gran número de ensayos aleatorios, resultado de la simulación de las direcciones de los rayos que inciden en el píxel central de los 25.

Ahora bien, para realizar dicha representación también hemos necesitado escoger un sistema proyectivo. En el caso de este sistema de referencia intermedio (el del astrógrafo) ya no tendremos los mismos requisitos de invarianza respecto a desplazamientos descritos en el apartado 3.1.5, sino que lo más valioso, como veremos en el apartado 3.1.8, será conservar la forma de características locales como las nubes individuales de puntos correspondientes a cada píxel del sensor. En las figuras 5 a 7 se muestran posibles proyecciones para los rayos del astrógrafo, resultando la más interesante la proyección estereográfica (Figura 7) por su carácter conforme, es decir, que preserva las formas locales (aunque no la escala). En la Figura 8 se muestra el método constructivo de esta proyección (se proyecta desde S, el punto P en la esfera, al punto P' en el plano tangente en N).

Elegido este método proyectivo, se puede establecer una transformación desde las coordenadas en la superficie del sensor a la dirección preferencial de los rayos incidentes correspondientes, expresada mediante su proyección estereográfica. Y conocida la orientación del astrógrafo, resulta inmediato transformar dichas coordenadas intermedias a las Coordenadas Ecuatoriales Horarias en las que podremos, por tanto, representar la dirección correspondiente a cada píxel.

En este espacio de Coordenadas Ecuatoriales Horarias, una vez conocidas las coordenadas correspondientes de cada píxel, constituiremos una matriz finamente equiespaciada sobre la que realizaremos la interpolación de los valores de intensidad de

cada píxel en la imagen capturada, obteniendo así la imagen en el sistema de coordenadas deseado (ver apartado 3.1.5) sobre la que llevaremos a cabo los pasos subsiguientes en el proceso de reducción astrométrica.

3.1.7. Simulación de las trazas de estrellas del fondo de referencia

En el mismo sistema de Coordenadas Ecuatoriales Horarias que en el apartado anterior hemos visto cómo trasladar los datos de intensidad capturados en el sensor de imagen (mediante interpolación a partir de la información de cada píxel), resultará de gran interés poder generar una imagen simulada que contenga las trazas de estrellas a partir de los datos disponibles en los catálogos astrométricos.[16]

Ahora bien, no bastará con considerar como fuentes puntuales ideales las estrellas, sino que habrá que representarlas "como aparecerían si hubieran sido capturadas por el astrógrafo" [17], es decir, incluyendo todas las aberraciones que habría introducido el instrumento (pero no el ruido), así como el efecto de la refracción atmosférica (Dunn 1984)(Stone 1996), aunque no la visibilidad o *seeing* astronómico (en su componente aleatoria).

Se recuerda que las características espectrales de las diferentes estrellas (cuantificadas esencialmente mediante su temperatura efectiva), tienen un efecto sobre la refracción atmosférica y sobre la formación de imagen en el instrumento debido a las aberraciones cromáticas que deben ser consideradas.

Las aberraciones ópticas introducidas por el astrógrafo deben ser conocidas y estar adecuadamente parametrizadas para poder ser simuladas, dependiendo estas significativamente de la posición relativa en el campo visual del instrumento, así como de las características espectrales de las fuentes.[18]

---

[16] Se realizarán todas las correcciones necesarias (época, paralaje, aberración, movimientos propios, deflexión gravitatoria, etc.) a partir de los datos posicionales del catálogo astrométrico. Según las hipótesis de trabajo indicadas en el apartado 2.2, estas correcciones se suponen conocidas y no son objeto de este estudio.

[17] Se recuerda que estamos representando aberraciones propias de la imagen en el sensor en el sistema de Coordenadas Ecuatoriales Horarias. Esta es una de las particularidades del algoritmo astrométrico propuesto. Aunque introduce alguna complejidad operativa, como veremos más adelante, simplifica apreciablemente el proceso de reducción astrométrica.

[18] Una parte significativa de este trabajo de investigación se ha dedicado a la parametrización de las aberraciones ópticas de astrógrafos partir de datos de simulación, a lo cual se dedica el apartado 3.2 de

Asimismo, debido al empleo de Coordenadas Ecuatoriales Horarias, y al hecho de que se desea simular imágenes correspondientes a una captura con un tiempo de exposición determinado[19], las trazas aparecerán como los ya mencionados segmentos rectilíneos, paralelos y de igual longitud, dependientes de los instantes inicial y final de la exposición.[20]

La finalidad de esta detallada simulación, situada en un sistema de coordenadas que es invariante respecto a cambios en el ángulo del sistema de referencia del telescopio (como hemos visto en el apartado 3.1.5), es poder compararla con la proyección de la imagen del sensor en este mismo sistema de referencia, para determinar con gran precisión el grado de desviación existente entre ambas, lo que constituye el establecimiento del sistema de coordenadas de la imagen, propio de la reducción astrométrica.

Para la comparación de la posición relativa de ambas imágenes (la simulada y la capturada en el sensor, trasladada al sistema de Coordenadas Ecuatoriales Horarias), se empleará una potente herramienta que trabaja con la fase espectral (dominio transformado de Fourier) de las imágenes, denominada "filtro adaptado simétrico solo de fase", el cual se describe en detalle en el apartado siguiente.

3.1.8. Filtro adaptado usando solo la fase de la transformada de Fourier

Existen numerosos métodos para detectar la presencia y realizar una estimación de la localización de una imagen conocida (plantilla) dentro de lo que se denomina una "escena ruidosa" (Mcdonough y Whalen 1995).

En este estudio nos centraremos en los métodos espectrales, aquellos que trabajan con la transformada de Fourier de las imágenes involucradas. Estos fueron demostrados experimentalmente por primera vez mediante "sistemas de procesamiento óptico coherente" que permitían obtener la transformada de Fourier de una imagen por medios ópticos (Vander Lugt 1964), mucho antes de que fuese viable realizar transformadas de

---

esta memoria. La caracterización de un instrumento real, la cámara Baker-Nunn del TFRM, es objeto del apartado 3.4, acompañándose numerosas gráficas e imágenes al respecto.

[19] Normalmente en torno a 10 s.

[20] Condicionados por el comportamiento del obturador.

Fourier (discretas) de imágenes con la facilidad que permiten los ordenadores modernos. De forma genérica, los métodos espectrales constan de las siguientes etapas:

a) Extracción de los espectros de la imagen y de la plantilla.
b) Aplicación del filtrado por producto en el dominio espectral.
c) Transformación inversa de Fourier de la salida del filtro.
d) Detección del máximo y determinación de su posición.

Plantearemos[21] formalmente el problema considerando una imagen capturada $s(x,y)$ constituida a partir de una imagen subyacente <u>conocida</u> (plantilla) $r(x,y)$ sometida a desplazamientos, pero no a escalados ni rotaciones, y de un ruido aditivo $n(x,y)$ independiente de $r(x,y)$:

$$s(x,y) = r(x',y') + n(x,y) \tag{2}$$

$$x' = x - x_0 \; ; \; y' = y - y_0 \tag{3}$$

El objetivo es determinar los valores de x_0 e y_0 con la mayor exactitud posible, empleando las transformadas de Fourier bidimensionales de $s(x,y)$, $r(x,y)$ y $n(x,y)$:

$$\begin{aligned} R(u,v) &= \mathcal{F}\{r(x,y)\} \\ S(u,v) &= \mathcal{F}\{s(x,y)\} \\ N(u,v) &= \mathcal{F}\{n(x,y)\} \end{aligned} \tag{4}$$

El primer mecanismo que estudiaremos para resolver este problema, lo constituye el denominado "filtro adaptado" (*matched filter*) clásico, cuya función de transferencia es

$$H(u,v) = \frac{R^*(u,v)}{|N(u,v,)|^2} \tag{5}$$

Si consideramos que el espectro del ruido es plano de intensidad n_w, se simplifica como

$$H(u,v) = \frac{1}{|n_w|^2} R^*(u,v) \tag{6}$$

De vuelta al dominio espacial, la salida del filtro es igual a la convolución de $r^*(-x,-y)$ y $\mathrm{s}(x,y)$, por la propiedad del producto en el dominio transformado de Fourier:

---

[21] El planteamiento general del apartado 3.1.8 está adaptado a partir del apartado II. del artículo "*Symmetric Phase-Only Matched Filtering of Fourier-Mellin Transforms for Image Registration and Recognition*" (Chen, Defrise y Deconinck 1994), habiéndose utilizado las ecuaciones (1) a (7) del mismo de forma literal, o con muy ligeras modificaciones, para elaborar las ecuaciones (2) a (10) de esta memoria.

$$q(x,y) = \mathcal{F}^{-1}\{H(u,v) \cdot S(u,v)\} = \mathcal{F}^{-1}\{\frac{1}{|n_w|^2} R^*(u,v) \cdot S(u,v)\} \qquad (7)$$

$$q(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} s(a,b)\, r^*(a-x, b-y)\, da\, db \qquad (8)$$

Presentando $q(x,y)$ un máximo en (x_0, y_0), que es el valor de desplazamiento buscado.

El filtro adaptado presenta varias limitaciones:

- Al depender de la energía de la imagen, otorga más importancia a aquellas zonas con mayores intensidades. Por ejemplo, en el caso de imágenes astronómicas, la presencia de una estrella de baja magnitud aparente (es decir, muy brillante) completamente eclipsaría la contribución de las numerosas estrellas que la rodean, más tenues, aunque perfectamente aptas para astrometría.
- La salida del filtro es proporcional a la autocorrelación de la imagen, presentando una gran anchura en torno a su máximo en (x_0, y_0), lo que dificulta la determinación de su ubicación con precisión, especialmente en presencia de ruido.

Una primera mejora sobre el filtro adaptado podemos encontrarla en el "filtro adaptado solo de fase" (*Phase-Only Matched Filter*, POMF)(Horner y Gianino 1984), cuya función de transferencia depende exclusivamente de la fase de $r(x,y)$:

$$H(u,v) = \frac{R^*(u,v)}{|R^*(u,v)|} = e^{j\phi_{R^*}(u,v)} = e^{-j\phi_R(u,v)} \qquad (9)$$

Siendo $\phi_{R^*}(u,v) = arg\big(R^*(u,v)\big) = -arg\big(R(u,v)\big) = -\phi_R(u,v)$

Dado que la fase del espectro preserva la localización de los objetos en el dominio espacial, pero no depende de la energía de la imagen, la salida del POMF presentará un pico mucho más estrecho que el filtro adaptado cásico, permitiendo una mejor capacidad de detección y precisión en la localización.

Una segunda mejora está en el denominado "filtro adaptado simétrico solo de fase" (*Symmetric Phase-Only Matched Filter, SPOMF*)(Chen, Defrise y Deconinck 1994), consistente en extraer y correlar exclusivamente las fases tanto de $r(x,y)$ como de $s(x,y)$ mediante un filtro no lineal, cuya salida es la transformada de Fourier inversa de la siguiente función:

$$Q(u,v) = \frac{R^*(u,v)}{|R^*(u,v)|} \cdot \frac{S(u,v)}{|S(u,v)|} = e^{-j(\phi_S(u,v)-\phi_R(u,v))} \qquad (10)$$

Donde $\phi_S(u,v) = arg\big(S(u,v)\big)$ y $\phi_R(u,v) = arg\big(R(u,v)\big)$

La cual, una vez de vuelta en el dominio espacial tras la aplicación de la trasformada inversa de Fourier, presentará un pico aún más estrecho que el POMF (en ausencia de ruido se trataría de una *delta* de Dirac).

3.1.9. Método astrométrico aplicado a los candidatos

Una vez determinada la localización de las estrellas de fondo, y disponiendo también de una simulación precisa de las mismas, se procederá a determinar la posición de los candidatos[22] mediante el empleo de métodos lineales, según los siguientes pasos y siempre trabajando en el dominio de Coordenadas Ecuatoriales Horarias descrito en el apartado 3.1.6:

a) Deconvolución de la imagen original frente a la imagen simulada.[23]
b) Convolución de la imagen simulada con el núcleo obtenido en el apartado anterior y substracción del resultado a la imagen original.
c) Sobre la imagen resultante, en la que se han suprimido las estrellas del fondo de referencia, aplicación de un filtro adaptado clásico[24] para determinar con precisión las posiciones de los candidatos.[25]

En el caso de fuentes puntuales, propias de satélites geoestacionarios, se utilizará como plantilla la PSF simulada correspondiente a la ubicación estimada del candidato.

Para las fuentes correspondientes a satélites geosíncronos, que aparecen como trazas con diferentes orientaciones y longitudes, es necesario examinar la secuencia de imágenes en las que aparece dicho satélite para obtener una estimación de la orientación y longitud de la traza, con la finalidad de poder generar la plantilla correspondiente.

---

[22] Fuentes probablemente correspondientes a satélites artificiales u otros cuerpos cercanos.

[23] Mediante el método iterativo de deconvolución de Richardson-Lucy (Richardson 2008).

[24] En este caso es preferible un filtro lineal porque deseamos otorgar más peso relativo a la traza del candidato, minimizando la contribución de los elementos residuales aún presentes tras la eliminación de las trazas de estrellas.

[25] La localización aproximada de los candidatos se supone conocida (ver apartado 3.1.4).

En este último caso, es recomendable repetir el proceso varias veces iterativamente para mejorar la exactitud de la estimación de ángulos y longitudes, usando las posiciones más recientemente estimadas de las trazas en cada una de las imágenes de la secuencia.

Si no estuviese disponible la secuencia de imágenes, para estimar la orientación y longitud de las trazas de los candidatos se emplearán técnicas basadas en el *cepstrum* de la imagen (Brusius, Schwanecke y Barth 2013), o bien se recurrirá al análisis espectral de los gradientes de la imagen (Ji y Liu 2008).

3.2. Caracterización óptica de astrógrafos

3.2.1. Requisitos

Resulta imprescindible conocer ciertos parámetros de un astrógrafo para poder generar las simulaciones que el algoritmo astrométrico propuesto requiere (ver apartado 3.1.7). En particular, se necesita conocer la proporción de la radiación luminosa incidente que es absorbida en cada parte del sensor, para establecer la sensibilidad de cada píxel en función de la dirección de los rayos incidentes y así poder atribuir a cada píxel una dirección preferente en el sistema de coordenadas del instrumento.

La caracterización se llevará a cabo mediante simulación por trazado de rayos a partir de la prescripción óptica de cada instrumento.

3.2.2. Método de trazado de rayos inverso

La manera más inmediata de determinar la sensibilidad direccional de cada píxel mediante simulación se basa en la realización de una gran cantidad de ensayos aleatorios[26] que emulen el proceso de formación de imágenes en el astrógrafo, es decir, una inmensa cantidad de rayos inciden en diferentes puntos de la apertura, son refractados y reflejados en los sucesivos elementos de la cadena óptica y acaban siendo absorbidos por un determinado píxel del sensor con una cierta probabilidad en función de su posición final, orientación y características espectrales. Un análisis estadístico de estos rayos responderá a las preguntas formuladas sobre sensibilidad direccional.

[26] También conocido como "método de Montecarlo" en referencia a los ensayos aleatorios que tienen lugar en las mesas de ruleta del casino de la ciudad homónima.

Sin embargo, este método resulta computacionalmente poco eficiente para caracterizar la sensibilidad direccional de un píxel en particular, porque la mayor parte de los rayos incidentes simulados, con dirección aleatoria, no incidirán sobre el píxel deseado.

Por lo tanto, en este proyecto se plantea una variante del método basada en el principio de reversibilidad de los caminos ópticos mediante el cual los rayos son simulados desde la superficie de cada píxel hacia el exterior. El análisis estadístico de la dirección de los rayos tras abandonar el astrógrafo por la apertura directamente proporcionará la información buscada.

3.2.3. Zona activa y respuesta angular de cada píxel

Los rayos simulados partirán de puntos situados en la zona activa del píxel seleccionado, variando su posición entre ensayos según una variable aleatoria bidimensional uniforme en correspondencia con las coordenadas de esta zona. Si la forma y tamaño de la zona activa son desconocidos, esta se puede establecer arbitrariamente como un cuadrado centrado en el píxel, cuya área (relativa al cuadrado de lado igual a la separación entre píxeles) sea proporcional a la eficiencia cuántica del sensor.

La respuesta angular de cada píxel del sensor debe ser empleada para determinar la densidad de probabilidad del ángulo de salida de los rayos simulados. En las hojas de especificaciones los fabricantes suelen proporcionar curvas de respuesta angular (ver Figura 11).

3.2.4. Respuesta espectral

A cada rayo simulado, además de un punto de partida y un ángulo respecto a la superficie del sensor (como hemos visto en el apartado anterior), se le debe atribuir una longitud de onda, que entre ensayos aleatorios debe responder a una determinada distribución estadística. Este aspecto es de gran importancia para el éxito de la simulación.

Una aproximación muy eficaz consiste en emplear la distribución de longitudes de onda que corresponderían a una fuente estelar de una cierta temperatura efectiva, convenientemente ajustada a la respuesta espectral de los filtros ópticos instalados en el

instrumento y solapadas con la sensibilidad espectral del sensor. Este proceso se ilustra en las figuras 12 a 21, con datos de sensibilidad espectral reales.

3.2.5. Viñeteo

El viñeteo es un fenómeno que puede aparecer en la zona periférica del campo visual de un instrumento cuando parte de los rayos incidentes no pueden alcanzar el sensor por encontrarse con obstrucciones o pupilas tales como diafragmas u otros elementos mecánicos presentes en el camino óptico. Tiene por efecto una disminución significativa de la sensibilidad y también afecta a la función de dispersión de punto (PSF) por razones puramente geométricas. El método propuesto de simulación tiene en cuenta el efecto del viñeteo de forma intrínseca, siempre que se incluyan en la simulación todos los elementos obstructivos existentes. En la Figura 24 puede observarse el efecto del viñeteo en la distribución de rayos sobre la apertura de un astrógrafo.

3.2.6. Distorsión de campo

La denominada distorsión de campo no es más que la función que relaciona las coordenadas de cada píxel en el sensor con la dirección promedio de los rayos simulados (para cada mismo píxel) mediante el método de trazado inverso descrito en los apartados anteriores.

Una forma muy sencilla de cuantificarla consiste en realizar la simulación de rayos para un subconjunto de píxeles uniformemente distribuidos sobre el sensor, calcular la mencionada dirección promedio de cada píxel, obteniendo así un muestreo de la dirección en función de las coordenadas sobre el sensor. Mediante interpolación pueden obtenerse los valores intermedios.

Es preciso tener en cuenta que la dirección de los rayos salientes simulados debe expresarse de alguna manera, resultando conveniente su proyección sobre el plano para reducir el número de coordenadas que hay que manejar.

El sistema proyectivo más recomendable, especialmente de cara al apartado siguiente, es el de proyección estereográfica (ver figuras 7 y 8), porque su carácter conforme no altera la forma de la función de dispersión de punto, aunque sí es necesario aplicar un factor de escalado que depende de la localización de su ubicación en el plano de proyección.

3.2.7. Parametrización de la PSF mediante *shapelets* polares

En la Figura 25 puede observarse una nube de puntos (de color verde) correspondiente a la simulación de rayos trazados desde la superficie de un píxel hacia el exterior, según lo establecido en los apartados previos.

En la Figura 26 se observa el resultado de la reconstrucción de la función de sensibilidad direccional creada a partir de dicha nube de puntos mediante *shapelets* polares, los cuales constituyen un conjunto de funciones base ortogonales especialmente adecuadas para la parametrización de funciones concentradas en torno a una pequeña región del espacio.

Los *shapelets*, en sus variantes cartesiana y polar, son empleados fundamentalmente para la clasificación modal de galaxias, habiendo sido introducidos en el mundo de la astronomía hace menos de dos décadas (Chang y Refregier 2001)(Refregier y Alexandre 2001)(Refregier y Bacon 2003)(Berry, Hobson y Withington 2004)(Massey y Refregier 2005)(Melchior, Meneghetti y Bartelmann 2007).

A continuación, introduciremos el formalismo matemático de los *shapelets* polares, que empleamos en este proyecto para la parametrización de la función de dispersión de punto (PSF) de un astrógrafo en diferentes zonas de su campo visual.

Los *shapelets* polares[27] constituyen un conjunto de funciones base ortonormales y completas, que permiten realizar la descomposición modal de cualesquiera funciones bidimensionales de buen comportamiento concentradas en torno a un punto:

$$f(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} f_{n,m}\, \chi_{n,m}(r,\theta;\beta) \qquad (11)$$

Siendo $f(r,\theta)$ la función a descomponer, $\chi_{n,m}(r,\theta;\beta)$ las funciones base (los *shapelets* polares) y $f_{n,m}$ los coeficientes (complejos) correspondientes.

El factor de escala β determina el tamaño de los *shapelets* y debe ajustarse manualmente de acuerdo a la extensión de las funciones a analizar.

[27] La descripción formal de los *shapelets* polares aquí proporcionada es una adaptación del apartado 2.2 del artículo "Polar shapelets"(Massey y Refregier 2005), habiéndose utilizado casi literalmente algunas ecuaciones entre la (1) y la (8) del mencionado artículo para la elaboración de la ecuaciones de la (11) a la (16) de esta memoria.

Los índices n, m siguen unas reglas especiales: n puede ser cualquier entero no negativo; m es un entero entre $-n$ y $+n$ en pasos de dos:

- Si $\mathrm{n} = 0$ entonces $\mathrm{m} = 0$
- Si $\mathrm{n} = 1$ entonces $\mathrm{m} = -1\,,\ 1$
- Si $\mathrm{n} = 2$ entonces $\mathrm{m} = -2\,,\ 0\,,\ 2$
- Si $\mathrm{n} = 3$ entonces $\mathrm{m} = -3\,, -1\,,\ 1\,,\ 3$
- Etcétera.

Las funciones base (ver figuras 44 a 47) se construyen según la siguiente fórmula:

$$\chi_{n,m}(r,\theta;\beta) = \frac{(-1)^{(n-|m|)/2}}{\beta^{|m|+1}} \left\{ \frac{[(n-|m|)/2]!}{\pi[(n+|m|)/2]} \right\}^{1/2} \cdot r^{|m|} L^{|m|}_{(n-|m|)/2}\left(\frac{r^2}{\beta^2}\right) e^{-r^2/2\beta}\, e^{-im\theta} \tag{12}$$

Siendo $L_n^m(x)$ el n-ésimo polinomio de Laguerre generalizado[28], de parámetro m

$$L_n^m(x) = \frac{x^{-m}e^x}{n!}\frac{d^n}{dx^n}(e^{-x}x^{n+m}) = \sum_{k=0}^{n}(-1)^m \frac{(n+m)!}{(n-k)!\,(m+k)!\,k!}x^k \tag{13}$$

El cual es solución de la ecuación diferencial[29]

$$xy'' + (m+1-x)y' + ny = 0 \tag{14}$$

Los polinomios de Laguerre generalizados son ortogonales respecto al producto interno

$$\langle f, g\rangle = \int_0^\infty f(x)g(x)x^m e^{-x}\ \mathrm{dx} \tag{15}$$

Lo que justifica la obtención de los coeficientes mediante la siguiente integral

$$f_{n,m} = \iint_R f(r,\theta)\,\chi_{n,m}(r,\theta;\beta)\,dr\,d\theta \tag{16}$$

[28] $L_n^0(x) = L_n(x)$, siendo $L_n(x)$ el polinomio de Laguerre de orden n.

[29] Variante de la ecuación de Laguerre: $x\,y'' + (1-x)\,y' + n\,y = 0$.

Los *shapelets* polares son perfectamente aplicables al caso de funciones discretas (imágenes), sustituyéndose las integrales por sumatorios, siempre y cuando se escoja adecuadamente el factor de escala β y se limite el índice máximo empleado para evitar problemas de solapamiento (*aliasing*), análogos a los de la transformada de Fourier.

3.3. Software desarrollado

Entre los entregables del proyecto de investigación –junto con el presente documento– se encuentran varias aplicaciones informáticas, todas ellas bajo la denominación *Lynx*[30], desarrolladas por el autor en entorno Matlab[31] para la implementación de los algoritmos necesarios en el proyecto, así como para la elaboración de las figuras incorporadas en esta memoria, quedando su código fuente a completa disposición del ROA.[32]

Hasta la fecha se han desarrollado dos aplicaciones: *Lynx Ray-Tracer* y *Lynx Shapelets*, las cuales son brevemente introducidas en los siguientes apartados.

3.3.1. Simulación óptica por trazado de rayos: *Lynx Ray-Tracer*

Es una de las principales aportaciones de este proyecto. Su desarrollo está completo. Se partió de unas librerías anteriormente elaboradas por el autor de esta memoria, que han sido significativamente extendidas y mejoradas para adaptarlas a las necesidades de esta investigación.

Se trata de un programa de trazado de rayos que toma como entrada un archivo JSON conteniendo la prescripción óptica y una descripción detallada de los elementos de ajuste de un sistema óptico. El archivo también contiene tablas de índices de refracción para los diferentes medios ópticos a simular.

La aplicación puede ejecutar diferentes tipos de simulaciones, siendo lo más relevante para este estudio su capacidad de realizar un trazado de rayos inverso como el descrito en el apartado 3.2.2 (desde cada píxel del sensor hacia el exterior del astrógrafo), imprescindible para la caracterización de la distorsión geométrica y la parametrización de la función de dispersión de punto.

---

[30] *Lynx* es el término latino para designar al Lince, animal conocido por su excelente capacidad visual y constelación del hemisferio boreal.

[31] Versión 2017b.

[32] Código fuente cargado en repositorio Git administrado por el ROA.

En el proceso de trazado de rayos inverso, es capaz de generar haces de rayos con índices de refracción que siguen la distribución correspondiente a la combinación del espectro de emisión de una estrella, con los filtros y la curva de sensibilidad del sensor electrónico de imagen empleado.[33] Adicionalmente, también tiene la capacidad de adaptar el número de rayos generado a la magnitud visual de catálogo, de acuerdo con las características espectrales de la estrella (dada su temperatura efectiva) y su magnitud aparente.[34]

Internamente está implementado haciendo uso de coordenadas homogéneas para todas las trasformaciones, lo que le otorga una gran eficiencia al no tener que recurrir en ningún momento al empleo de funciones trigonométricas.

Permite todo tipo de ajustes de posiciones análogas a los tornillos de colimación de instrumentos reales (etapas lineales, etapas angulares y plataformas de tres puntos), lo cual le hace especialmente útil para reproducir el efecto de una mala colimación en el instrumento.

Es compatible con superficies planas, esféricas, curvas cónicas de revolución y admite varios coeficientes asféricos. Incluye también todo tipo de obstrucciones, pupilas y otros elementos como los brazos de la "araña" que suelen emplearse para sujetar elementos en mitad del camino óptico, tales como espejos secundarios o cámaras.

3.3.2. Parametrización de la PSF: *Lynx Shapelets*

Se trata de una implementación de la parametrización mediante *shapelets* polares descrita en el apartado 3.2.7. El programa está completamente desarrollado. Es muy eficiente por el empleo de tablas precalculadas con los valores de las funciones base de los *shapelets* polares.

Sus principales aplicaciones son:

- Análisis del resultado de la simulación de la función de sensibilidad de un determinado píxel a partir del trazado de rayos inverso generado con *Lynx Ray-Tracer.*

---

[33] Ver figuras de la 12 a la 21.

[34] Actualmente se dispone de una caracterización fiable de estas características espectrales de la cámara Baker-Nunn del TFRM, ajustados a los datos fotométricos de Gaia DR2, particularmente, la magnitud fotométrica en la banda G del sistema fotométrico Gaia (ver Figura 22)

- Síntesis de imágenes de fondo de estrellas para su empleo con los filtros adaptados del algoritmo astrométrico propuesto.

Se pueden ver ejemplos de su uso desde la Figura 29 en adelante. Estos ejemplos son descritos en el apartado siguiente, pues constituyen casos del análisis mediante esta herramienta de la función de dispersión de punto de la cámara Baker-Nunn en varios estados de colimación.

3.4. Caracterización de la Cámara Baker-Nunn del TFRM

Una parte importante del trabajo de investigación ha consistido en lograr disponer de una caracterización completa y detallada de la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, paso previo imprescindible para la aplicación del algoritmo astrométrico propuesto sobre las imágenes capturadas. En la Figura 9 podemos observar un diagrama generado por el simulador *Lynx Ray-Tracer* donde se muestra la configuración general de esta cámara.

La prescripción óptica se ha extraído de la documentación publicada tras el proceso de modificación para su instalación en el TFRM (Fors et al. 2013). Otras especificaciones mecánicas se han obtenido a través de documentos internos proporcionados por el ROA. Los índices de refracción (ver Figura 10) de los medios ópticos se han obtenido a partir de un repositorio disponible en línea (Polyanskiy 2008). A partir de estas especificaciones se elaboró un archivo JSON que contiene la descripción completa del sistema óptico. [35]

Los principales resultados de la caracterización se centran en la parametrización de la función de dispersión de punto (PSF) en diferentes zonas del campo visual. La cámara Baker-Nunn presenta significativas aberraciones ópticas, siendo un sistema apreciablemente anisoplanático[36]

---

[35] Se ha incorporado el listado completo de un archivo de especificaciones JSON en el Apéndice de esta memoria, el cual también contiene una página explicativa para la correcta interpretación del mismo. Se trata del fichero exacto empleado para la elaboración de las figuras de esta memoria.

[36] Anisoplanático es aquel sistema en el cual la respuesta frente a fuentes puntuales (también conocidas como impulsos) es diferente para distintas zonas de campo visual. En la práctica, en entornos cercanos a cada punto la mayoría de los sistemas ópticos de formación de imágenes pueden caracterizarse localmente mediante una respuesta al impulso, también conocida como "función de dispersión de punto" (*Point-Spread Function, PSF*). En tal caso diríamos que el sistema puede ser tratado como "localmente isoplanático".

En la Figura 28 podemos observar la nube de puntos resultado de la simulación mediante trazado inverso de rayos de la sensibilidad direccional correspondiente a un punto perfectamente centrado en el eje óptico del sistema. En la parte baja de la Figura 29 observamos el resultado de su análisis mediante *shapelets* polares, pudiéndose ver los valores de los primeros coeficientes en parte real e imaginaria y también alternativamente en módulo y fase. En la parte alta de la figura encontramos la función reconstruida exclusivamente a partir de los coeficientes de los *shapelets* polares, así como una indicación de la anchura a media altura (*Full Width at Half Maximum,* FWHM) de la función.

En las figuras siguientes, de la 30 a la 39, encontramos idénticos análisis, pero correspondientes a diferentes puntos dentro del campo visual. Es interesante observar el cambio de peso relativo de unos y otros coeficientes de los *shapelets* polares.

En la Figura 35 se representa una función de dispersión de punto idéntica a la de la Figura 37, pero rotada 90º. Si se comparan los coeficientes $n = 1, m = \pm 1$, se observa que presentan un mismo valor en módulo (significativo respecto al coeficiente $n = 0, m = 0$), pero fase opuesta, lo cual es una muestra de la simetría de los shapelets polares.

3.4.1. Efecto de una mala colimación en la parametrización de la PSF

A continuación, se realiza un análisis comparativo del efecto de introducir un error de colimación en el instrumento. Las figuras 40 y 41 contienen una reconstrucción de la función de sensibilidad y estimación de la anchura a media altura (FWHM) en diferentes partes del campo visual, para el astrógrafo en perfecto estado de colimación. Se puede percibir la simetría radial en torno al centro de la imagen, así como el hecho de que la anchura a media altura no es excesivamente buena fuera de la zona central.

En las figuras 42 y 43 se observa el mismo análisis, pero para el caso en el que el telescopio se encuentra ligeramente descolimado[37]. Llama la atención que, aunque el desajuste ha introducido importantes asimetrías en la función de dispersión de punto, la anchura a media altura no solo no se ha visto perjudicada, sino que, a excepción de las

[37] Desajuste equivalente a una décima de vuelta en uno de los tornillos de ajuste del espejo primario, equivalente a 50 μm de desplazamiento respecto a su posición ideal en un lado del espejo.

esquinas superiores, es más estrecha que en el caso correspondiente a la perfecta colimación para numerosos puntos.

Esto nos invita a considerar que el hecho de que el algoritmo de reducción astrométrica propuesto no se vea afectado por la falta de simetría de la función de dispersión de punto[38], nos permitirá obtener muy buenos resultados astrométricos incluso con el astrógrafo en un estado de colimación no ideal, algo común en la práctica.

Siguiendo con el análisis comparativo del efecto de una mala colimación, observaremos el efecto de los errores de colimación de cara a los valores tomados por cada coeficiente de los *shapelets* polares en diferentes zonas del campo visual.

En las figuras de la 48 a la 53 (estado de perfecta colimación) podemos observar mapas con los valores de los 6 primeros coeficientes en diferentes lugares del campo visual, en su parte real, imaginaria, módulo y fase. Observamos que las simetrías son extraordinariamente precisas, pudiendo llegarse a describir cada coeficiente de los *shapelets* polares a partir de exclusivamente su componente radial, junto con una componente de fase con la periodicidad adecuada en función del índice del coeficiente.

En el caso de las figuras de la 54 a la 59, correspondientes al estado de descolimación analizado anteriormente, detectamos la desaparición de la simetría de revolución. No obstante las componentes real e imaginaria presentan una variación lo suficientemente suave como para no afectar a la interpolación para puntos intermedios.

[38] Por estar basado en la comparación contra una plantilla de idéntica forma mediante el uso de filtros adaptados solo de fase.

4. Interpretación

4.1. Principales aportaciones realizadas

En el curso de este trabajo de investigación se han realizado varias aportaciones de naturaleza científico-técnica y también de carácter práctico en forma de eficientes implementaciones de algoritmos informáticos.

La caracterización de la respuesta al impulso de un sistema óptico en términos de *shapelets* polares ha mostrado una capacidad excelente para la identificación de errores de colimación o limitaciones del diseño del sistema óptico, especialmente mediante el uso de mapas de coeficientes como los proporcionados desde la figura 48 hasta la 59.

Asimismo, se ha demostrado que el empleo de tablas precalculadas con las funciones base de los *shapelets* polares, constituye un mecanismo computacionalmente muy eficaz para la síntesis de imágenes simuladas correspondientes a sistemas ópticos anisoplanáticos con significativas aberraciones ópticas, como el caso de la cámara Baker-Nunn del TFRM.

La técnica de simulación basada en el trazado de rayos inverso (desde cada píxel del sensor hacia el exterior del astrógrafo) ha probado ser una magnífica herramienta para caracterizar las aberraciones de un sistema óptico a partir de sus especificaciones de diseño, incorporando dos principales ventajas: por una parte, facilita la integración en la simulación de la respuesta angular de cada píxel del sensor de imagen (sin dejar de lado el tamaño y forma de la zona activa de estos) y, por otra parte, sienta las bases para trabajar con la orientación angular los rayos salientes, intrínsecamente un dominio de geometría esférica, en contraposición con la proyección de puntos sobre el plano focal.

Esto último abre el camino al empleo de proyecciones conformes, acompañadas de una función de factor de escala, en el proceso de caracterización de las aberraciones ópticas, algo sobre lo cual no hemos encontrado referencia en la bibliografía.

4.2. Limitaciones de la investigación

Aunque se han sentado todas las bases para la puesta en marcha de un programa de reducción astrométrica apto para la cámara Baker-Nunn del TFRM en sus tareas de

vigilancia espacial, dicha aplicación todavía no ha sido desarrollada, por lo que todavía no tenemos datos sobre la precisión y eficacia del algoritmo astrométrico propuesto.

4.3. Otras observaciones

Tras trabajar en la mejora de los métodos de caracterización de las aberraciones ópticas, nos llama la atención el poco valor comparativo que tienen los diagramas de *spot* que comúnmente acompañan a las hojas de diseño de instrumentos ópticos, con la finalidad de mostrar la calidad de formación de imagen. Las principales carencias de estos diagramas derivan de la ausencia de consideración de la distribución espectral de las fuentes luminosas, así como de la falta de un mecanismo de estimación de la densidad de puntos. Ambas limitaciones han sido ampliamente superadas con los métodos desarrollados en este proyecto, por lo que podemos afirmar que la parametrización de la respuesta al impulso de un sistema óptico mediante *shapelets* polares puede constituir una alternativa a los diagramas de *spot* digna de consideración.

5. Conclusiones y líneas futuras

Los resultados de la investigación han sido muy satisfactorios, aportando ideas y herramientas novedosas para acometer el problema propuesto, aunque todavía no se ha llegado a poder validar la eficacia del algoritmo propuesto, habiéndonos quedado a las puertas de su implementación.

Se espera que, en un breve plazo, los resultados de la investigación deriven de forma efectiva en la obtención de capacidades autónomas para la determinación de posiciones de satélites artificiales y otros cuerpos cercanos a la Tierra, mediante el desarrollo de software de reducción astrométrica específicamente adaptado a las características de las misiones de vigilancia espacial llevadas a cabo en el TFRM con la cámara Baker-Nunn y otros instrumentos, como la cámara *Piggyback*[39].

El trabajo de implementación de dicho software se encuentra ya en marcha bajo la denominación *Lynx Plate-Solver*, esperándose resultados en los próximos meses.

[39] Con óptica Canon EF 400/2.8 L IS II USM. El autor ha completado recientemente su caracterización óptica de idéntica manera realizada para la cámara Baker-Nunn del TFRM.

Agradecimientos

Me complace mostrar mi sincero agradecimiento a las siguientes personas por su incuestionable relevancia en relación con el desarrollo de este proyecto de investigación:

Capitán de Navío Dr. Teodoro López Moratalla, Director del Real Instituto y Observatorio de la Armada cuando fue planteado este proyecto de investigación, abriendo las puertas a la colaboración científica.

Capitán de Navío Dr. Francisco Javier Galindo Mendoza, Director del Real Instituto y Observatorio de la Armada durante el desarrollo del proyecto de investigación.

Capitán de Navío Dr. Antonio Pazos García, Subdirector del Real Instituto y Observatorio de la Armada durante el desarrollo del proyecto de investigación.

Teniente de Navío Lluís Canals Ros, Jefe de la Sección de Astronomía del Real Instituto y Observatorio de la Armada y supervisor de este proyecto de investigación.

Dr. Jorge Núñez Murga, Catedrático de Astronomía y Meteorología de la Universidad de Barcelona, por la revisión científica de este proyecto cuando se encontraba en un estado preliminar.

Dr. José María Muñoz Muñoz, Profesor Titular de Electromagnetismo de la Universidad de Valladolid y director de mi tesis doctoral.

Desearía también extender mi gratitud a la *Fundación Alvargonzález* por el apoyo económico proporcionado para la realización de este proyecto.

Referencias bibliográficas

BERRY, R.H., HOBSON, M.P. y WITHINGTON, S., 2004. Modal decomposition of astronomical images with application to shapelets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 354, no. 1, pp. 199-211. ISSN 00358711. DOI 10.1111/j.1365-2966.2004.08180.x.

BERTIN, E. y ARNOUTS, S., 2003. SExtractor: Software for source extraction. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series* [en línea], vol. 117, no. 2, pp. 393-404. ISSN 0365-0138. DOI 10.1051/aas:1996164. Disponible en: http://aas.aanda.org/10.1051/aas:1996164.

BRUSIUS, F., SCHWANECKE, U. y BARTH, P., 2013. Blind Image Deconvolution of Linear Motion Blur. *Communications in Computer and Information Science*, vol. 274, pp. 105-119. ISSN 18650929. DOI 10.1007/978-3-642-32350-8_7.

CHANG, T.-C. y REFREGIER, A., 2001. Shape Reconstruction and Weak Lensing Measurement with Interferometers: A Shapelet Approach. [en línea], pp. 447-456. ISSN 0004-637X. DOI 10.1086/339496. Disponible en: http://arxiv.org/abs/astro-ph/0107085%0Ahttp://dx.doi.org/10.1086/339496.

CHEN, Q. sheng, DEFRISE, M. y DECONINCK, F., 1994. Symmetric phase-only matched filtering of Fourier-Mellin transforms for image registration and recognition. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 16, no. 12, pp. 1156-1168. ISSN 01628828. DOI 10.1109/34.387491.

DUNN, K.-P., 1984. *Atmospheric Refraction Error and Its Compensation for Passive, Optical Sensors*. 1984. Lexington, Massachusetts: Lincoln Laboratory, Massachusetts Institute of Technology.

EVANS, D.W., IRWIN, M.J. y HELMER, L., 2003. The Carlsberg Meridian Telescope CCD drift scan survey. *Astronomy & Astrophysics*, vol. 395, no. 1, pp. 347-356. ISSN 0004-6361. DOI 10.1051/0004-6361:20021285.

FORS, O., NÚÑEZ, J., LUIS MUIÑOS, J., JAVIER MONTOJO, F., BAENA-GALLÉ, R., BOLOIX, J., MORCILLO, R., TERESA MERINO, M., DOWNEY, E.C. y

MAZUR, M.J., 2013. Telescope Fabra ROA Montsec: A New Robotic Wide Field Baker–Nunn Facility. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* [en línea], vol. 125, no. 927, pp. 522-538. ISSN 00046280. DOI 10.1086/670941. Disponible en: http://iopscience.iop.org/article/10.1086/670941.

HORNER, J.L. y GIANINO, P.D., 1984. Phase-only matched filtering. *Applied Optics* [en línea], vol. 23, no. 6, pp. 812. ISSN 0003-6935. DOI 10.1364/AO.23.000812. Disponible en: https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ao-23-6-812.

JI, H. y LIU, C., 2008. Motion blur identification from image gradients. *26th IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR*, ISSN 1063-6919. DOI 10.1109/CVPR.2008.4587537.

KOUPRIANOV, V., 2008. Distinguishing features of CCD astrometry of faint GEO objects. *Advances in Space Research*, vol. 41, no. 7, pp. 1029-1038. ISSN 02731177. DOI 10.1016/j.asr.2007.04.033.

LANG, D., HOGG, D.W., MIERLE, K., BLANTON, M. y ROWEIS, S., 2009. Astrometry.net: Blind astrometric calibration of arbitrary astronomical images. [en línea], DOI 10.1088/0004-6256/139/5/1782. Disponible en: http://arxiv.org/abs/0910.2233.

MASSEY, R. y REFREGIER, A., 2005. Polar shapelets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 363, no. 1, pp. 197-210. ISSN 00358711. DOI 10.1111/j.1365-2966.2005.09453.x.

MCDONOUGH, R.N. y WHALEN, A.D., 1995. *Detection of Signals in Noise (second edition)*. S.l.: Academic Press. ISBN 9780127448527.

MELCHIOR, P., MENEGHETTI, M. y BARTELMANN, M., 2007. Reliable shapelet image analysis. *Astronomy & Astrophysics* [en línea], vol. 463, no. 6259, pp. 1215-1225. ISSN 1003-5370. DOI 10.1051/0004-6361:20066259. Disponible en: https://www.aanda.org/articles/aa/pdf/2007/09/aa6259-06.pdf.

MUIÑOS, J.L. y EVANS, D.W., 2014. The CMC15, the last issue of the series «Carlsberg Meridian Catalogue, La Palma». *Astronomische Nachrichten*, vol. 335,

no. 4, pp. 367-370. ISSN 15213994. DOI 10.1002/asna.201312045.

NIKOLAEV, S., PHILLION, D., SIMMS, L., PERTICA, A. y OLIVIER, S.S., 2011. *Analysis of Galaxy 15 Satellite Images from a Small-Aperture Telescope*. 2011. Livermore, California: Lawrence Livermore National Laboratory.

OLSEN, D., DOU, C., ZHANG, X., HU, L., KIM, H. y HILDUM, E., 2010. Radiometric calibration for AgCam. *Remote Sensing* [en línea], vol. 2, no. 2, pp. 464-477. ISSN 20724292. DOI 10.3390/rs2020464. Disponible en: http://www.mdpi.com/2072-4292/2/2/464.

POLYANSKIY, M., 2008. Refractive index database. *RefractiveIndex.INFO* [en línea]. Disponible en: http://refractiveindex.info.

REFREGIER, A. y ALEXANDRE, 2001. Shapelets: I. A Method for Image Analysis. *Monthly Notice of the Royal Astronomical Society, Volume 338, Issue 1, pp. 35-47.* [en línea], vol. 338, pp. 35-47. DOI 10.1046/j.1365-8711.2003.05901.x. Disponible en: http://arxiv.org/abs/astro-ph/0105178.

REFREGIER, A. y BACON, D., 2003. Shapelets: II. A method for weak lensing measurements. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* [en línea], vol. 338, no. 1, pp. 48-56. ISSN 0035-8711. DOI 10.1046/j.1365-8711.2003.05902.x. Disponible en: https://academic.oup.com/mnras/article-lookup/doi/10.1046/j.1365-8711.2003.05902.x.

RICHARDSON, W.H., 2008. Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration. *Journal of the Optical Society of America* [en línea], vol. 62, no. 1, pp. 55. ISSN 0030-3941. DOI 10.1364/josa.62.000055. Disponible en: https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=josa-62-1-55.

STONE, R.C., 1996. An Accurate Method for Computing Atmospheric Refraction. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* [en línea], vol. 108, pp. 1051. ISSN 0004-6280. DOI 10.1086/133831. Disponible en: http://iopscience.iop.org/article/10.1086/133831.

SUN, R.Y. y ZHAO, C.Y., 2013. A new source extraction algorithm for optical space

debris observation. *Research in Astronomy and Astrophysics*, vol. 13, no. 5, pp. 604-614. ISSN 16744527. DOI 10.1088/1674-4527/13/5/011.

SYBILSKA, A., KOZŁOWSKI, S., SYBILSKI, P., PAWŁASZEK, R., SŁONINA, M., GURGUL, A., KONORSKI, P., DRZAŁ, M., HUS, S., LECH, G., LITWICKI, M., PILICHOWSKI, M., ŚLIMAK, R., KOLB, U., BURWITZ, V., FLOHRER, T. y FUNKE, Q., 2019. Astrometry24.NET-precise astrometry for SST and NEO. *1st NEO and Debris Detection Conference*. Darmstadt, Germany: s.n.,

VANDER LUGT, A., 1964. Signal Detection By Complex Spatial Filtering. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 10, no. 2, pp. 139-145. ISSN 15579654. DOI 10.1109/TIT.1964.1053650.

Figuras[40]

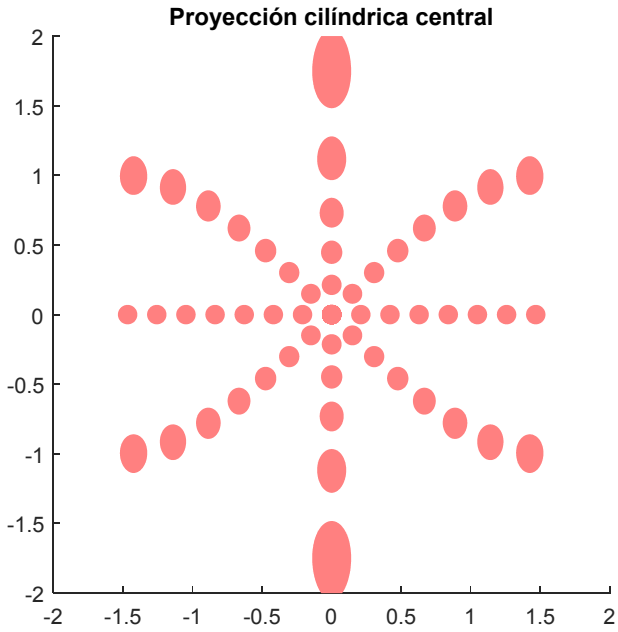


Figura 1: Elipses indicatrices de Tissot para proyección cilíndrica central.

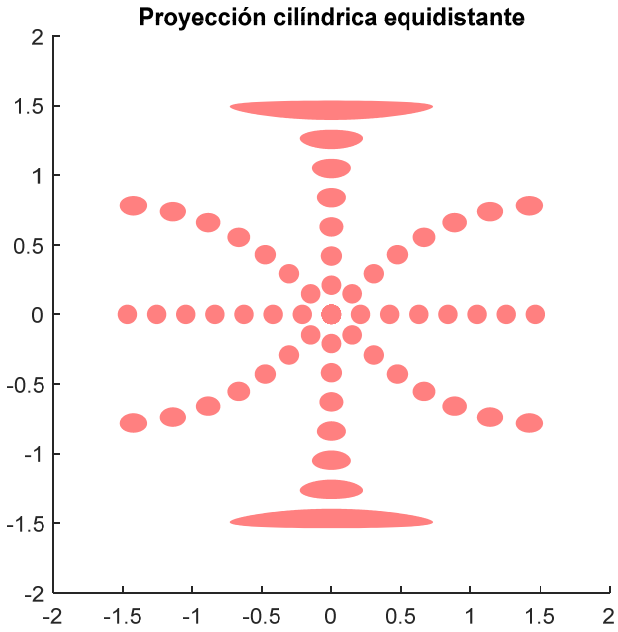


Figura 2: Elipses indicatrices de Tissot para proyección cilíndrica equidistante.

[40] Todas las figuras contenidas en esta memoria han sido elaboradas por el autor.

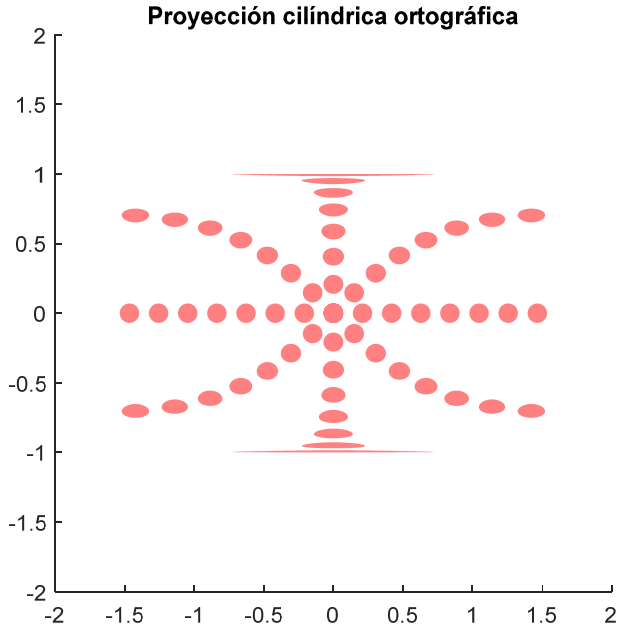


Figura 3: Elipses indicatrices de Tissot para proyección cilíndrica ortográfica.

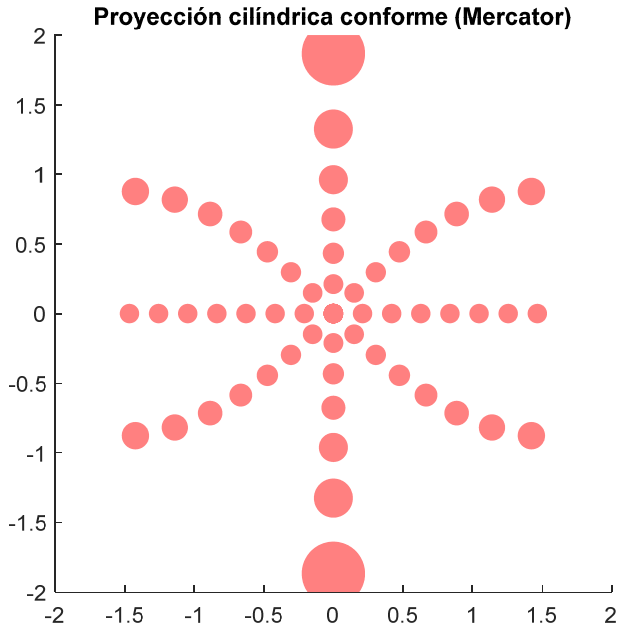


Figura 4: Elipses indicatrices de Tissot para proyección cilíndrica conforme (Mercator)

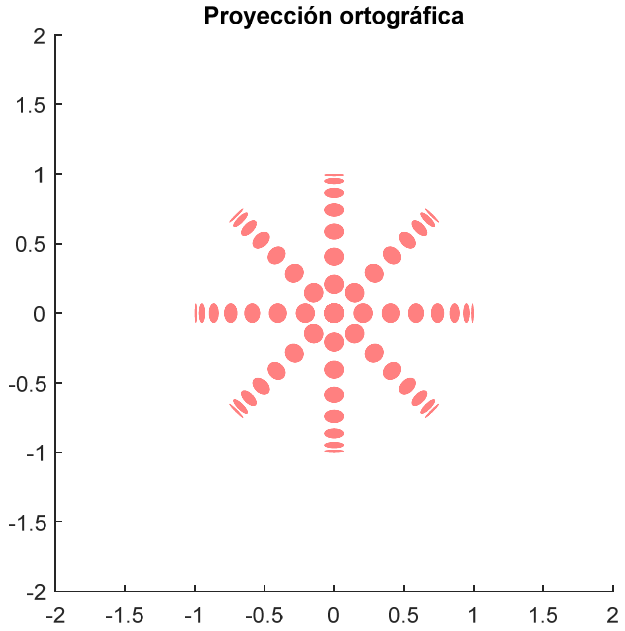


Figura 5: Elipses indicatrices de Tissot para proyección ortográfica.

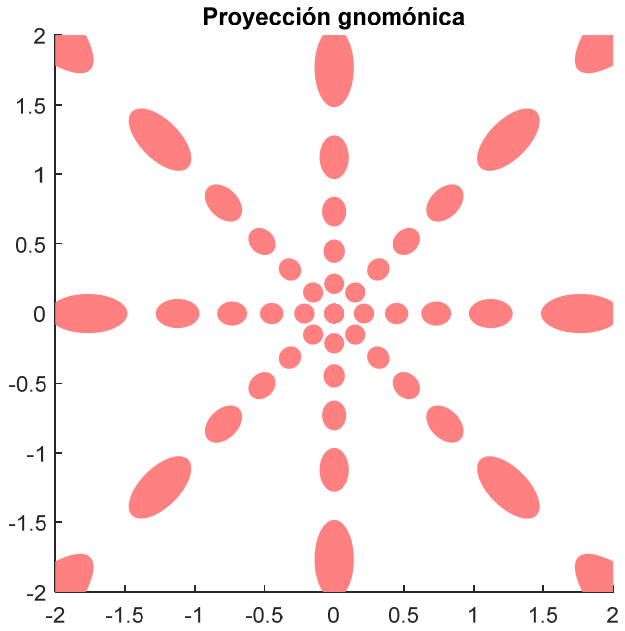


Figura 6: Elipses indicatrices de Tissot para proyección gnomónica.

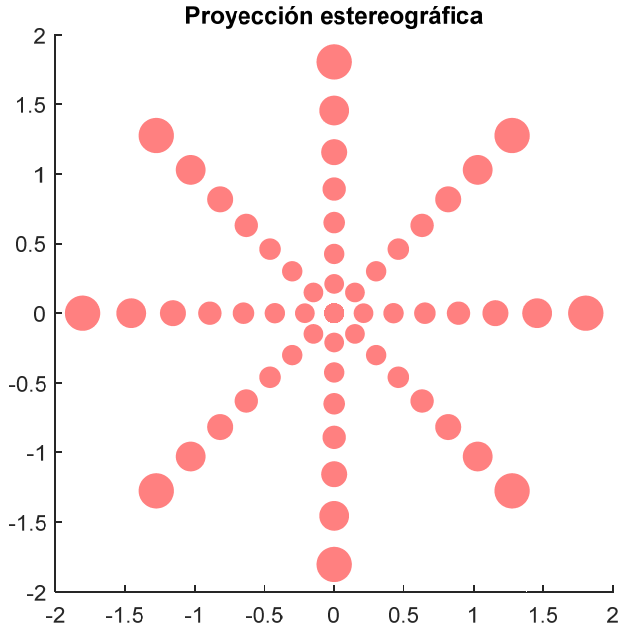


Figura 7: Elipses indicatrices de Tissot para proyección estereográfica.

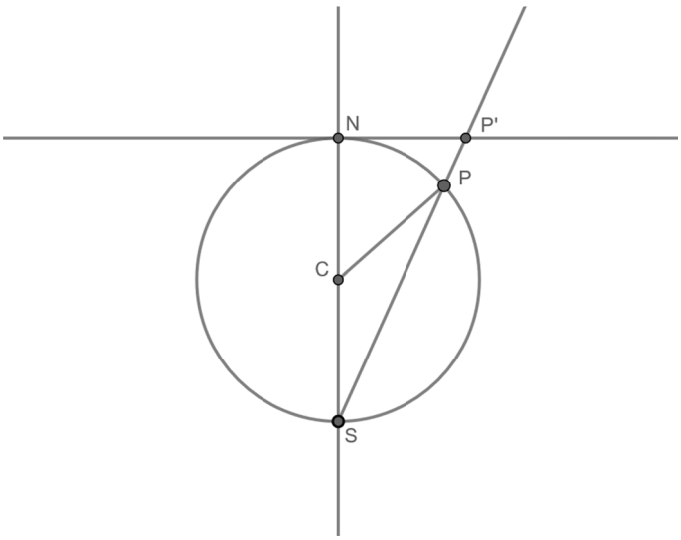


Figura 8: Proyección estereográfica de la esfera (sección)

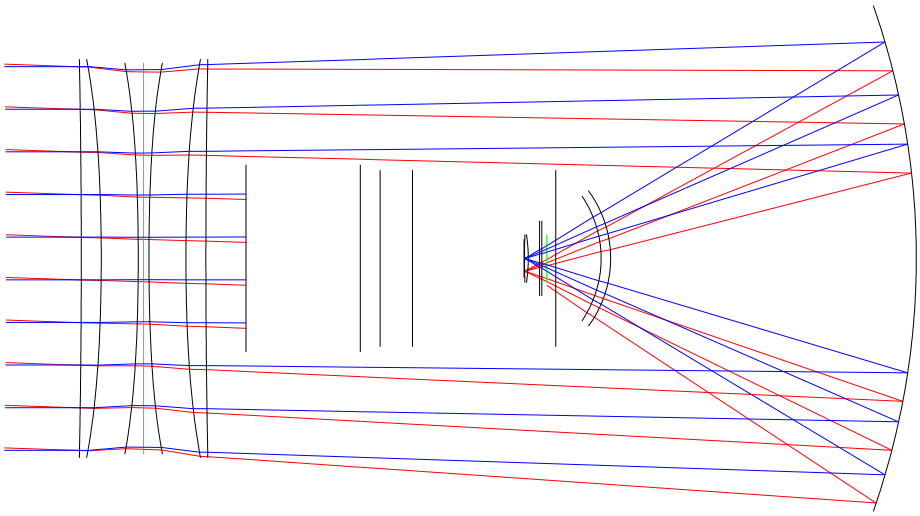


Figura 9: Configuración óptica y trazado de rayos en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM.

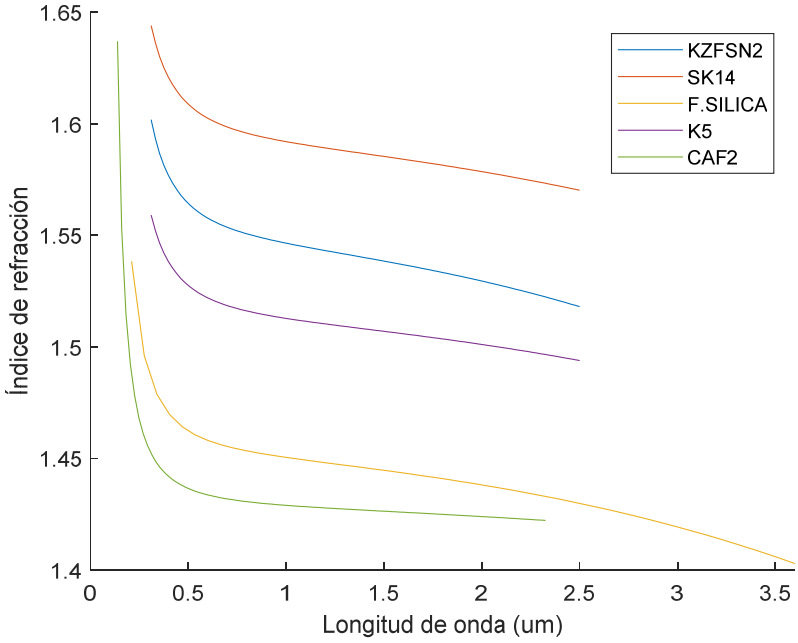


Figura 10: Índices de refracción en función de la longitud de onda, correspondientes a los medios ópticos empleados en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM.

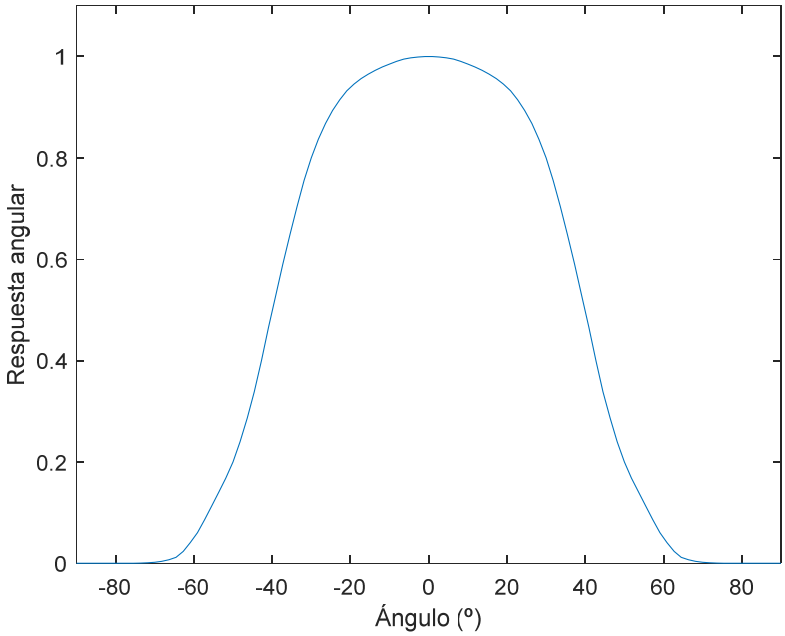


Figura 11: Respuesta angular del sensor KAF-16803.

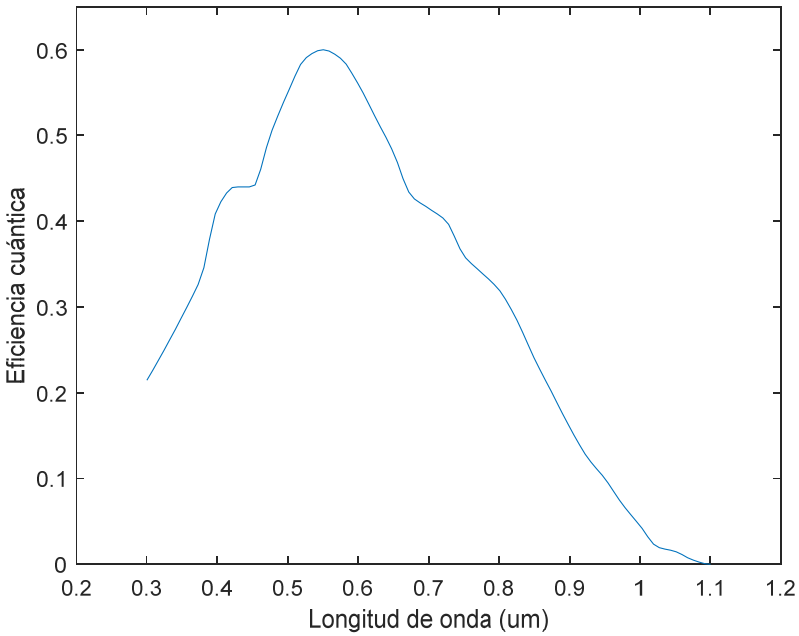


Figura 12: Eficiencia cuántica (absoluta) del sensor KAF-16803.

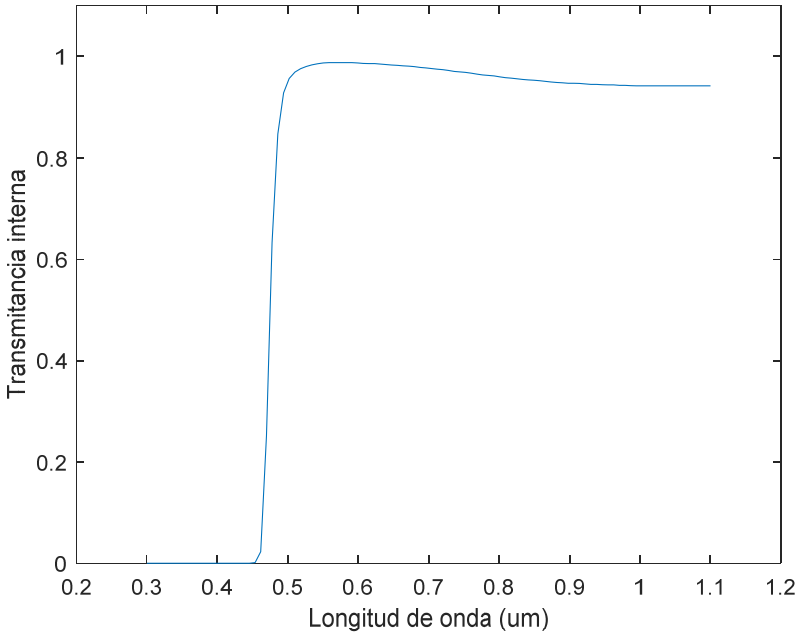


Figura 13: Transmitancia interna del filtro Schott GG-475.

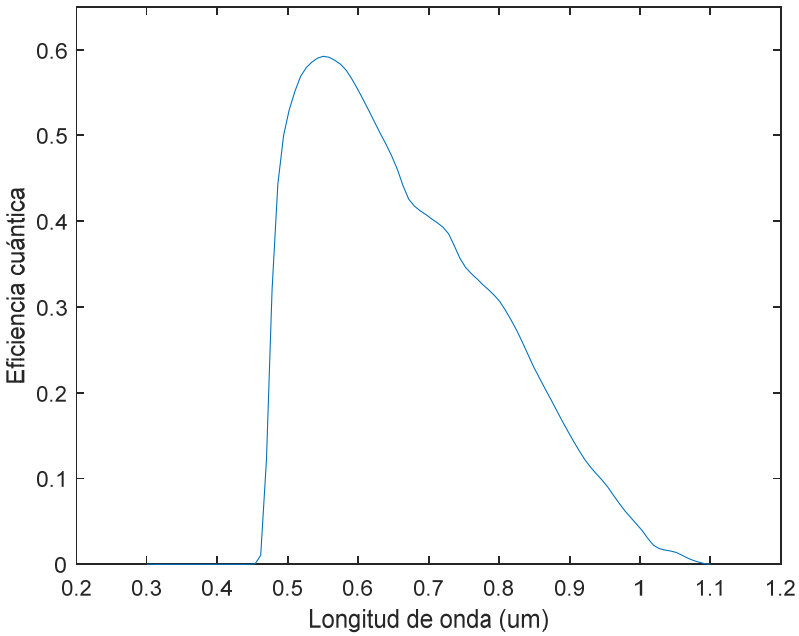


Figura 14: Eficiencia cuántica (absoluta) del sensor KAF-16803 con filtro Schott GG-475.

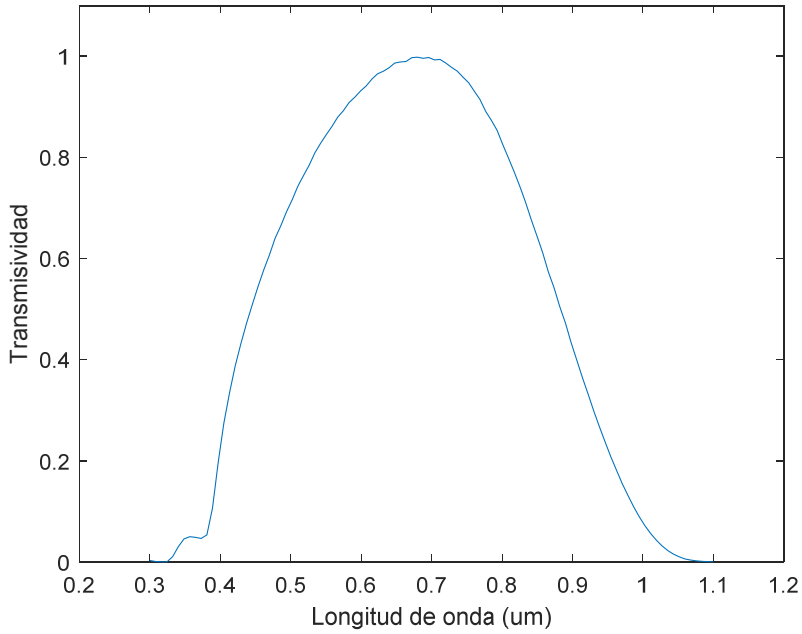


Figura 15: Transmisividad de la banda G del sistema fotométrico Gaia (revisado para DR2).

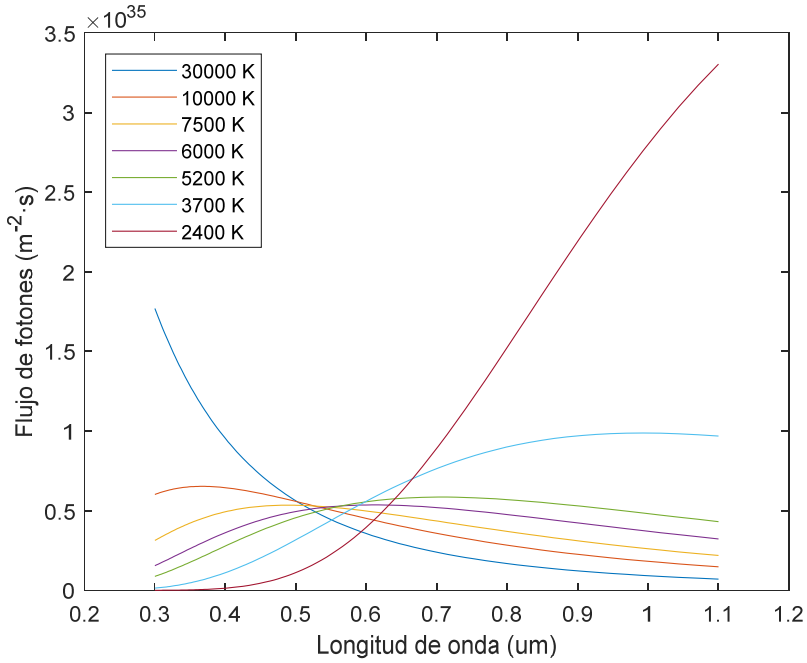


Figura 16: Flujos de fotones correspondientes a fuentes estelares de diferentes temperaturas efectivas, pero con una misma magnitud aparente en la banda G del sistema fotométrico Gaia (revisado para DR2).

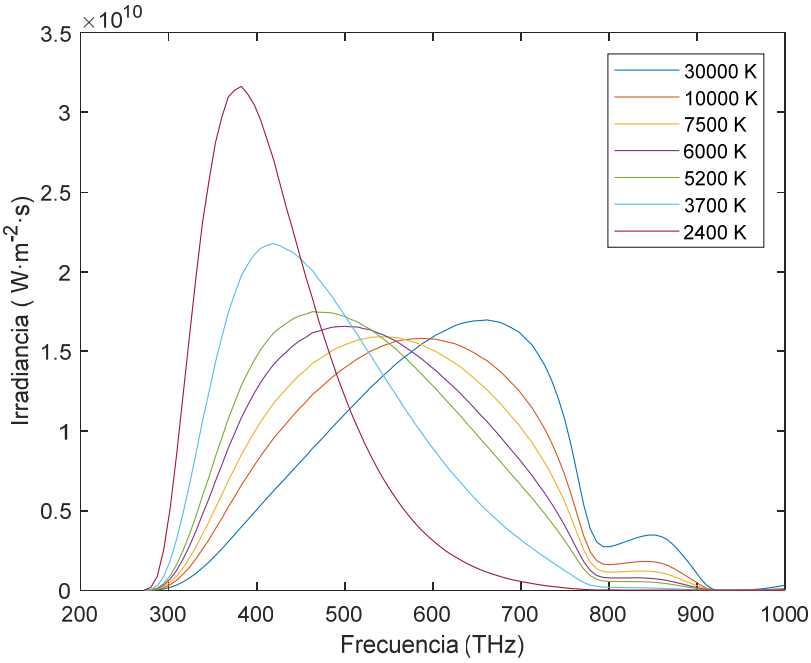


Figura 17: Irradiancias correspondientes a fuentes estelares de diferentes temperaturas efectivas, pero con una misma magnitud aparente en la banda G del sistema fotométrico Gaia, transmitidas a través de la banda G de Gaia (revisado para DR2). Frecuencia en abscisas.

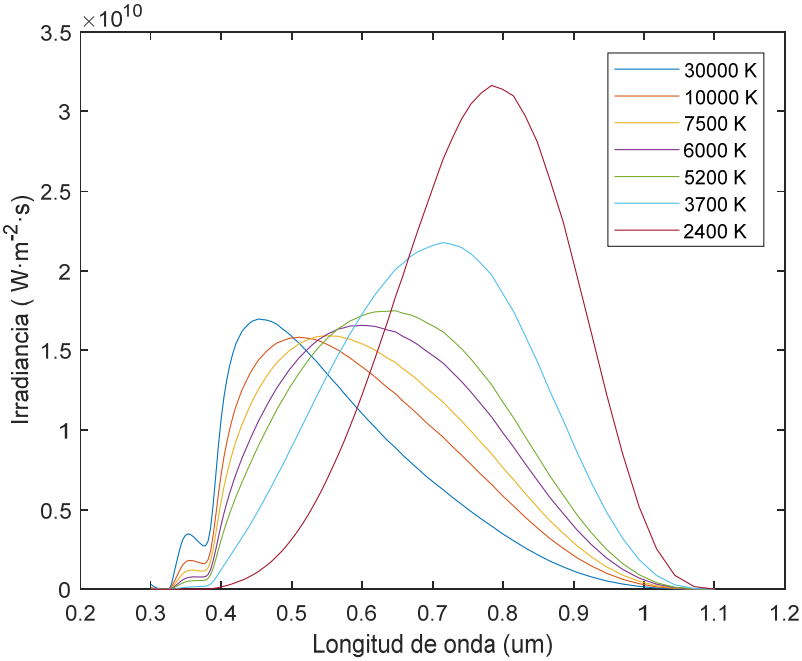


Figura 18: Irradiancias correspondientes a fuentes estelares de diferentes temperaturas efectivas, pero con una misma magnitud aparente en la banda G del sistema fotométrico Gaia, transmitidas a través de la banda G de Gaia (revisado para DR2). Long. de onda en abscisas.

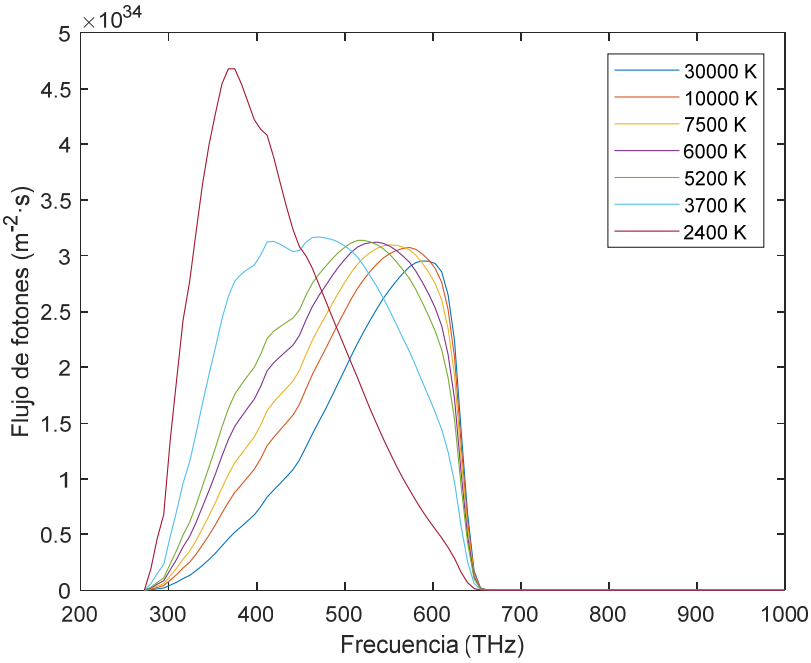


Figura 19: Flujos de fotones de fuentes estelares de diferentes temperaturas efectivas, pero con una misma magnitud aparente en la banda G del sistema fotométrico Gaia (revisado para DR2), en el sensor KAF-16803 con filtro Schott GG-475. Frecuencia en abscisas.

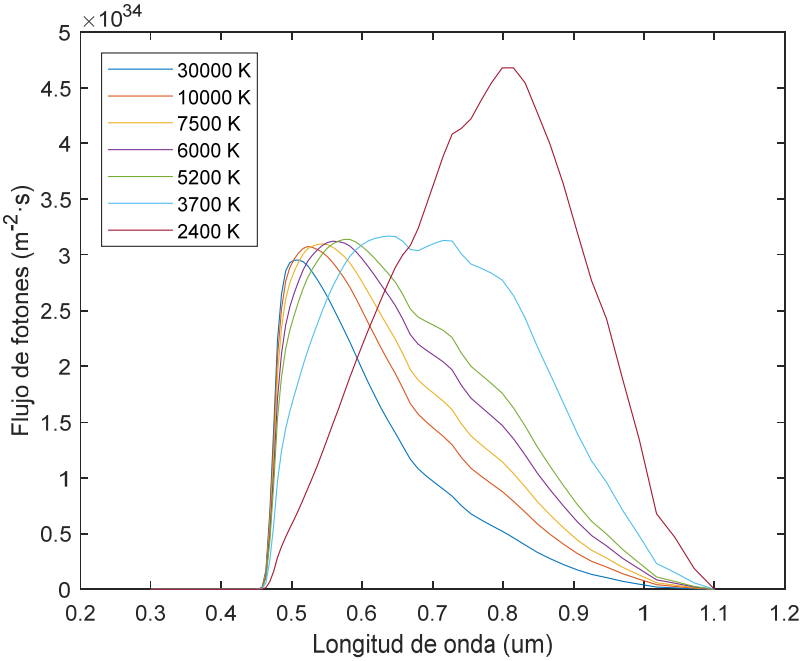


Figura 20: Flujos de fotones de fuentes estelares de diferentes temperaturas efectivas, pero con una misma magnitud aparente en la banda G del sistema fotométrico Gaia (revisado para DR2), en el sensor KAF-16803 con filtro Schott GG-475. Long. de onda en abscisas.

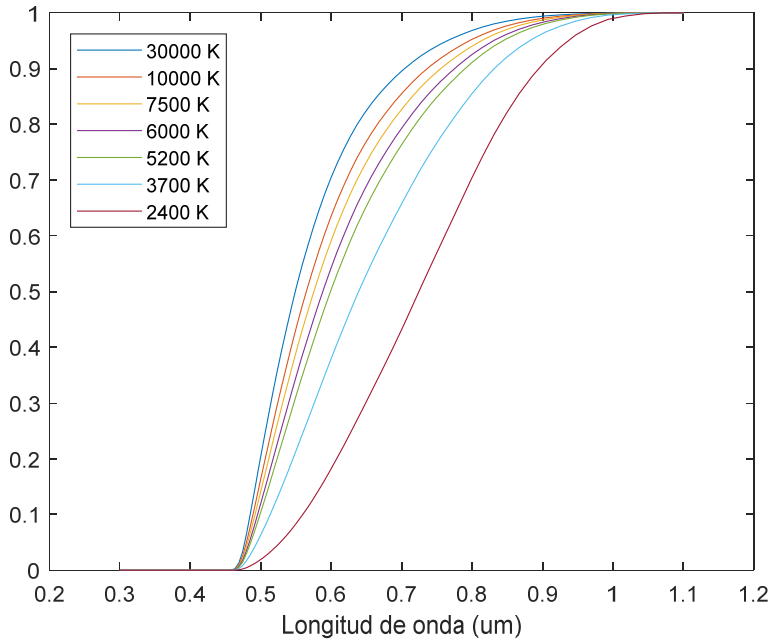


Figura 21: Funciones de distribución de probabilidad correspondientes a la longitud de onda de fotones procedentes de estrellas de diferentes temperaturas efectivas, detectados en el sensor KAF-16803 con filtro Schott GG-475.

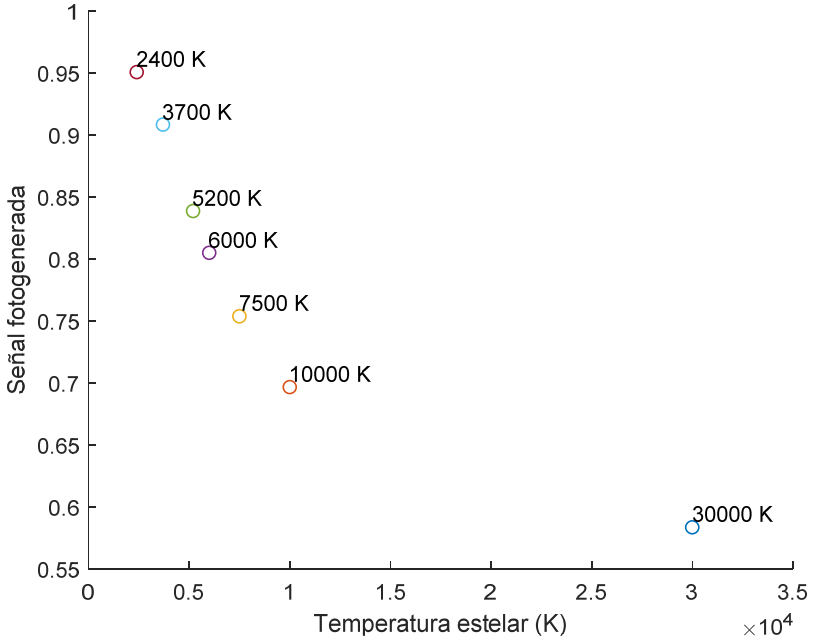


Figura 22: Señal fotogenerada en sensor KAF-16803 con filtro Schott GG-475, correspondiente a estrellas de diferentes temperaturas efectivas, pero una misma magnitud aparente, según la escala fotométrica de la banda G de Gaia (revisión para DR2).

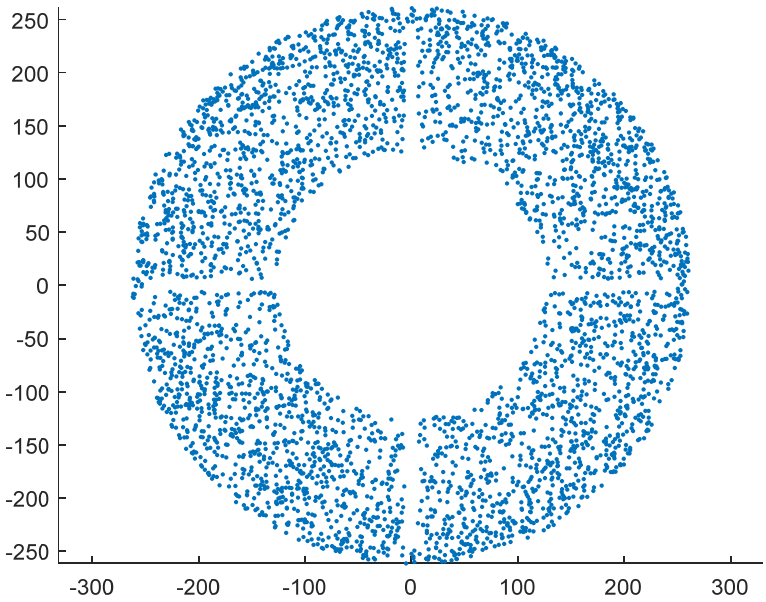


Figura 23: Simulación de la localización de los puntos de paso ante la apertura de la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, correspondientes a un conjunto de rayos aleatoriamente distribuidos que alcanzan un pixel central del sensor. (Ambos ejes en mm).

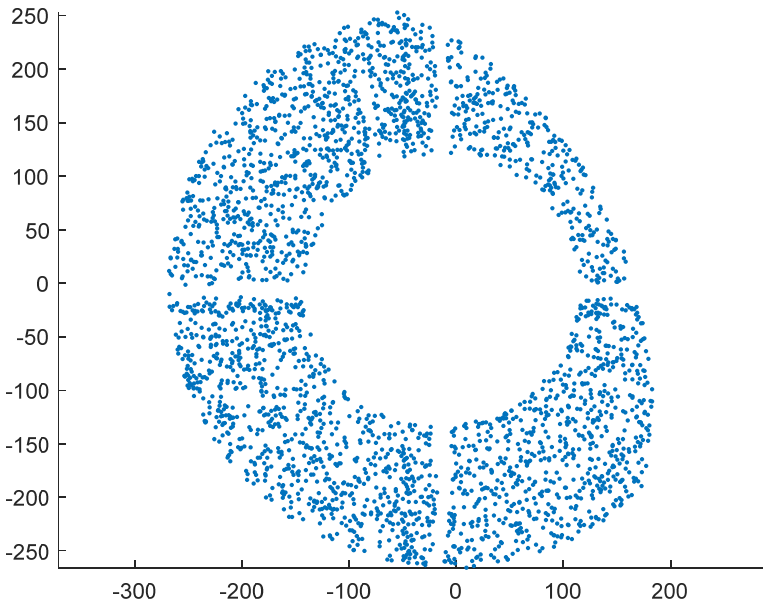


Figura 24: Simulación de la localización de los puntos de paso ante la apertura de la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, correspondientes a un conjunto de rayos aleatoriamente distribuidos que alcanzan un pixel ubicado en una zona periférica del sensor, pudiendo apreciarse el efecto del viñeteo. (Ambos ejes en mm).

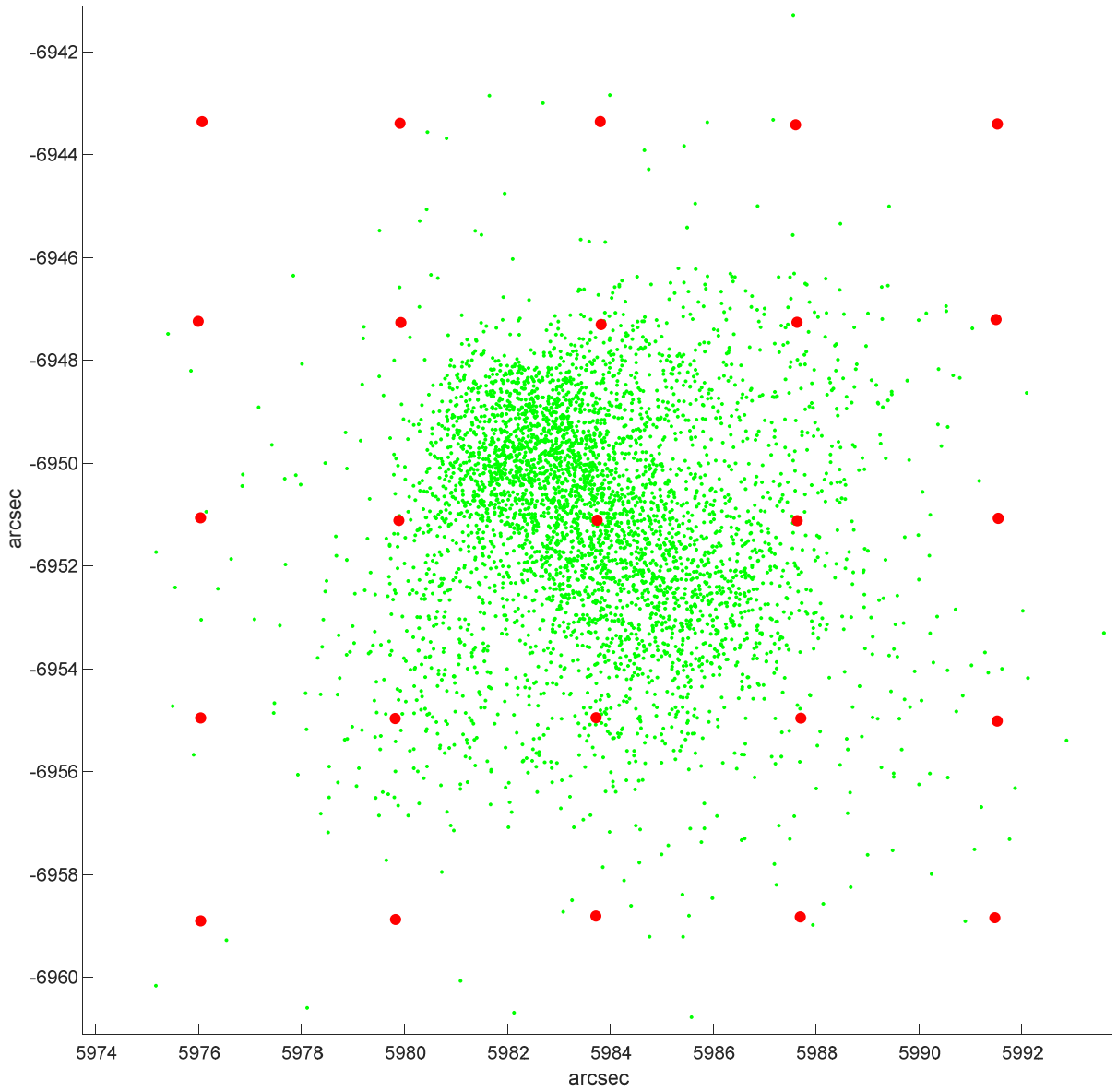


Figura 25: Nube de puntos (color verde) correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado respecto al eje óptico a 13,9185 mm en el eje x, y a -16,1685 mm en el eje y, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella de 4000K de temperatura efectiva. Los puntos rojos se corresponden con la dirección principal de los píxeles adyacentes del sensor. (Ambos ejes en segundos de arco).

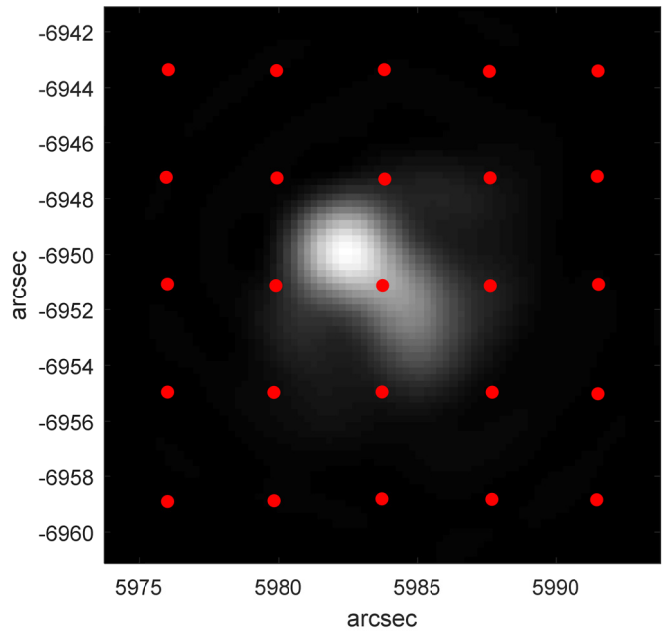


Figura 26: Reconstrucción de la sensibilidad direccional correspondiente al análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 25. Los puntos rojos se corresponden con la dirección principal de los píxeles adyacentes del sensor. (Ambos ejes en segundos de arco).

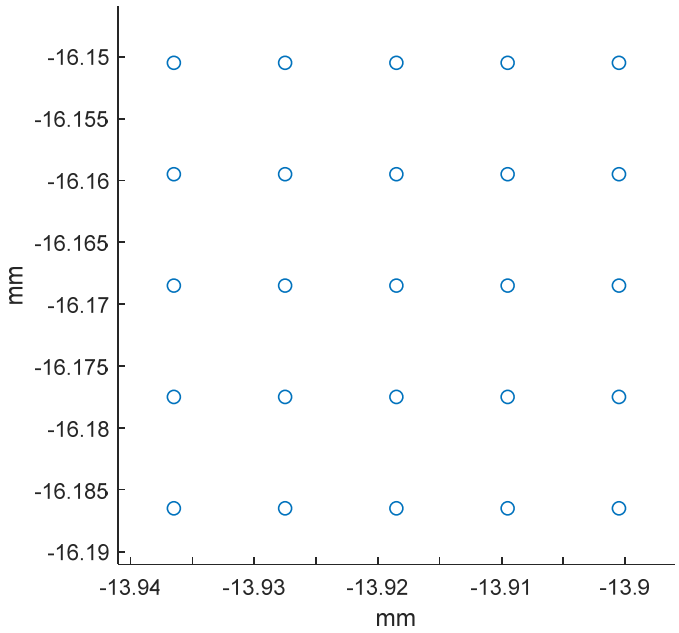


Figura 27: Ubicación en el sensor de los centros de los píxeles mostrados en la Figura 25 y en la Figura 26. El píxel central es el correspondiente a la nube de puntos y a la reconstrucción de la sensibilidad direccional que aparecen en las figuras indicadas respectivamente.

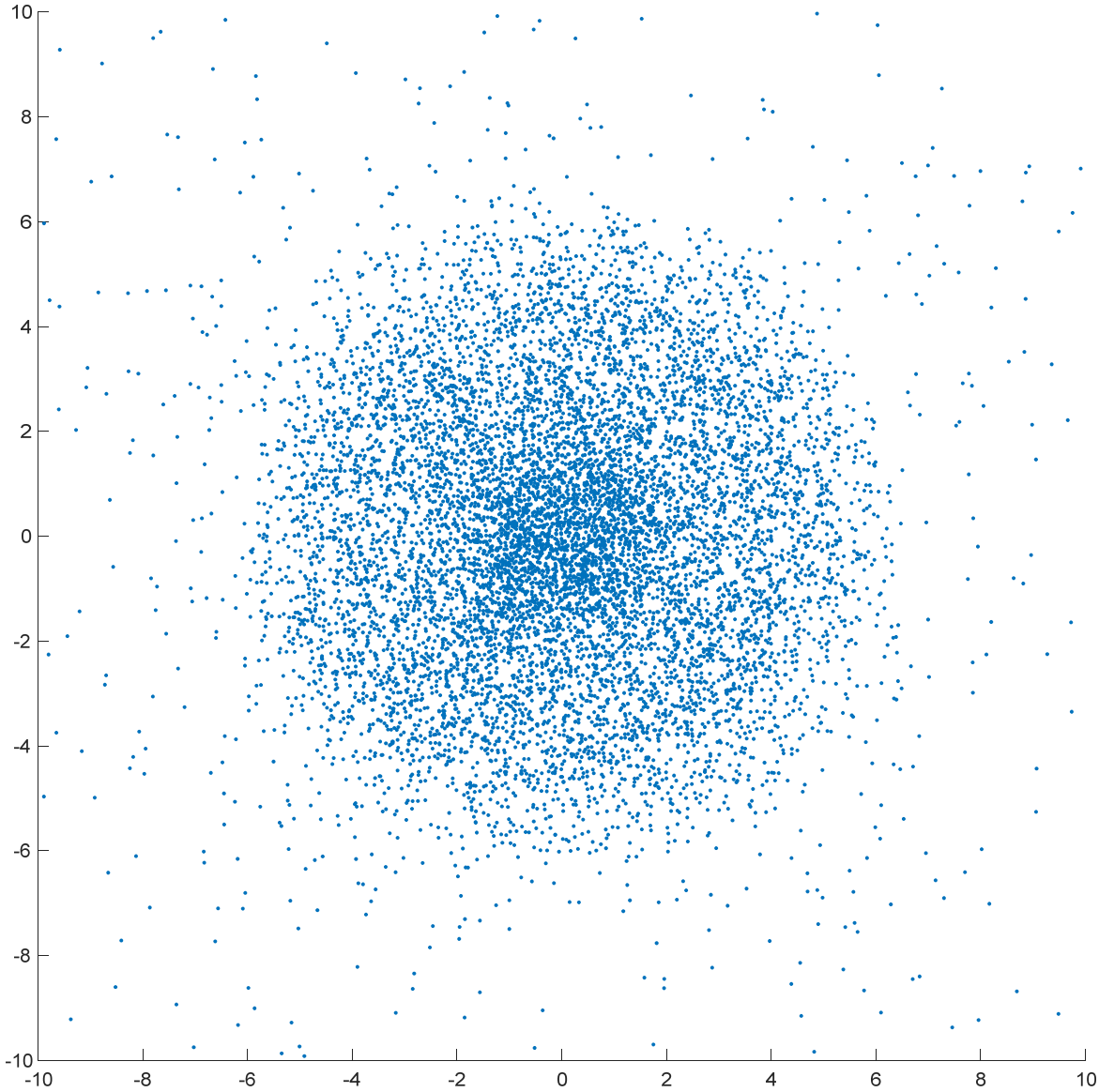
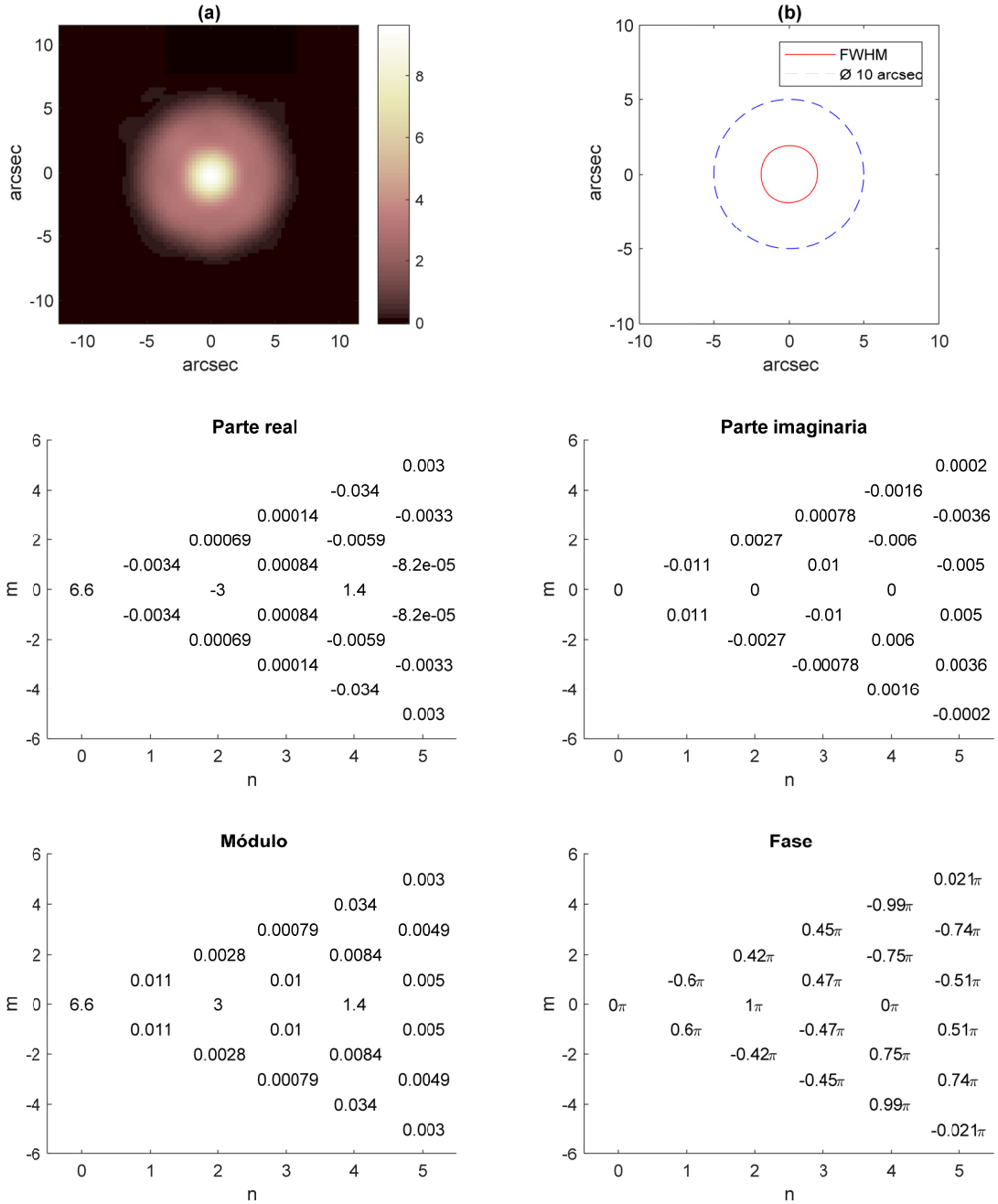


Figura 28: Nube de puntos correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel central en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en segundos de arco).



(a) Reconstrucción de la sensibilidad direccional mediante shapelets polares.

(b) Anchura a media altura (Full Width at Half Maximum, FWHM) y disco de referencia.

Resto: Coeficientes shapelets polares.

Figura 29: Resultados del análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 28, correspondientes a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel central en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva.

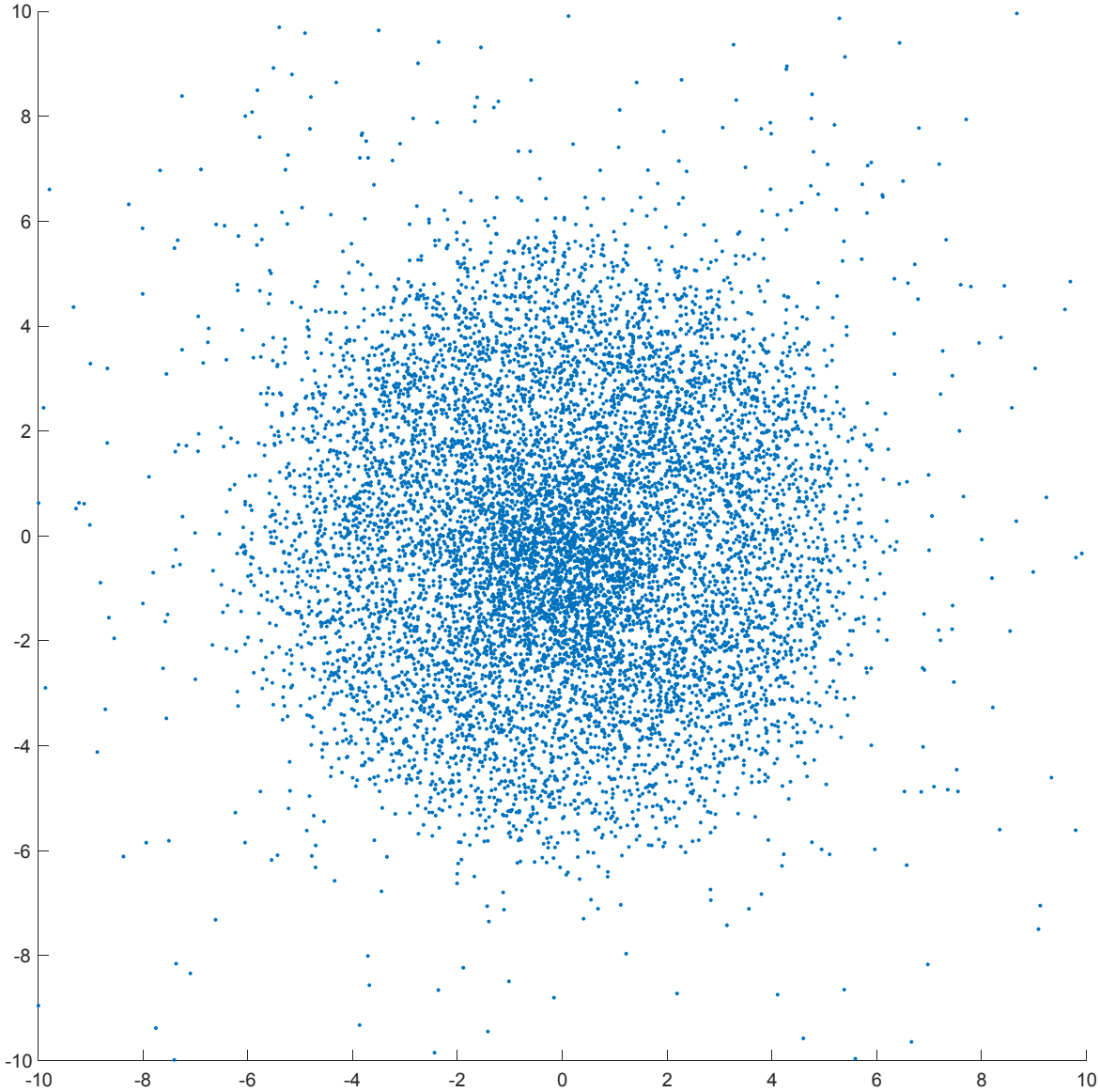
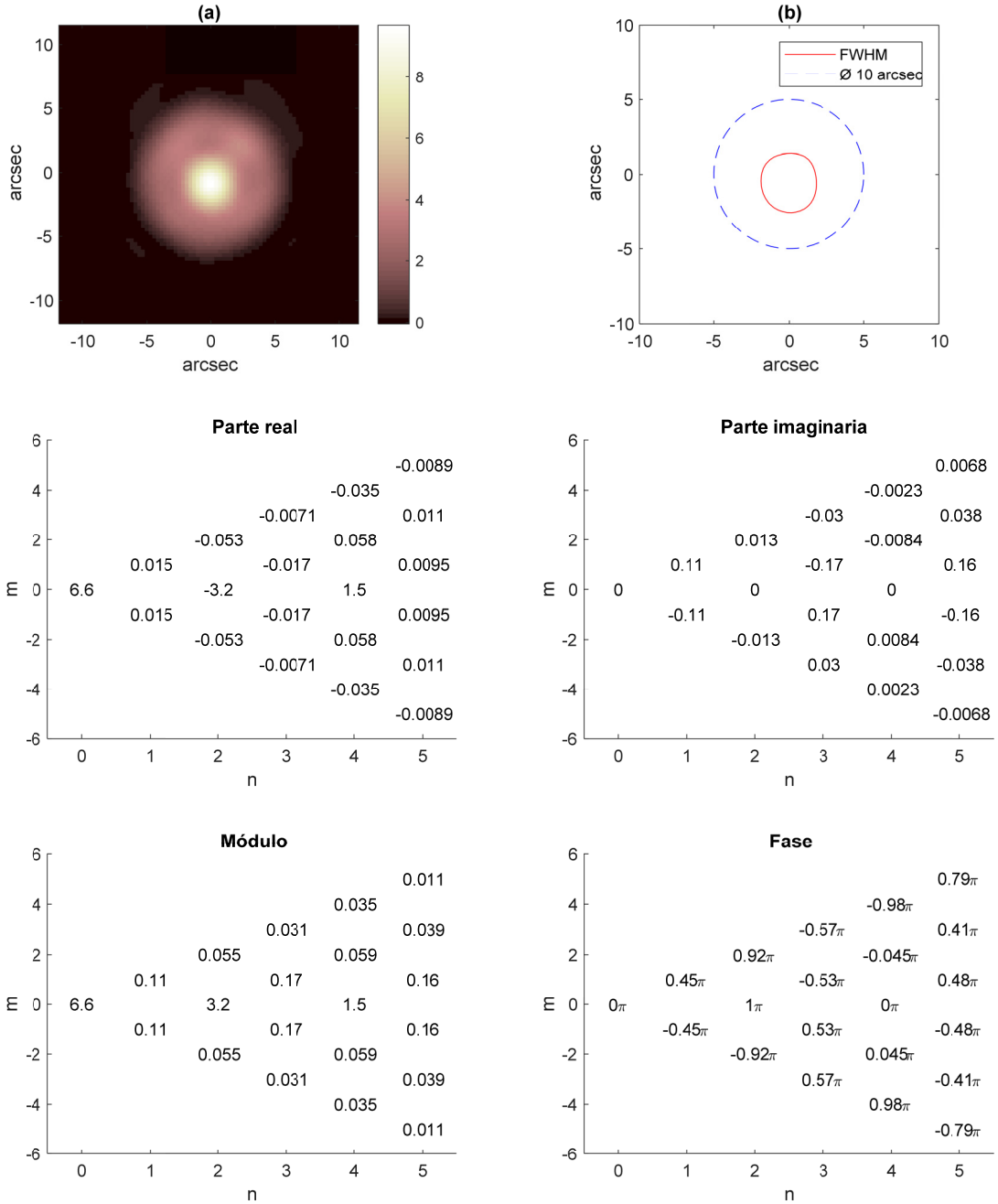


Figura 30: Nube de puntos correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 5,26 mm del eje óptico (desplazamiento vertical positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en segundos de arco).



(a) Reconstrucción de la sensibilidad direccional mediante shapelets polares.

(b) Anchura a media altura (Full Width at Half Maximum, FWHM) y disco de referencia.

Resto: Coeficientes shapelets polares.

Figura 31: Resultados del análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 30, correspondientes a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 5,26 mm del eje óptico (desplazamiento vertical positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva.

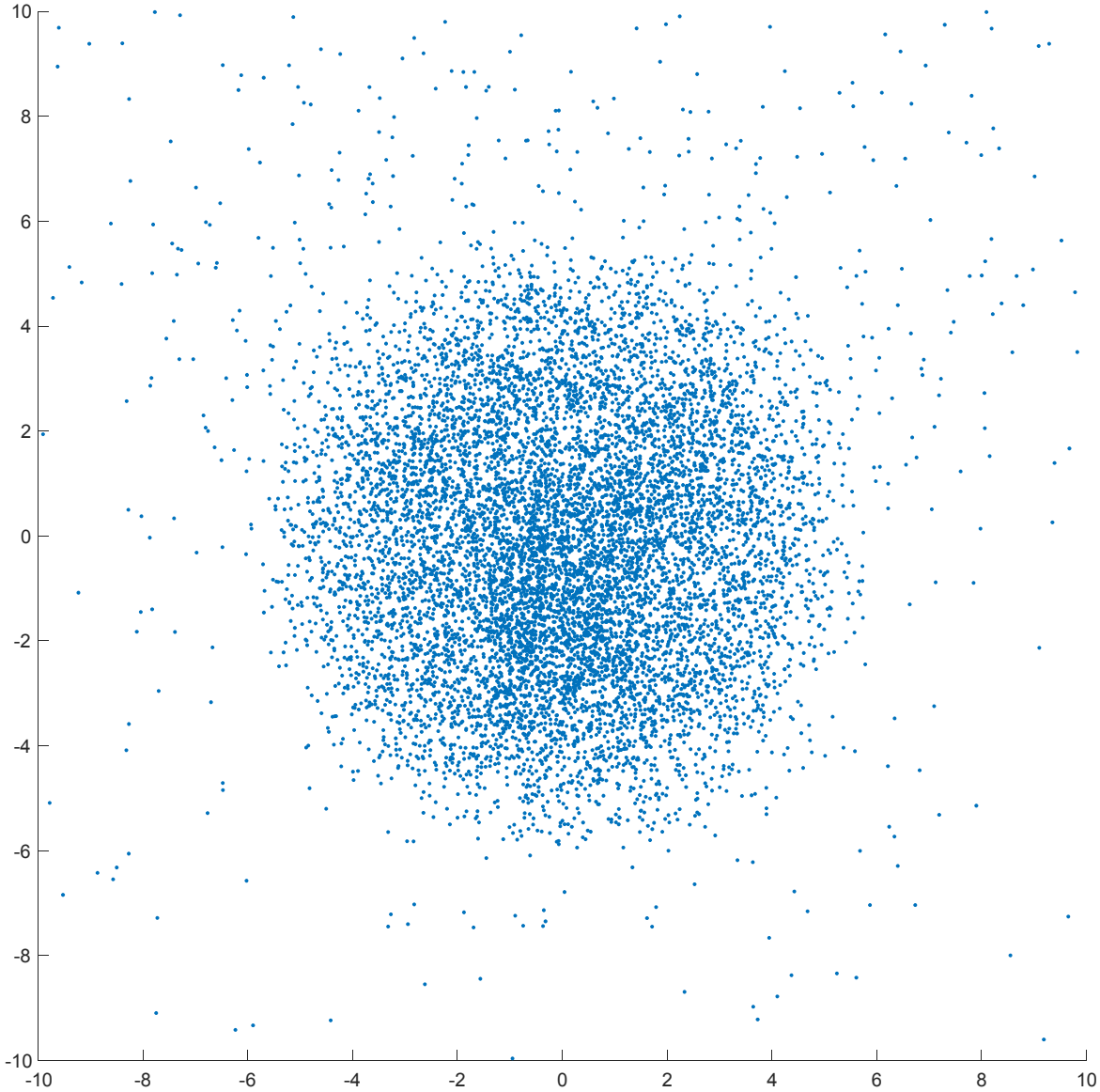
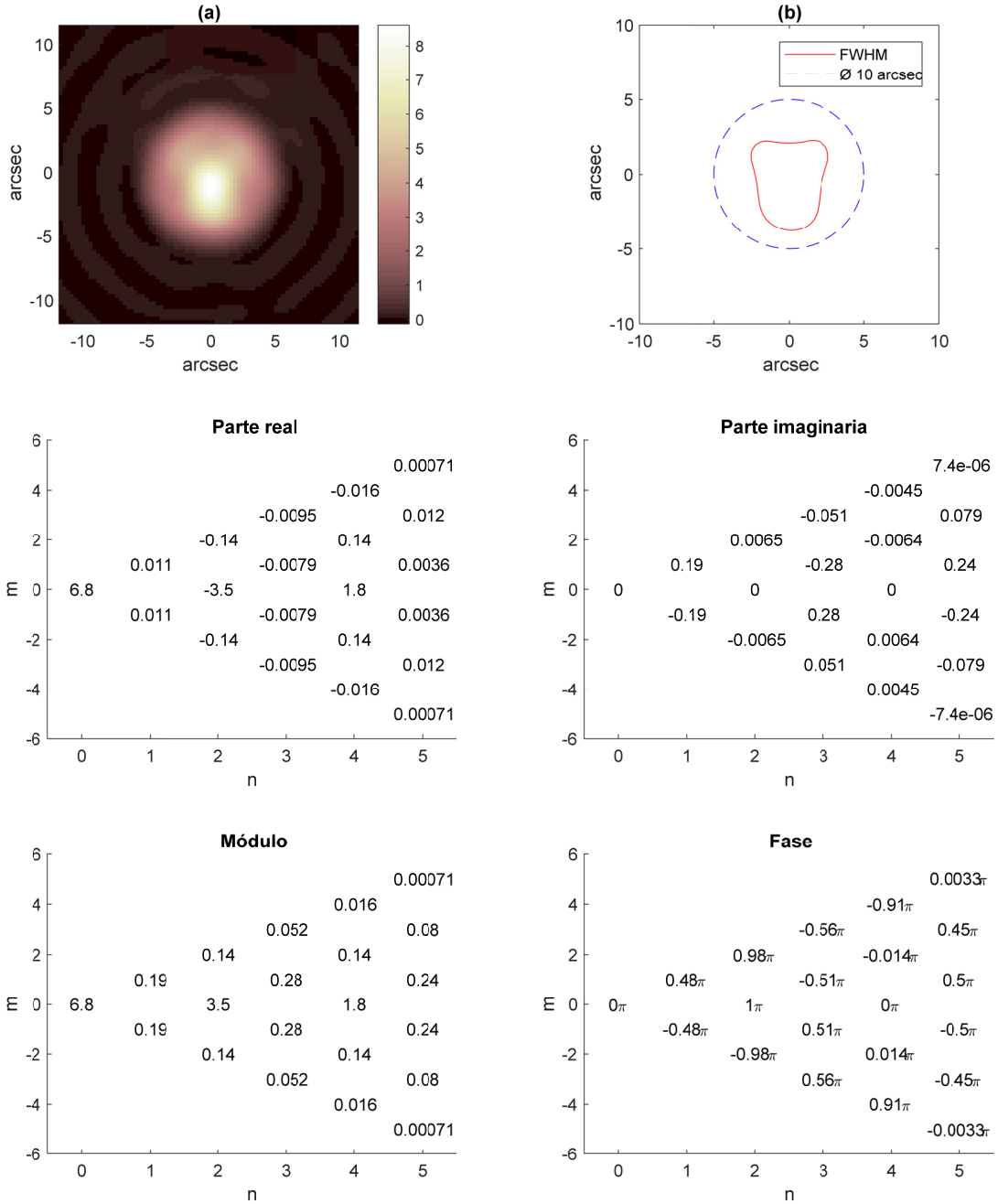


Figura 32: Nube de puntos correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 10,53 mm del eje óptico (desplazamiento vertical positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en segundos de arco).



(a) Reconstrucción de la sensibilidad direccional mediante shapelets polares.

(b) Anchura a media altura (Full Width at Half Maximum, FWHM) y disco de referencia.

Resto: Coeficientes shapelets polares.

Figura 33: Resultados del análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 32, correspondientes a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 10,53 mm del eje óptico (desplazamiento vertical positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva.

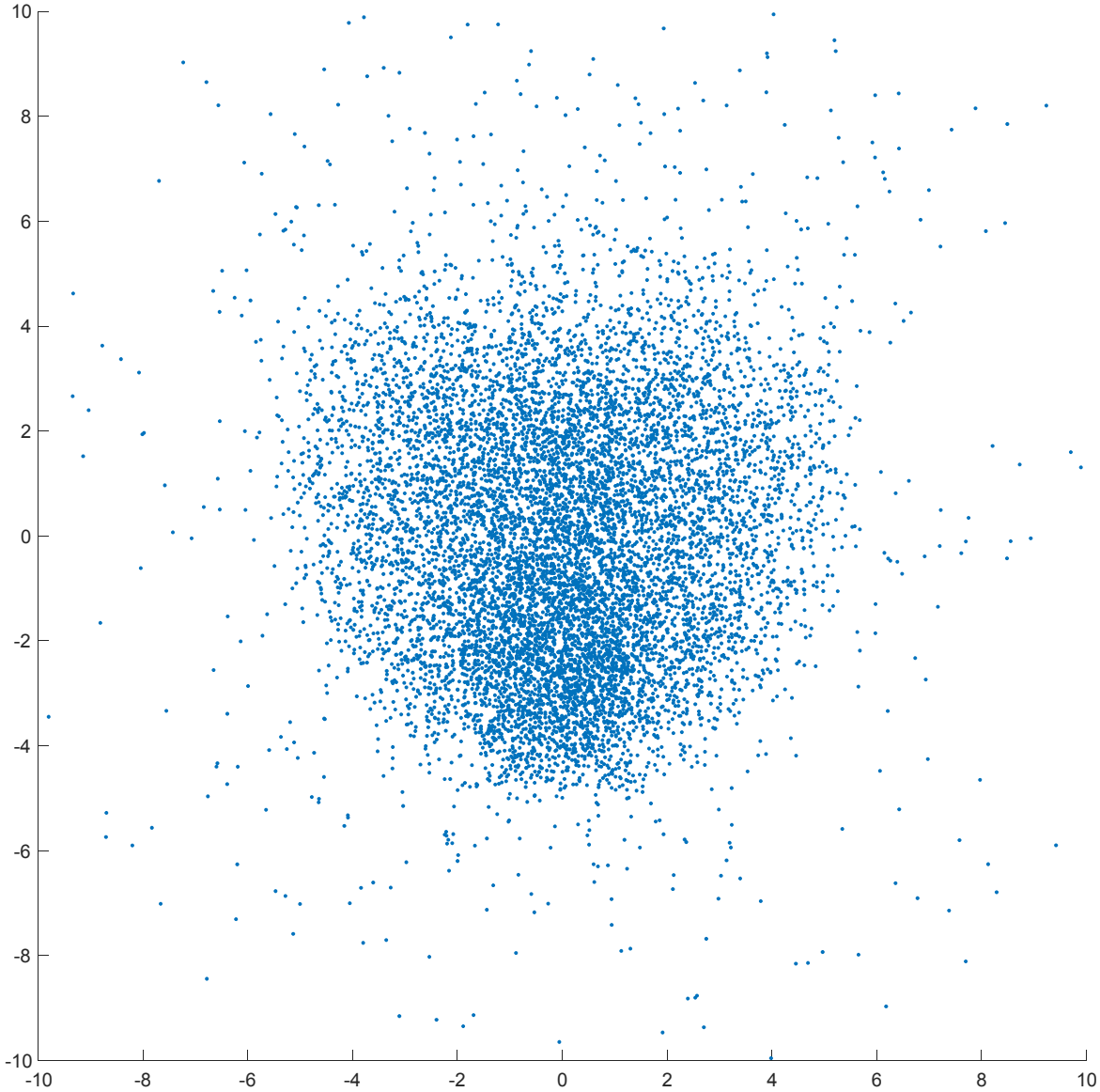
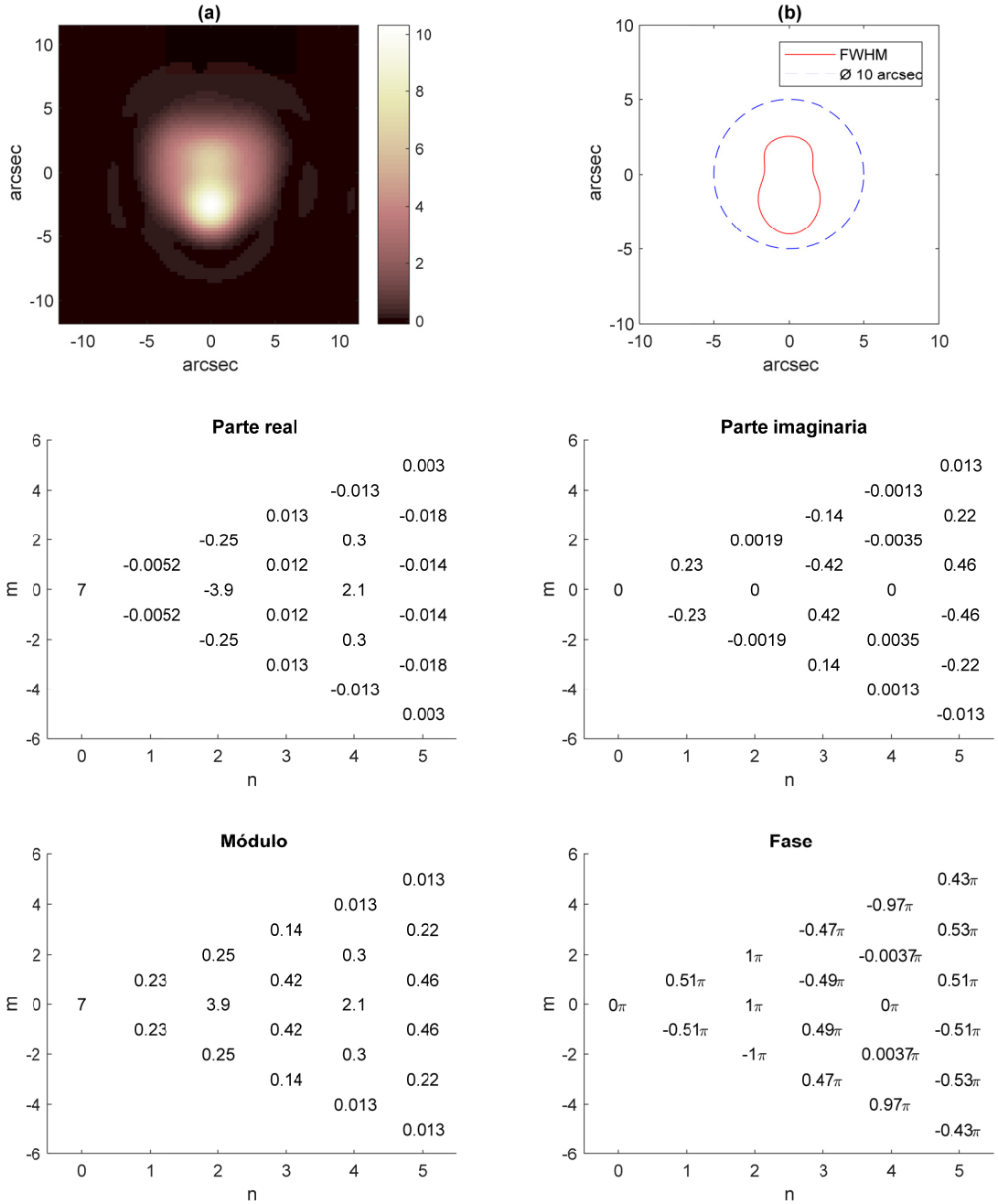


Figura 34: Nube de puntos correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 15,69 mm del eje óptico (desplazamiento vertical positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en segundos de arco).



(a) Reconstrucción de la sensibilidad direccional mediante shapelets polares.

(b) Anchura a media altura (Full Width at Half Maximum, FWHM) y disco de referencia.

Resto: Coeficientes shapelets polares.

Figura 35: Resultados del análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 34, correspondientes a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 15,69 mm del eje óptico (desplazamiento vertical positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva.

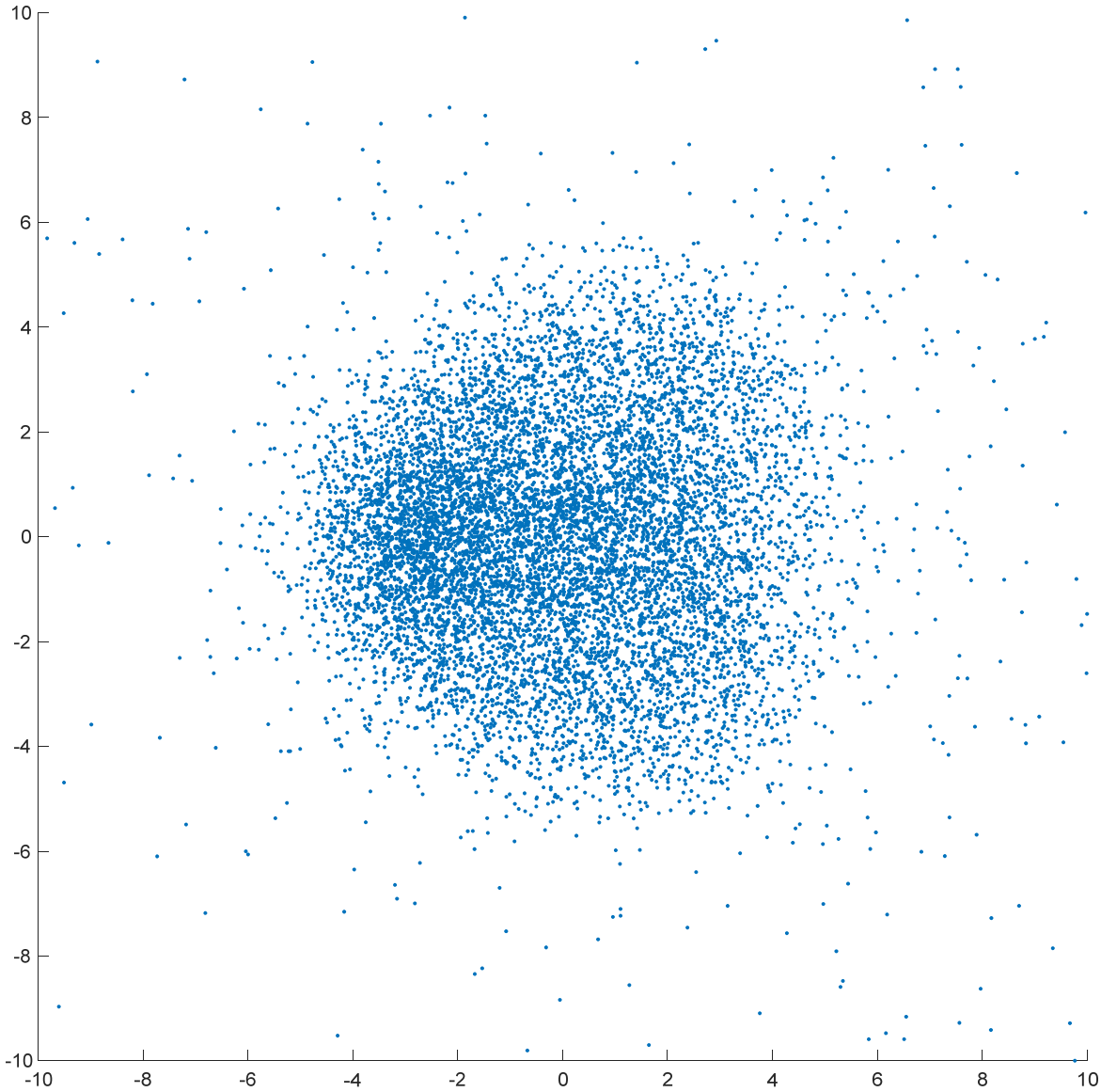
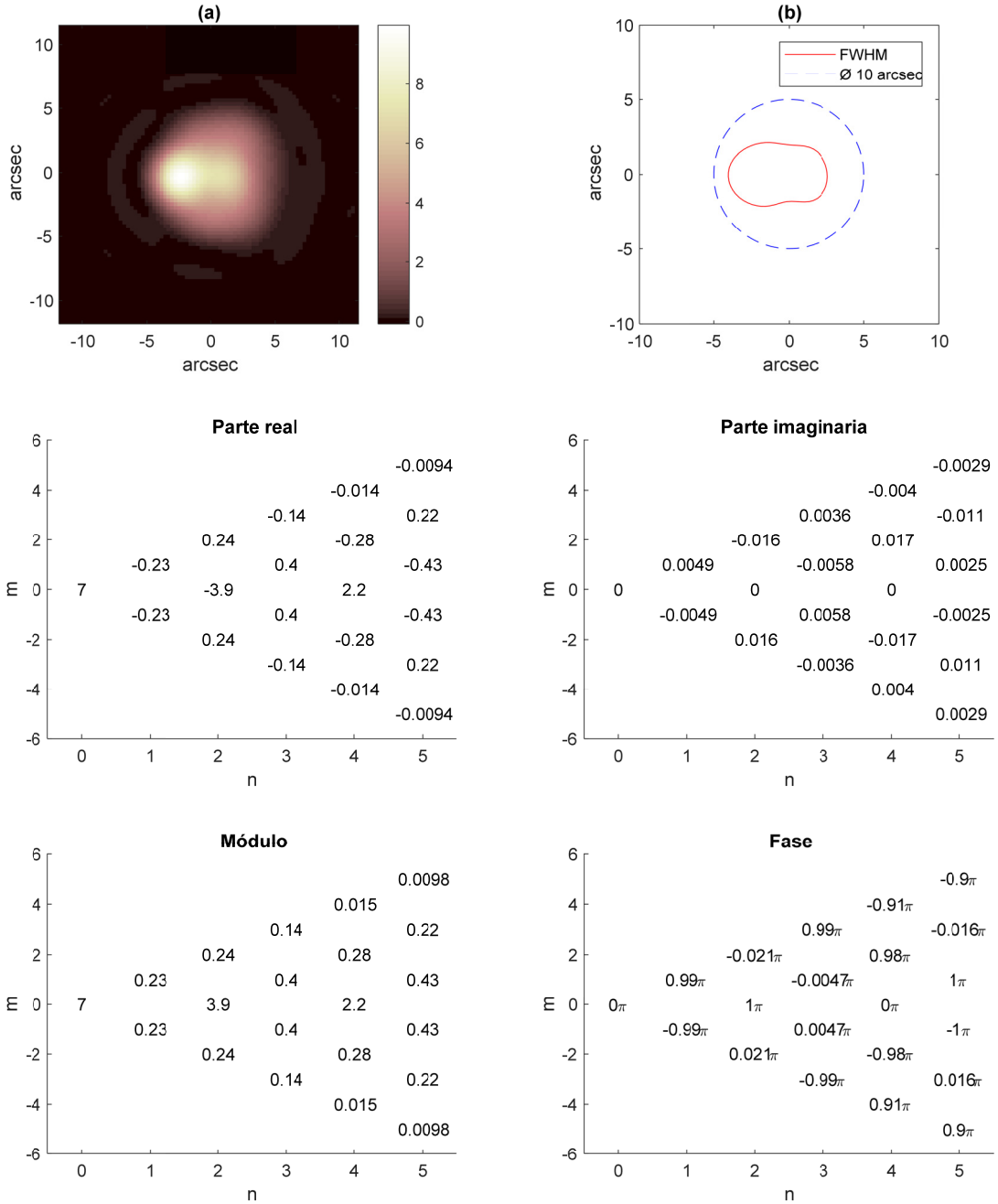


Figura 36: Nube de puntos correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 15,69 mm del eje óptico (desplazamiento horizontal positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en segundos de arco).



(a) Reconstrucción de la sensibilidad direccional mediante shapelets polares.

(b) Anchura a media altura (Full Width at Half Maximum, FWHM) y disco de referencia.

Resto: Coeficientes shapelets polares.

Figura 37: Resultados del análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 36, correspondientes a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 15,69 mm del eje óptico (desplazamiento horizontal positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva.

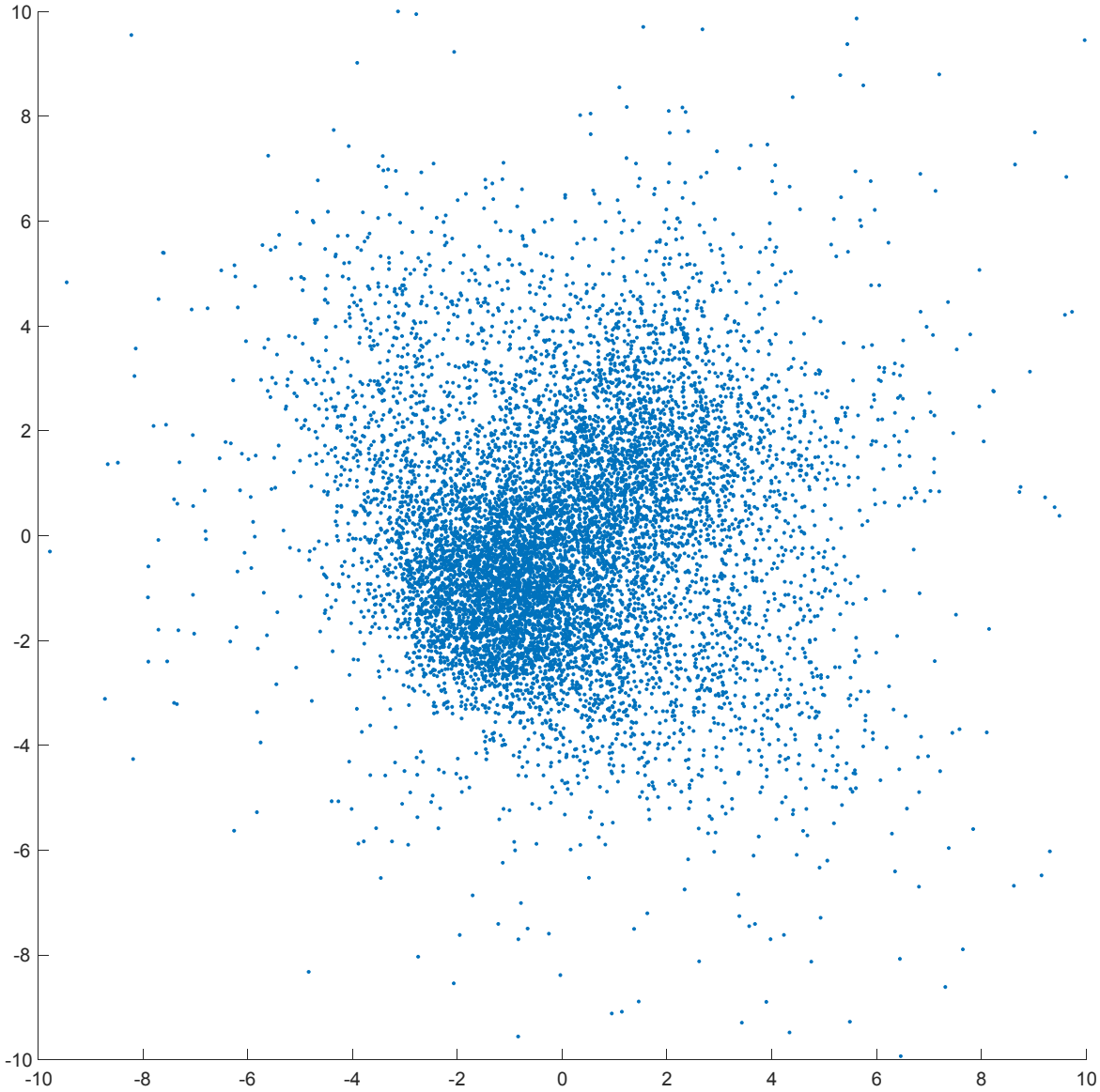
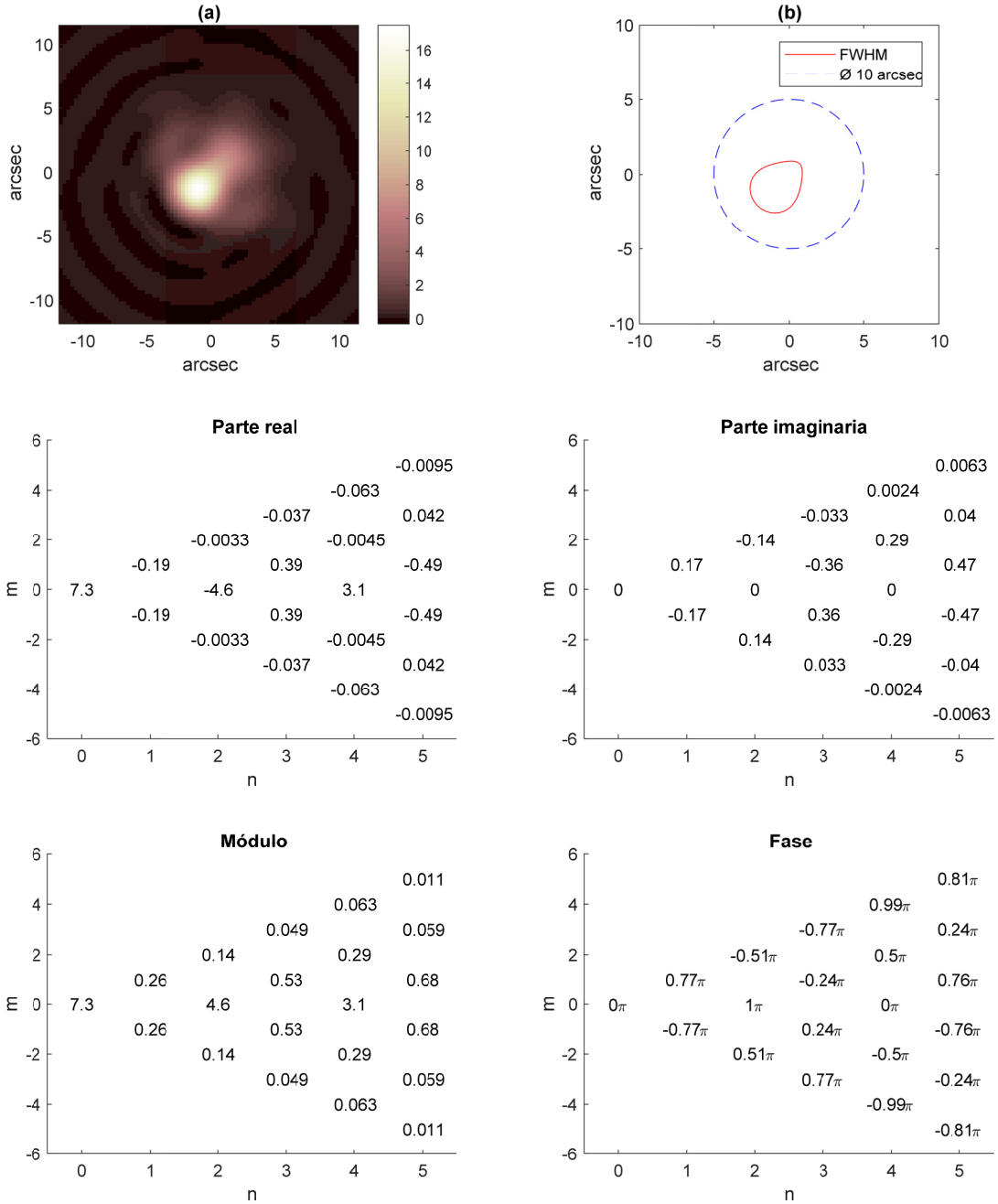


Figura 38: Nube de puntos correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 22,29 mm del eje óptico (desplazamiento diagonal a 45ª, primer cuadrante) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en segundos de arco).



(a) Reconstrucción de la sensibilidad direccional mediante shapelets polares.

(b) Anchura a media altura (Full Width at Half Maximum, FWHM) y disco de referencia.

Resto: Coeficientes shapelets polares.

Figura 39: Resultados del análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 38, correspondientes a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 22,19 mm del eje óptico (desplazamiento diagonal a 45ª, primer cuadrante) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva.

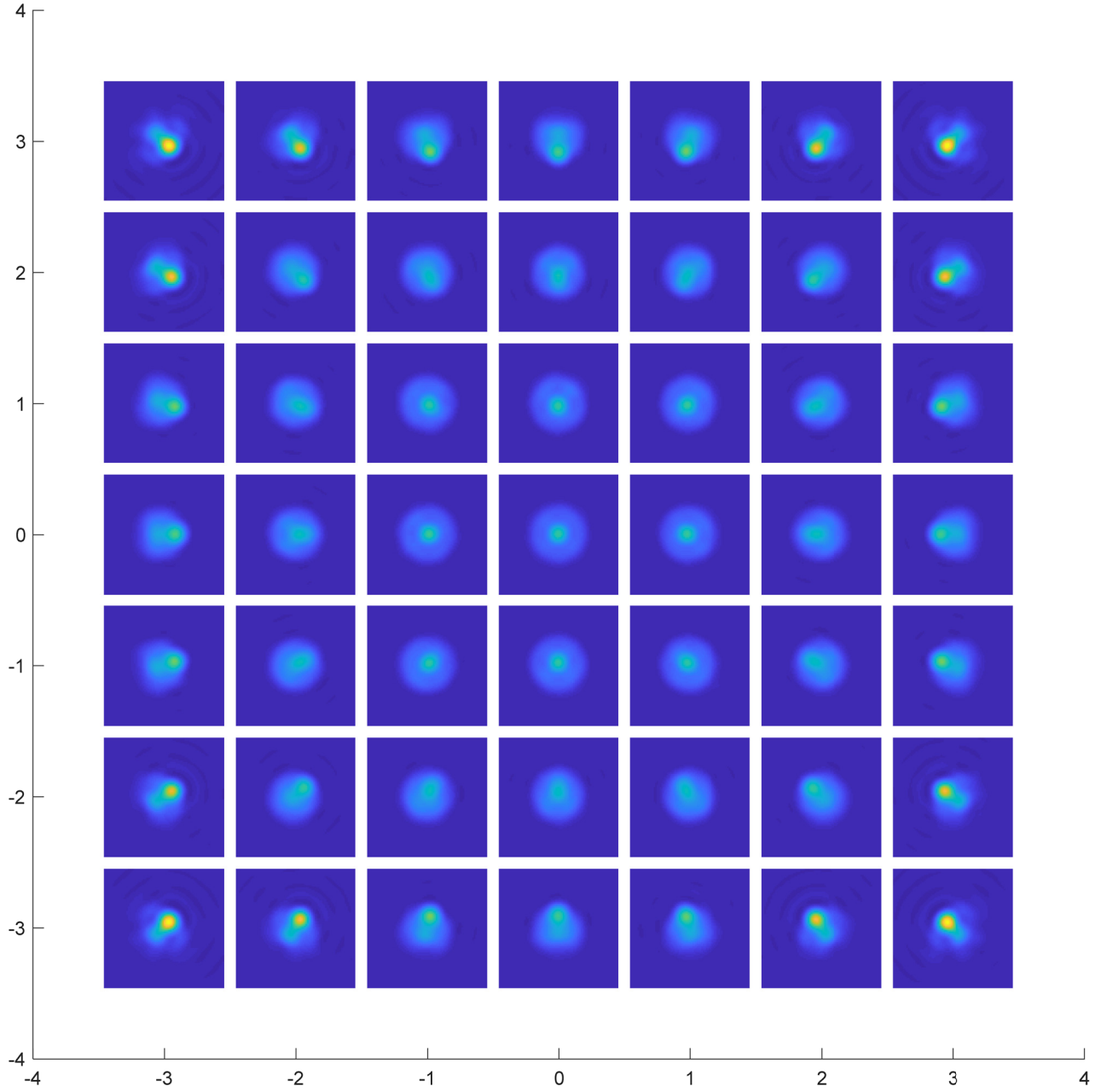


Figura 40: Reconstrucción de la función de sensibilidad direccional mediante shapelets polares correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen (con separación de 5.26 mm entre muestras consecutivas en ambos ejes), en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de perfecta colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva.

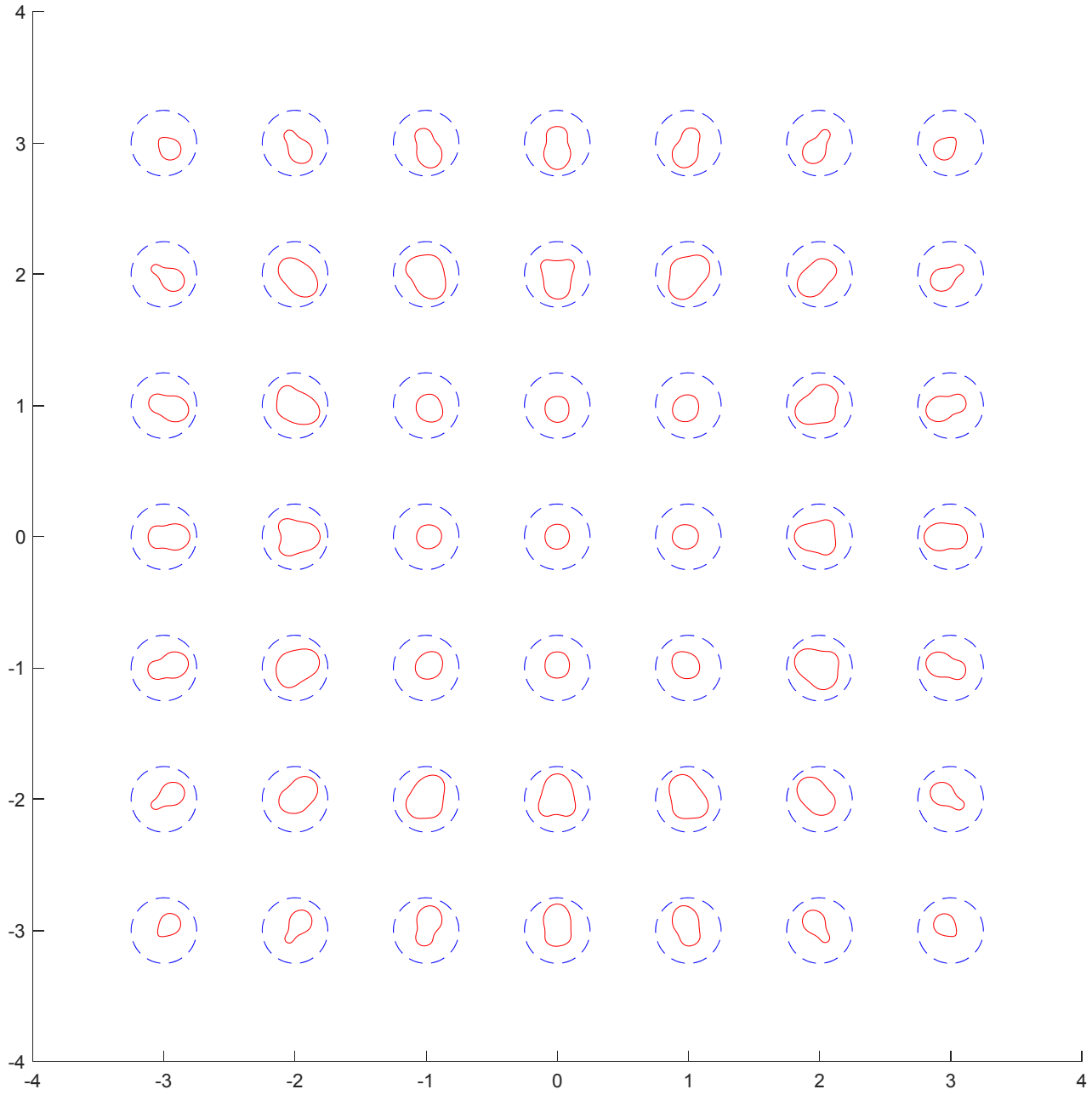


Figura 41: Anchuras a media altura (Full Width at Half Maximum, FWHM) y discos de referencia de 10 arcsec de diámetro (en línea discontinua) correspondientes a las reconstrucciones de la sensibilidad direccional mediante shapelets polares de la Figura 40.

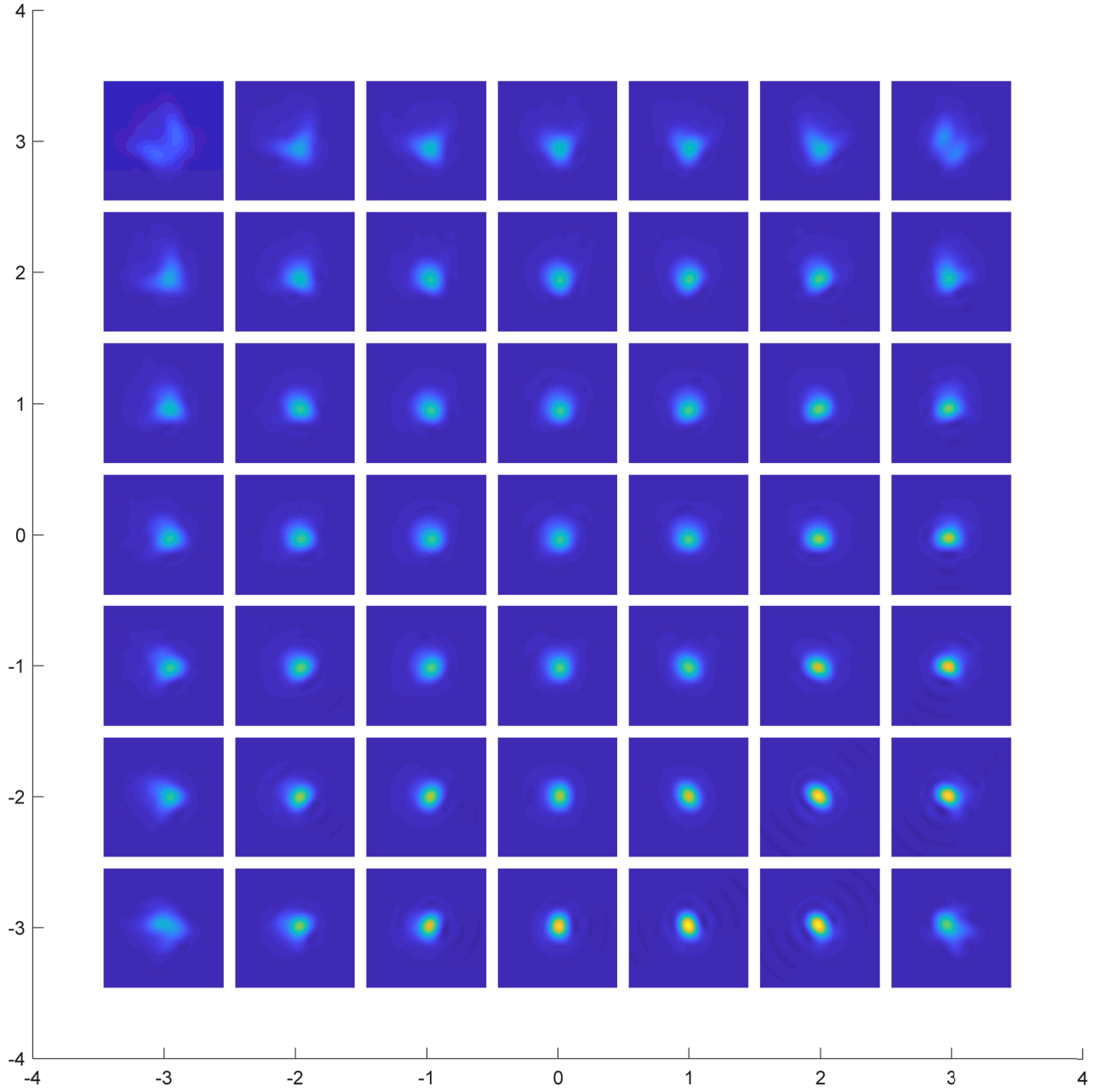


Figura 42: Reconstrucción de la sensibilidad direccional mediante shapelets polares correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen (con separación de 5.26 mm entre muestras consecutivas en ambos ejes), en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva.

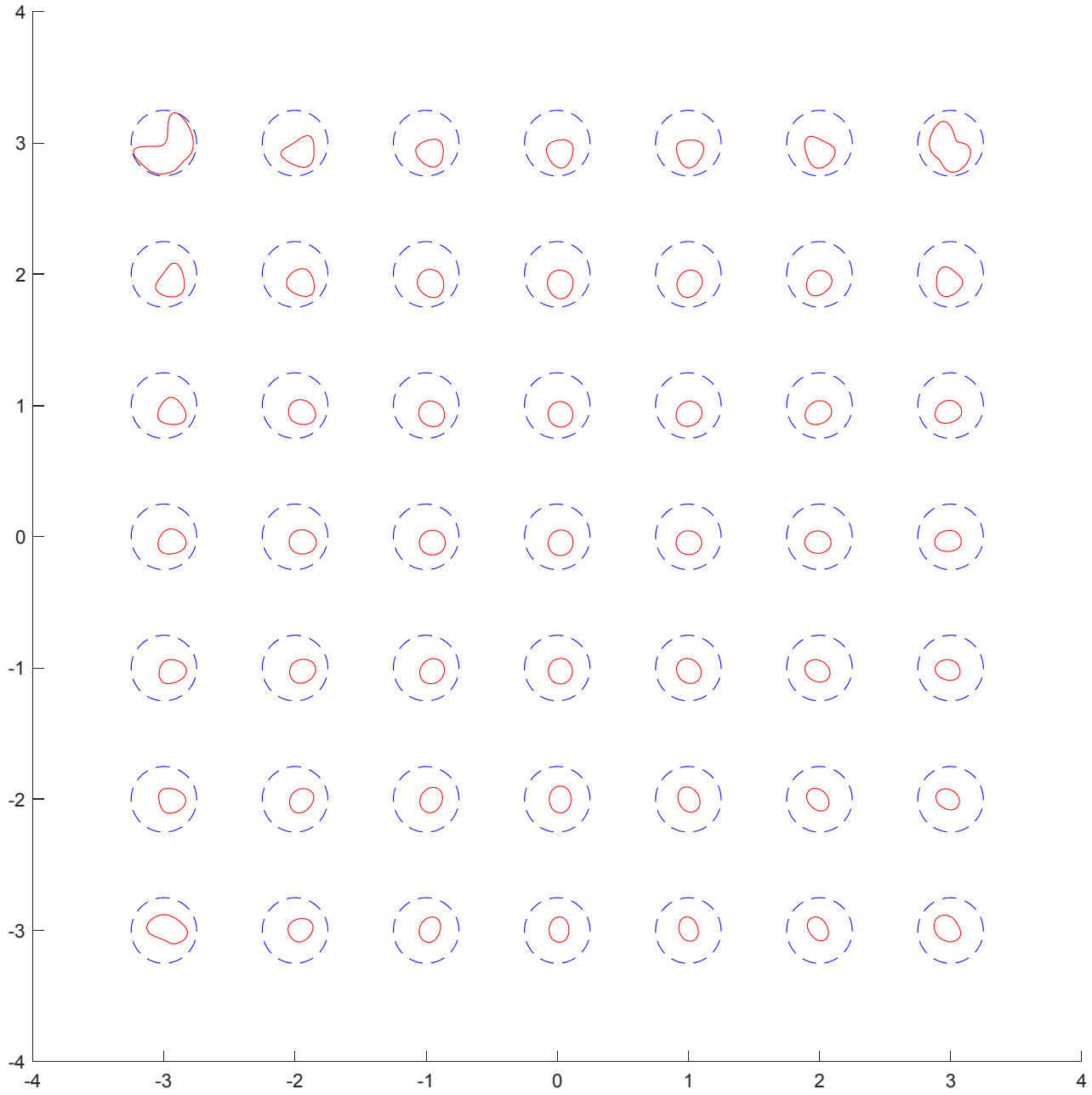


Figura 43: Anchuras a media altura (Full Width at Half Maximum, FWHM) y discos de referencia de 10 arcsec de diámetro (en línea discontinua) correspondientes a las reconstrucciones de la sensibilidad direccional mediante shapelets polares de la Figura 42.

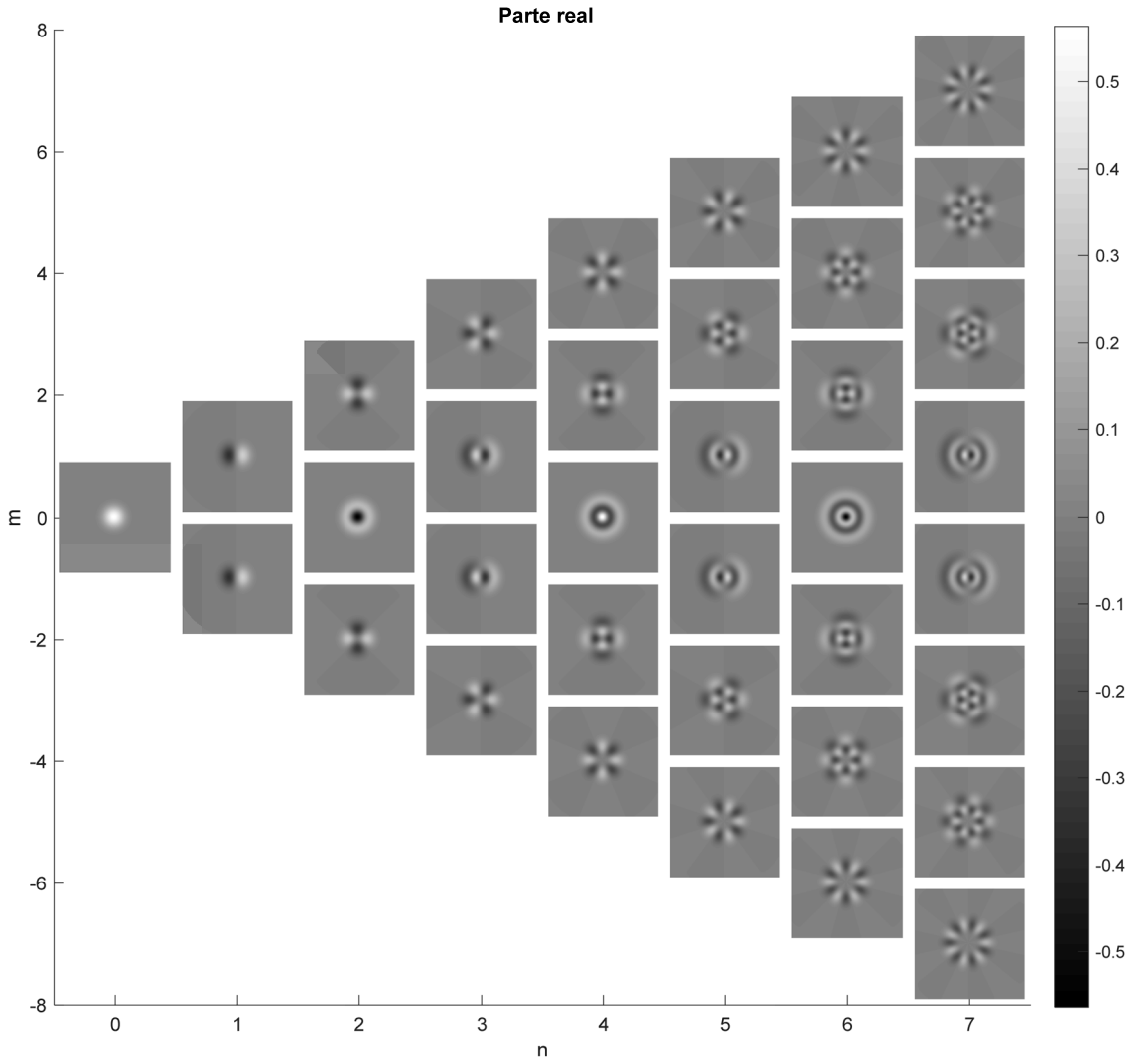


Figura 44: Funciones base de los shapelets polares con índices $0 \leq n \leq 7$, $|m| \leq n$ (parte real).

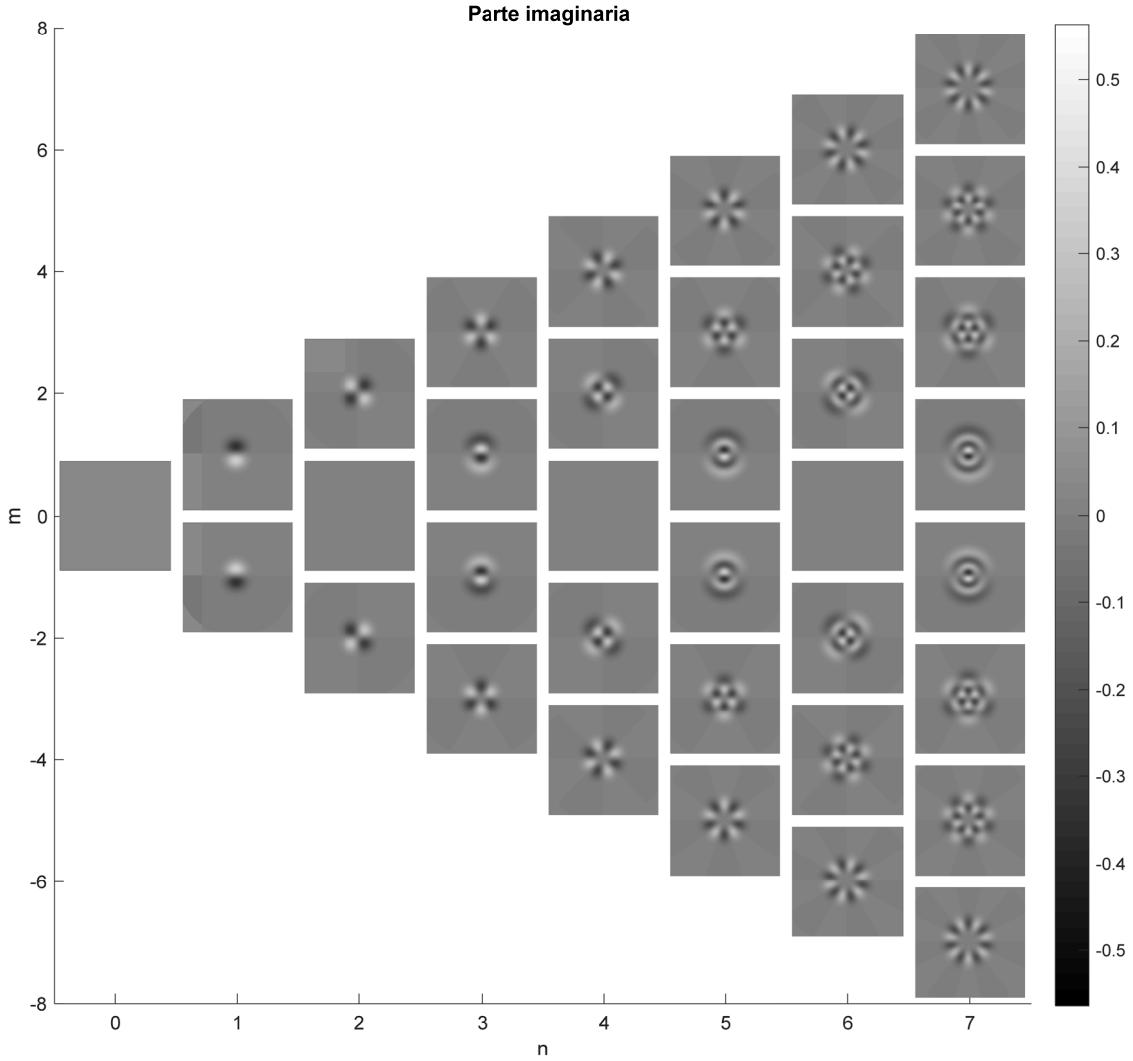


Figura 45: Funciones base de los shapelets polares con índices $0 \leq n \leq 7$, $|m| \leq n$ (parte imaginaria).

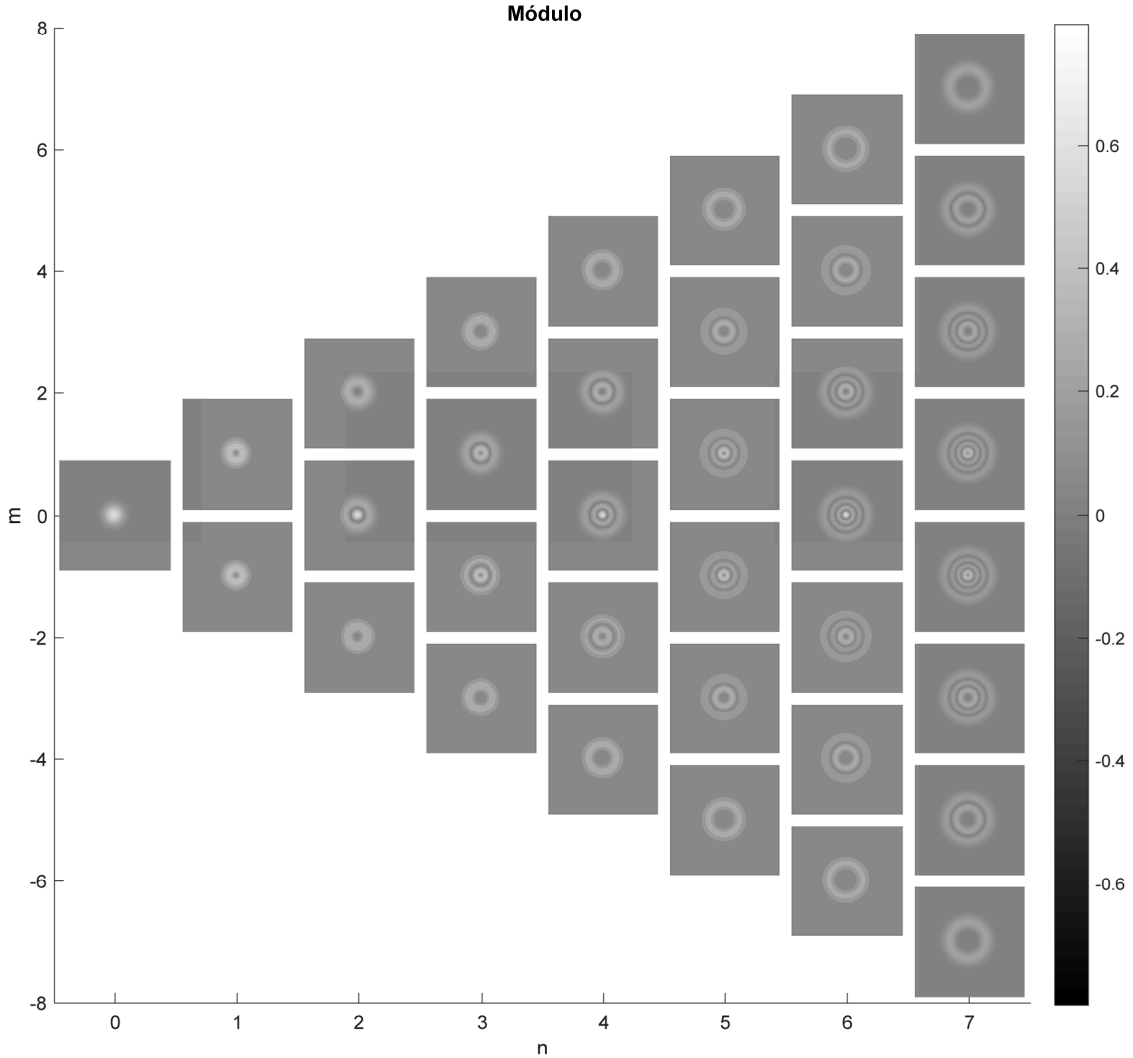


Figura 46: Funciones base de los shapelets polares con índices $0 \leq n \leq 7$, $|m| \leq n$ (módulo).

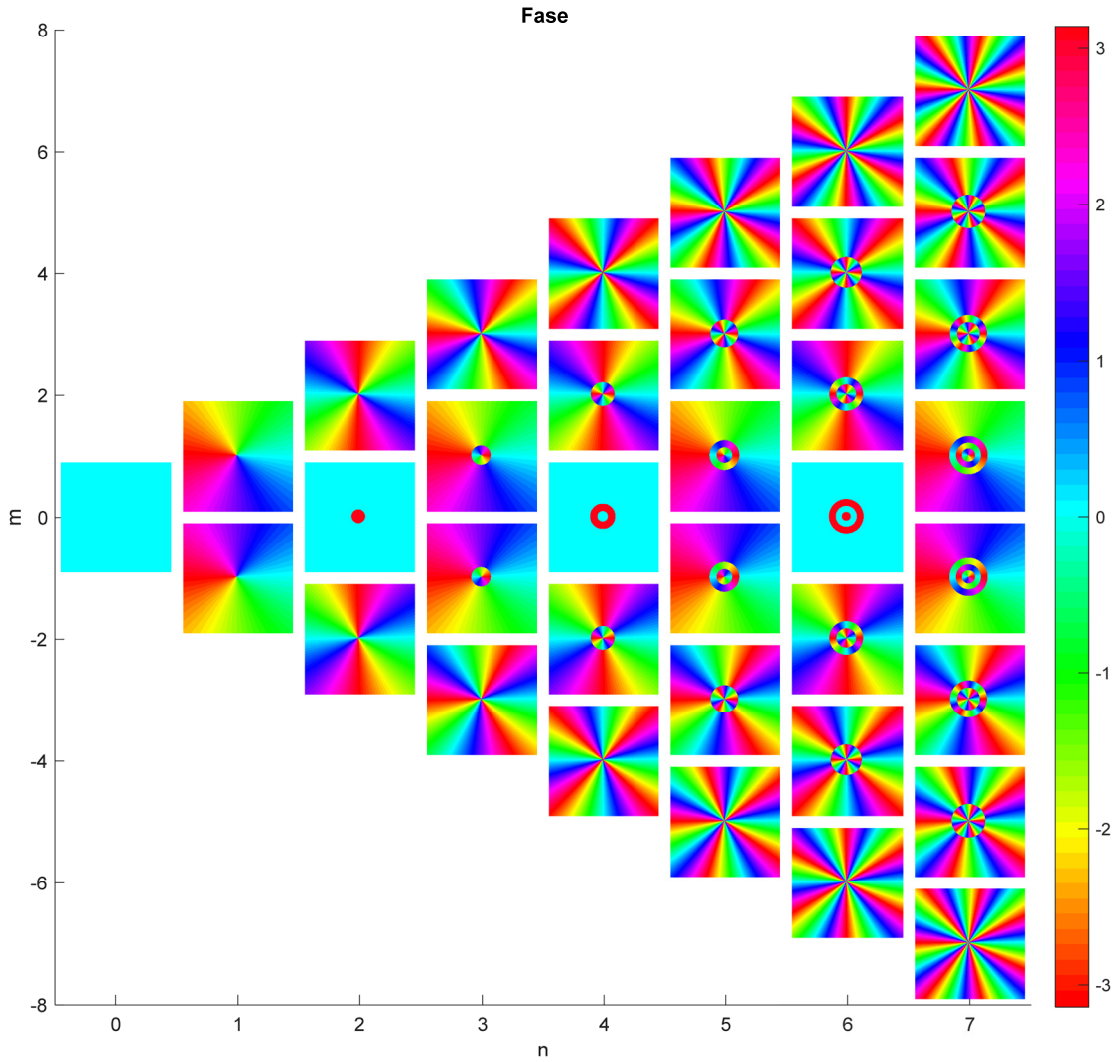


Figura 47: Funciones base de los shapelets polares con índices $0 \leq n \leq 7$, $|m| \leq n$ (fase).

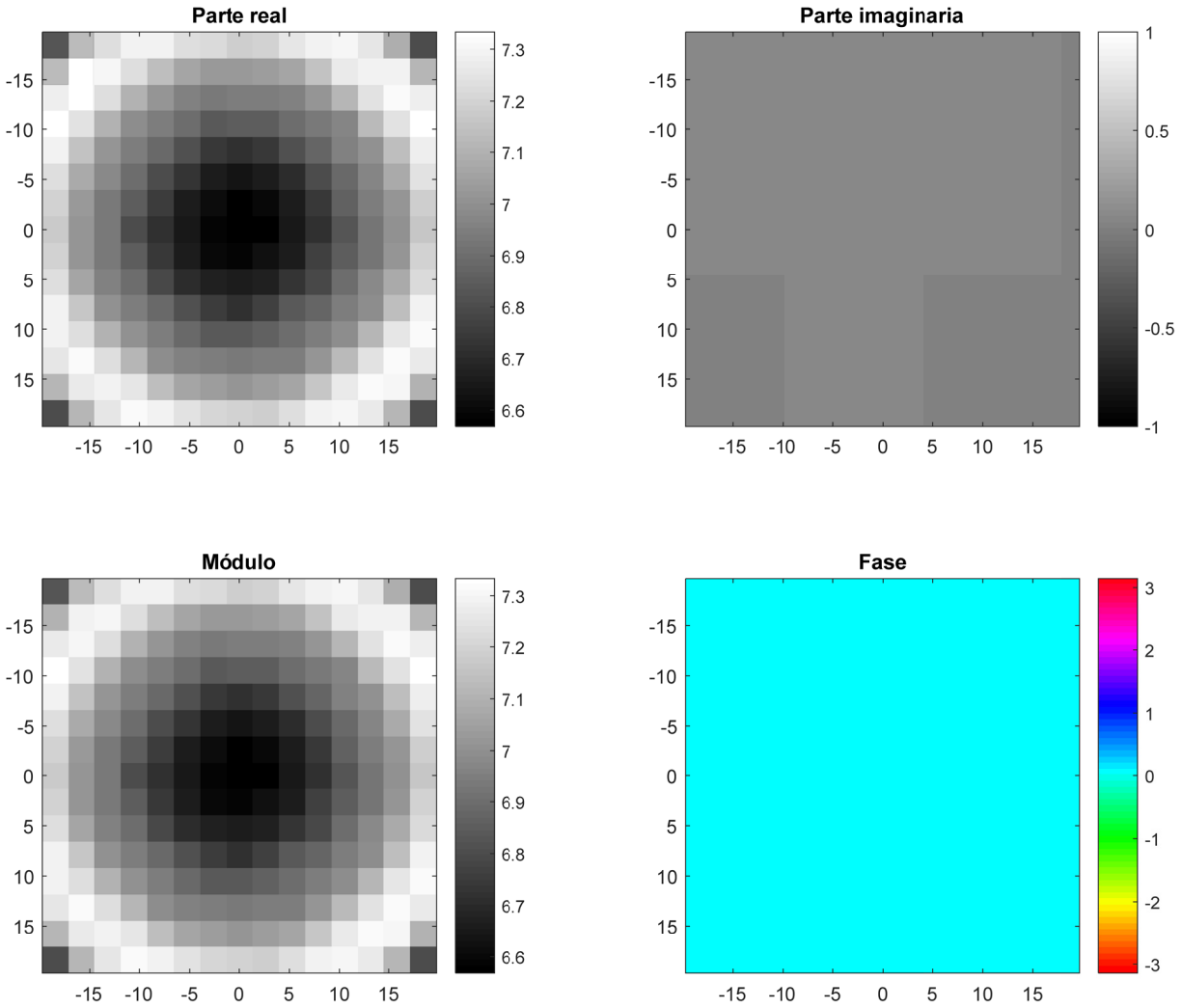


Figura 48: Mapa de valores del coeficiente n=0, m=0 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en perfecto estado de colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm).

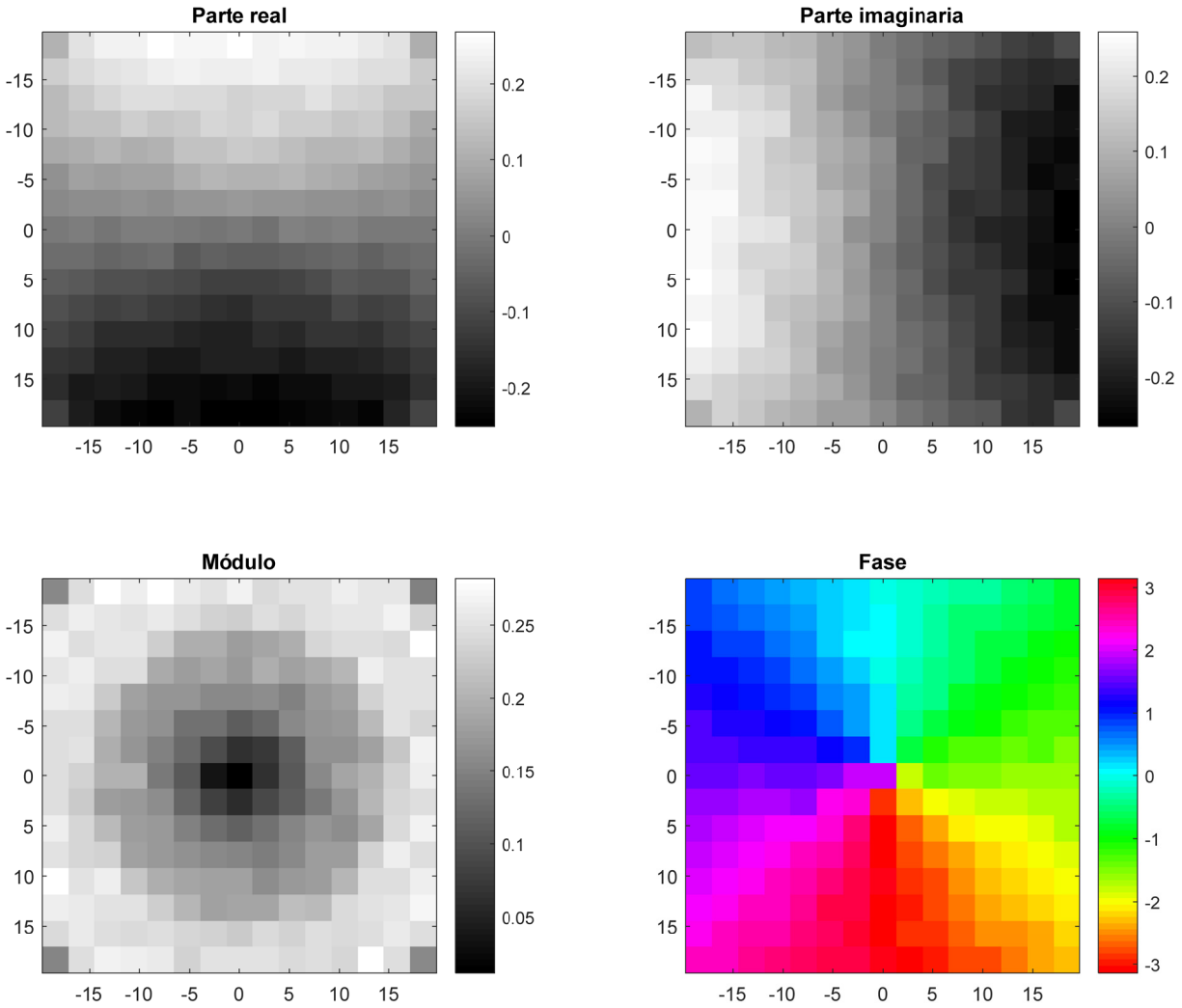


Figura 49: Mapa de valores del coeficiente n=1, m=-1 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en perfecto estado de colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm).

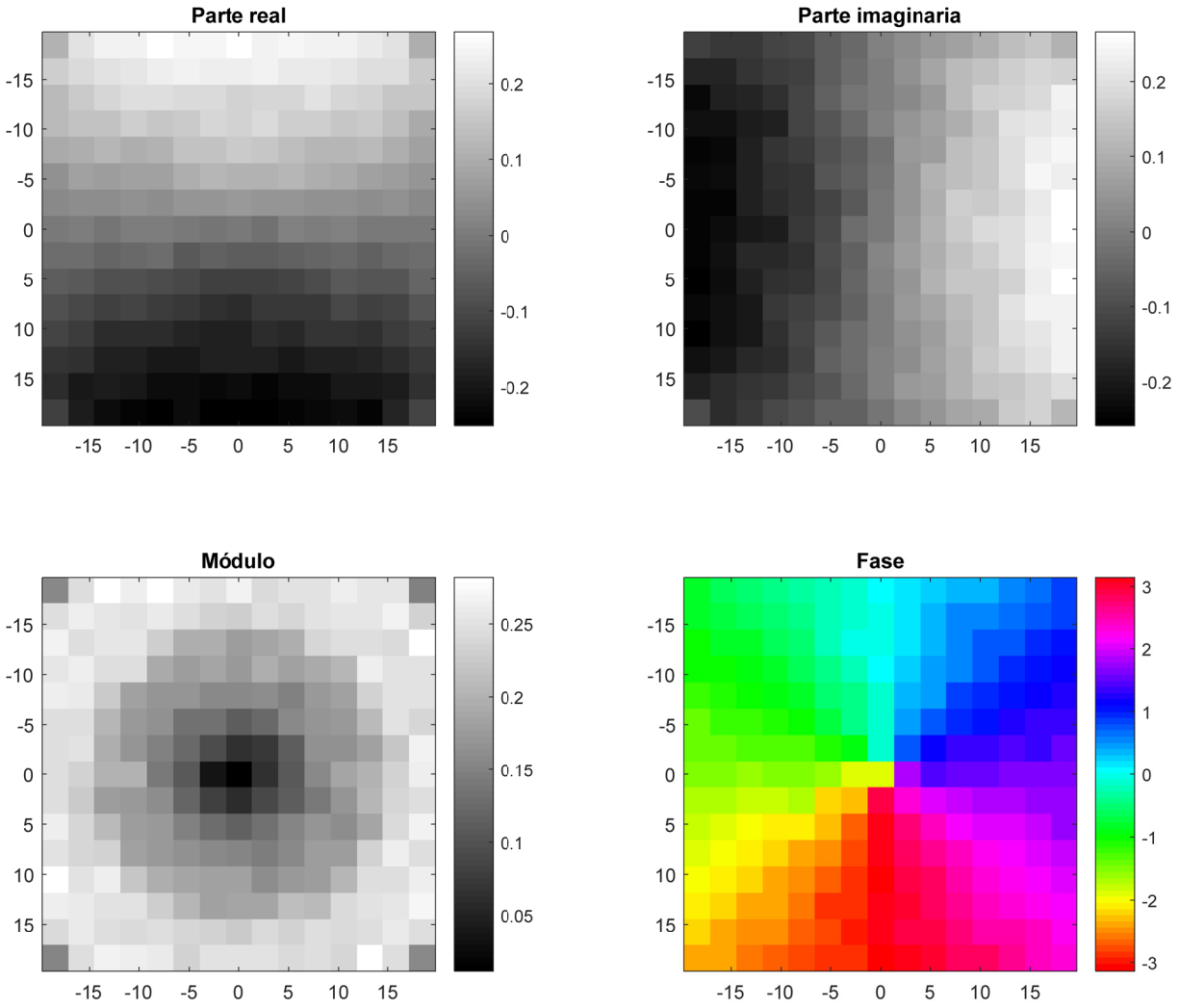


Figura 50: Mapa de valores del coeficiente n=1, m=1 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en perfecto estado de colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm).

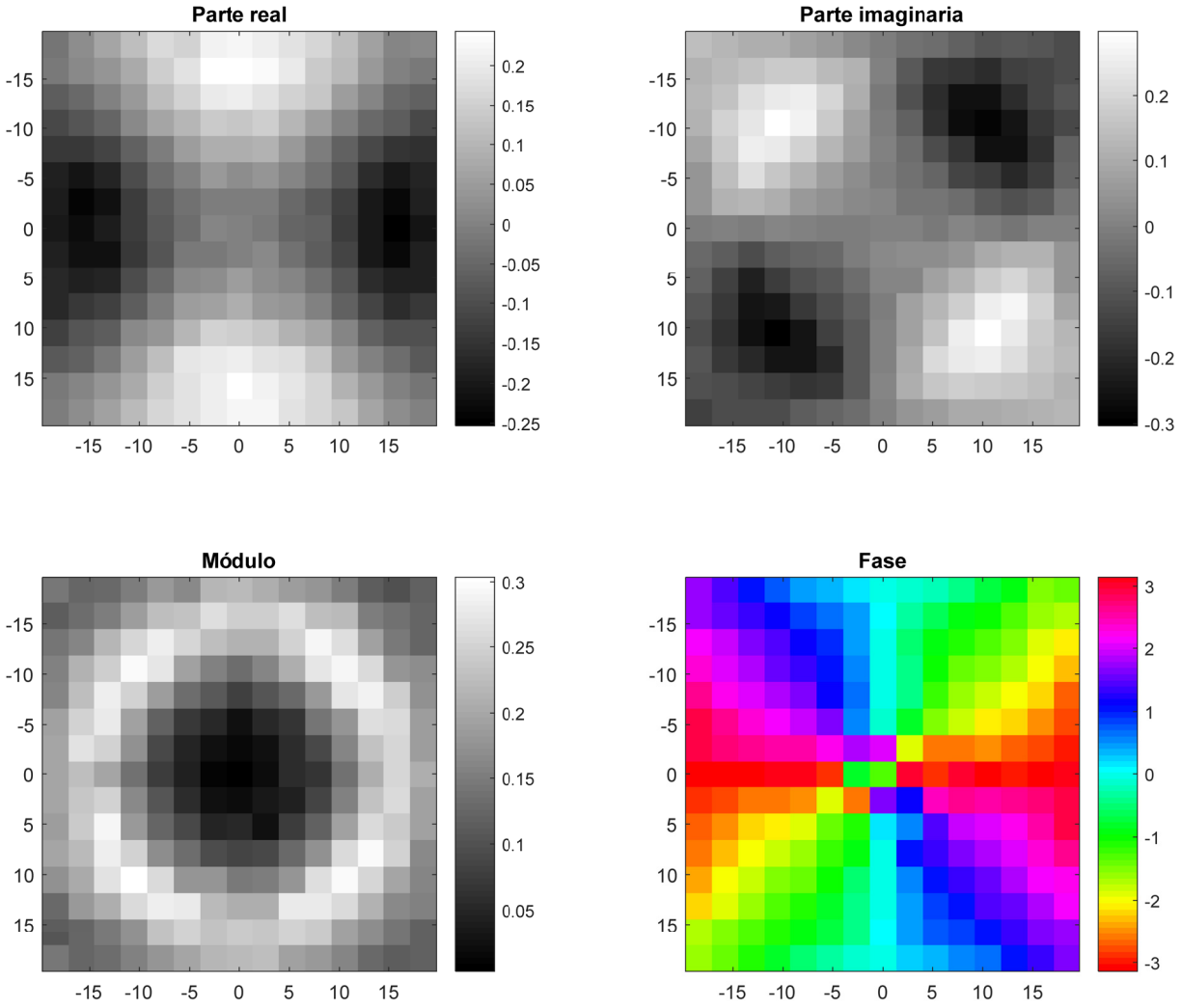


Figura 51: Mapa de valores del coeficiente n=2, m=-2 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en perfecto estado de colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm).

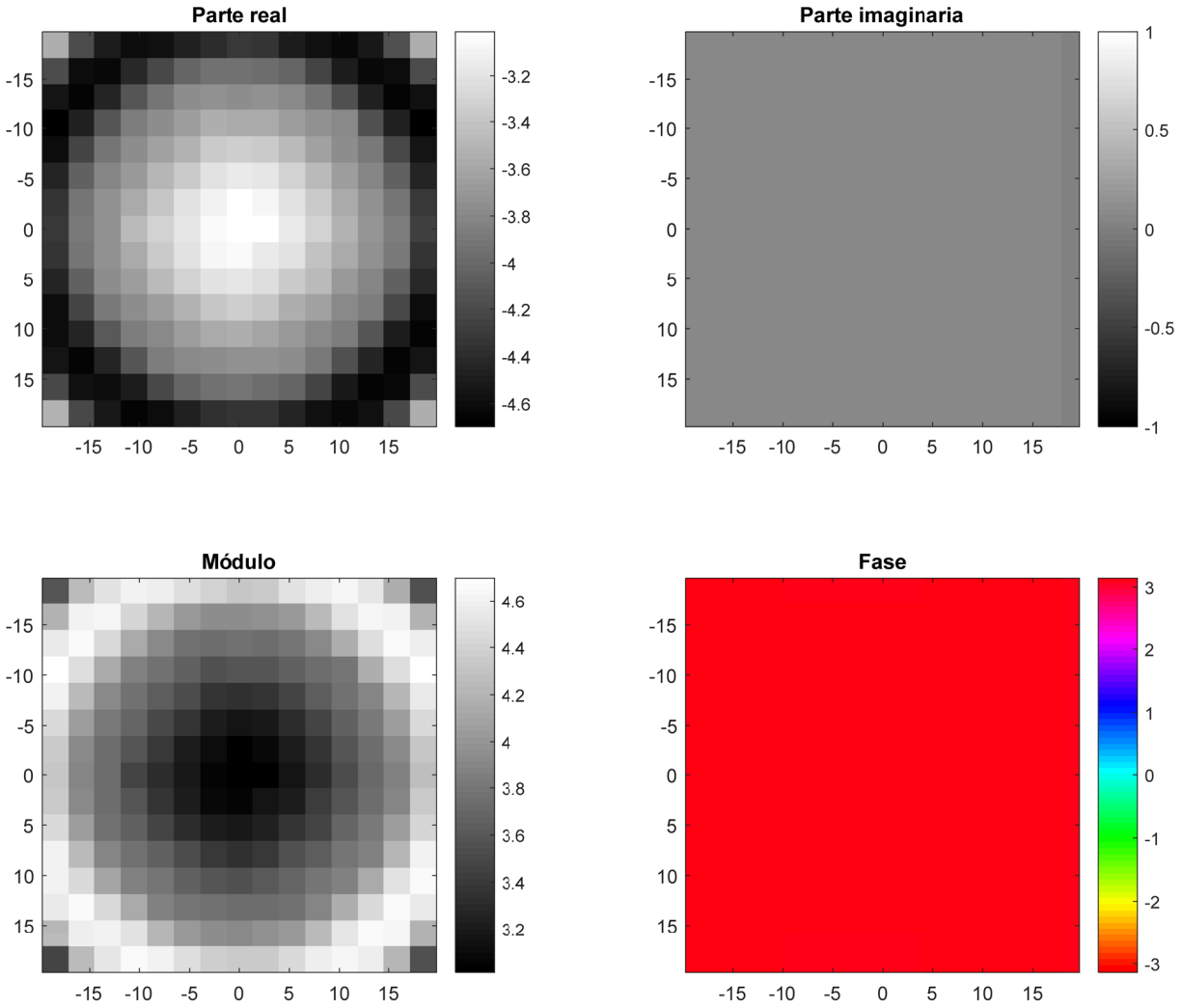


Figura 52: Mapa de valores del coeficiente n=2, m=0 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en perfecto estado de colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm).

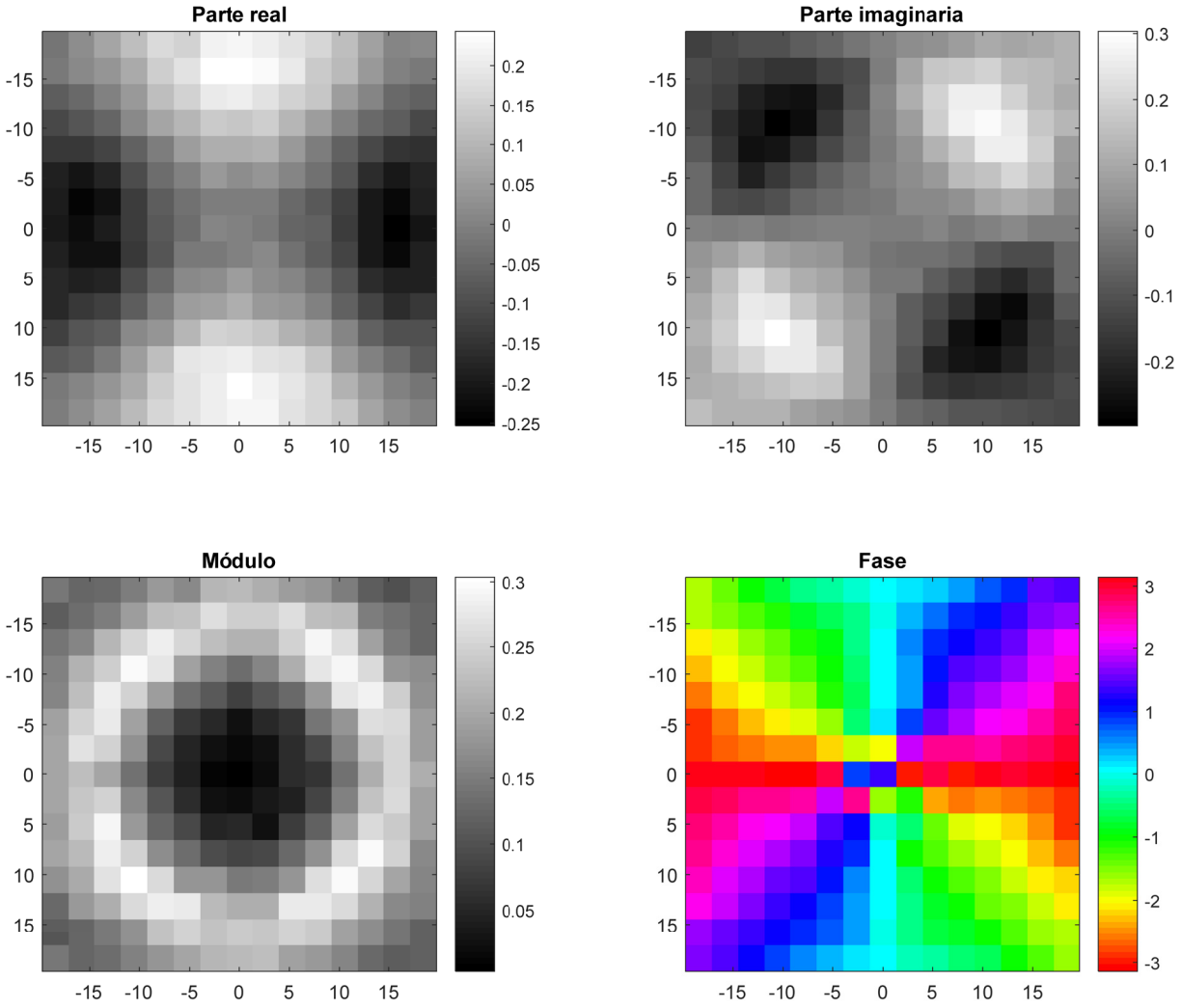


Figura 53: Mapa de valores del coeficiente n=2, m=2 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en perfecto estado de colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm).

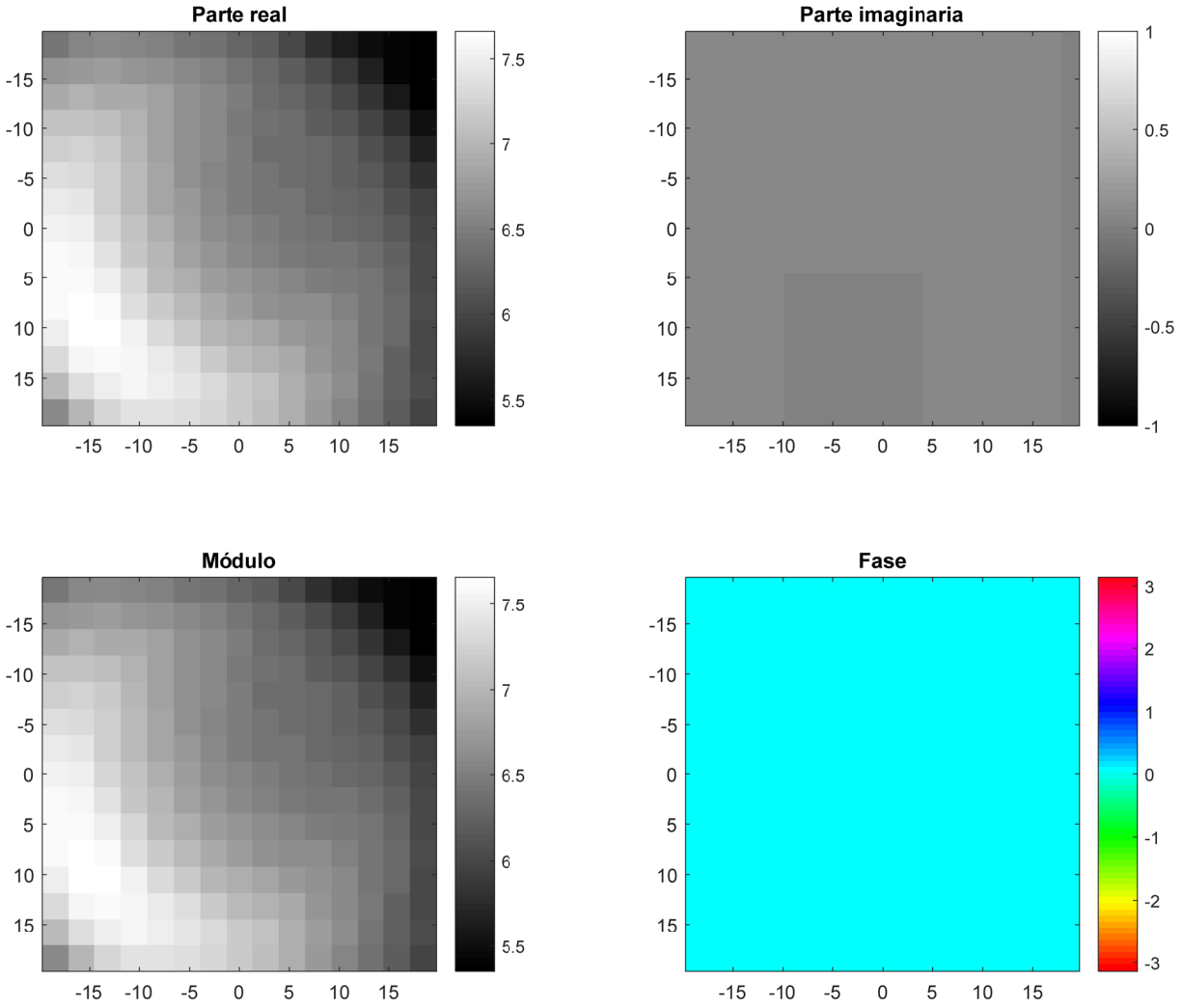


Figura 54: Mapa de valores del coeficiente n=0, m=0 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm).

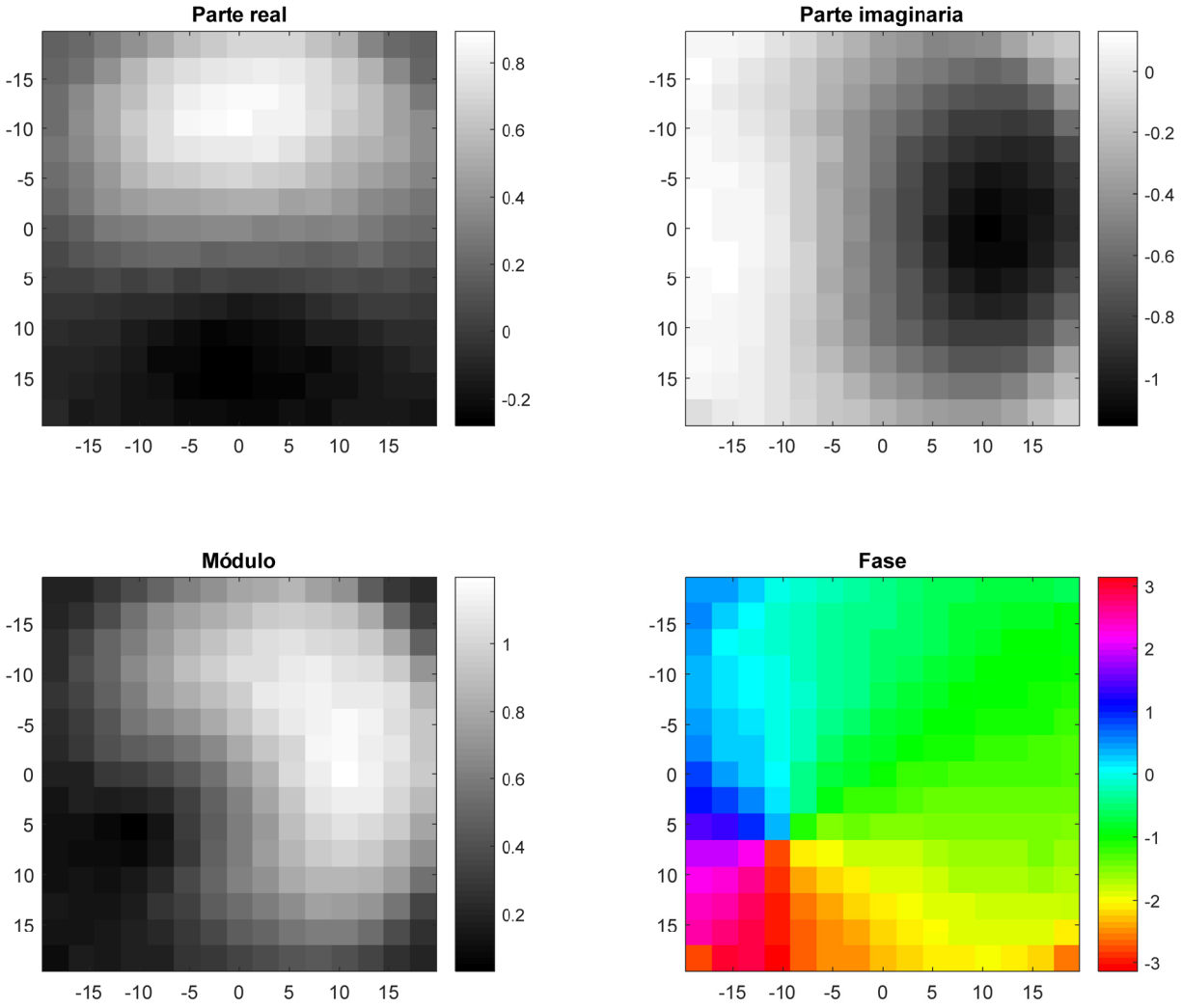


Figura 55: Mapa de valores del coeficiente n=1, m=-1 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm).

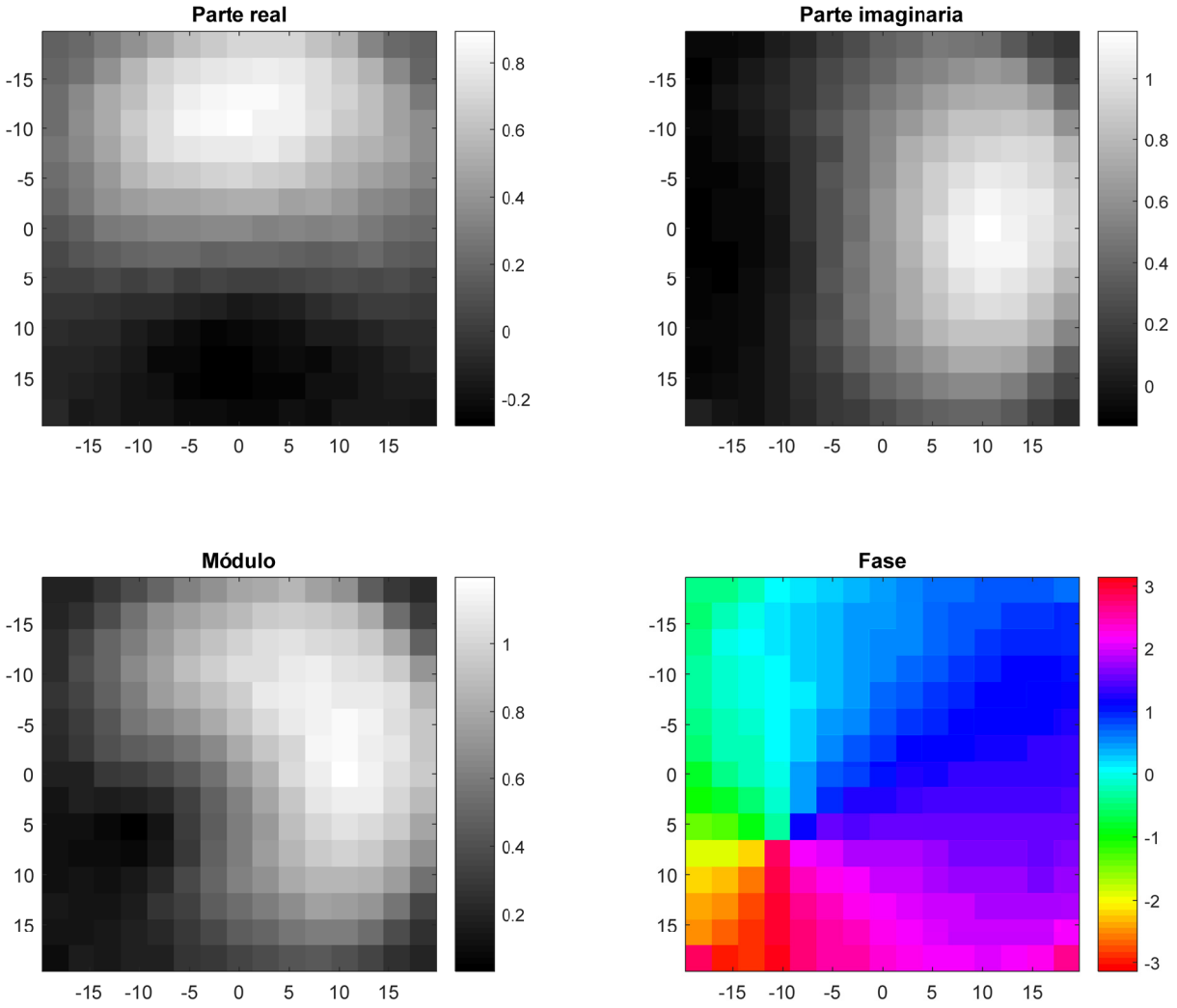


Figura 56: Mapa de valores del coeficiente n=1, m=1 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm).

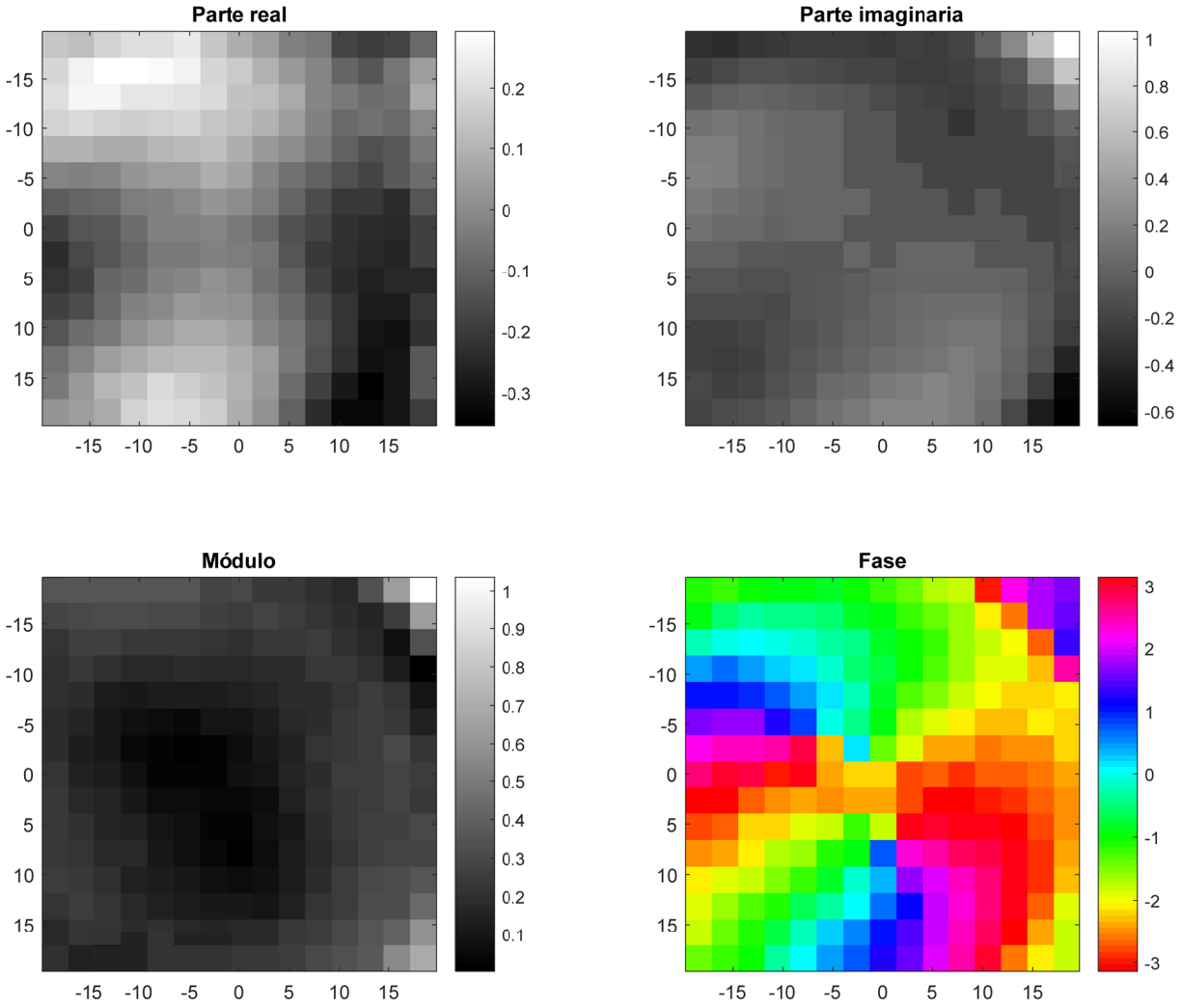


Figura 57: Mapa de valores del coeficiente n=2, m=-2 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm).

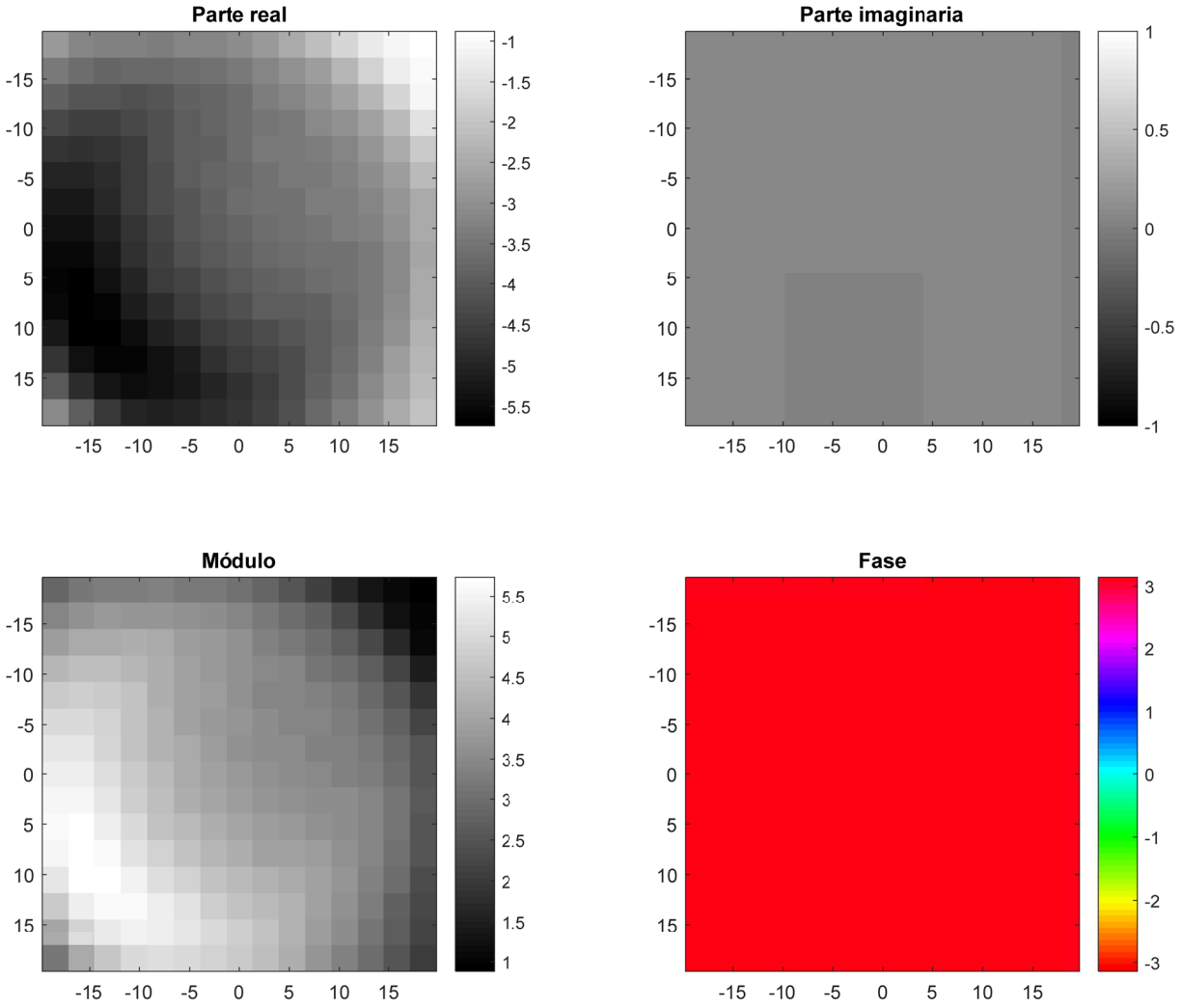


Figura 58: Mapa de valores del coeficiente n=2, m=0 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm).

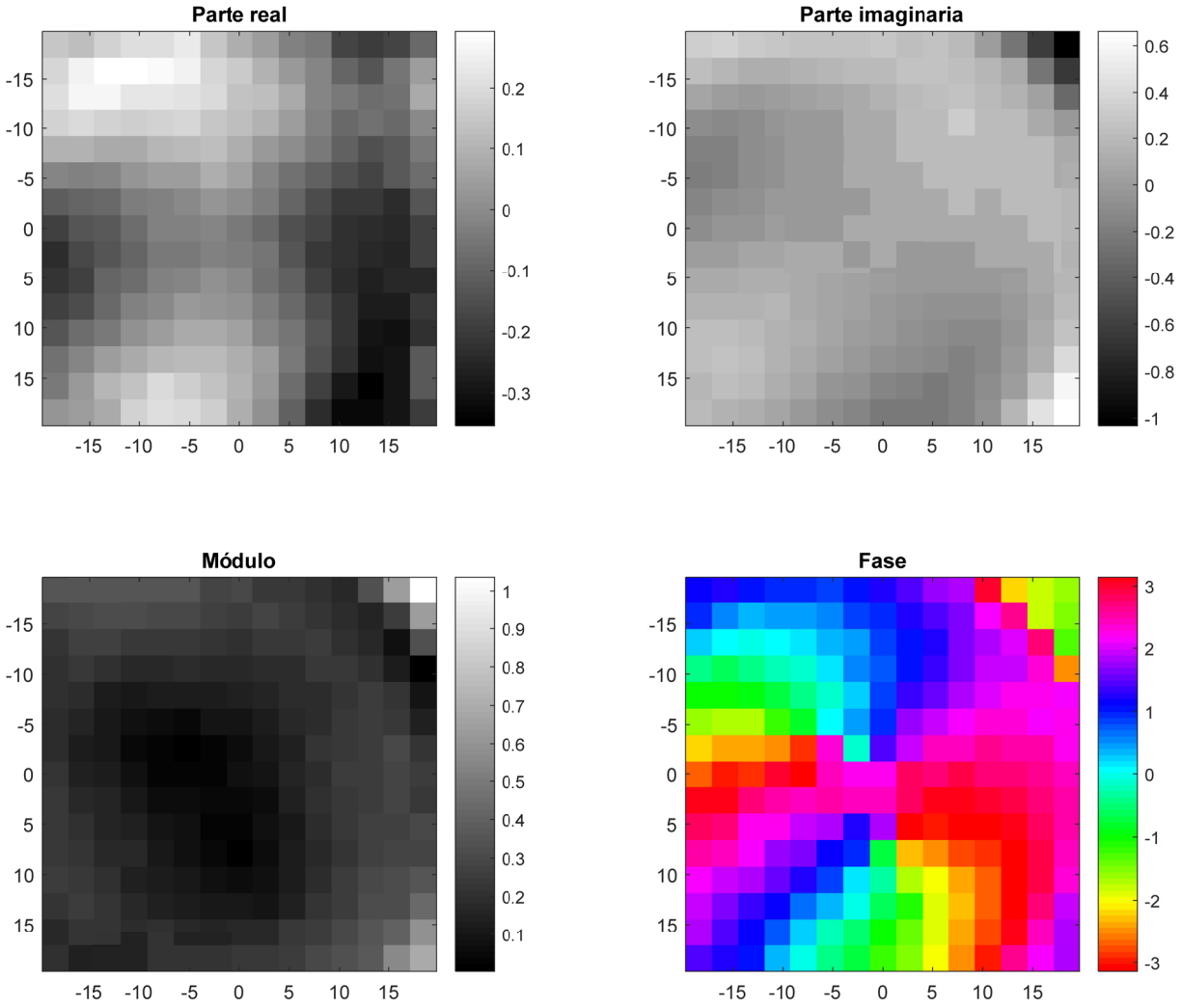


Figura 59: Mapa de valores del coeficiente n=2, m=2 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm).

Índice de figuras

Figura 1: Elipses indicatrices de Tissot para proyección cilíndrica central. 45

Figura 2: Elipses indicatrices de Tissot para proyección cilíndrica equidistante. 45

Figura 3: Elipses indicatrices de Tissot para proyección cilíndrica ortográfica. 46

Figura 4: Elipses indicatrices de Tissot para proyección cilíndrica conforme (Mercator) 46

Figura 5: Elipses indicatrices de Tissot para proyección ortográfica. 47

Figura 6: Elipses indicatrices de Tissot para proyección gnomónica. 47

Figura 7: Elipses indicatrices de Tissot para proyección estereográfica. 48

Figura 8: Proyección estereográfica de la esfera (sección) 48

Figura 9: Configuración óptica y trazado de rayos en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM. 49

Figura 10: Índices de refracción en función de la longitud de onda, correspondientes a los medios ópticos empleados en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM. 49

Figura 11: Respuesta angular del sensor KAF-16803. 50

Figura 12: Eficiencia cuántica (absoluta) del sensor KAF-16803. 50

Figura 13: Transmitancia interna del filtro Schott GG-475. 51

Figura 14: Eficiencia cuántica (absoluta) del sensor KAF-16803 con filtro Schott GG-475. 51

Figura 15: Transmisividad de la banda G del sistema fotométrico Gaia (revisado para DR2). 52

Figura 16: Flujos de fotones correspondientes a fuentes estelares de diferentes temperaturas efectivas, pero con una misma magnitud aparente en la banda G del sistema fotométrico Gaia (revisado para DR2). 52

Figura 17: Irradiancias correspondientes a fuentes estelares de diferentes temperaturas efectivas, pero con una misma magnitud aparente en la banda G del sistema fotométrico Gaia, transmitidas a través de la banda G de Gaia (revisado para DR2). Frecuencia en abscisas..... 53

Figura 18: Irradiancias correspondientes a fuentes estelares de diferentes temperaturas efectivas, pero con una misma magnitud aparente en la banda G del sistema fotométrico Gaia, transmitidas a través de la banda G de Gaia (revisado para DR2). Long. de onda en abscisas. 53

Figura 19: Flujos de fotones de fuentes estelares de diferentes temperaturas efectivas, pero con una misma magnitud aparente en la banda G del sistema fotométrico Gaia (revisado para DR2), en el sensor KAF-16803 con filtro Schott GG-475. Frecuencia en abscisas..... 54

Figura 20: Flujos de fotones de fuentes estelares de diferentes temperaturas efectivas, pero con una misma magnitud aparente en la banda G del sistema fotométrico Gaia (revisado para DR2), en el sensor KAF-16803 con filtro Schott GG-475. Long. de onda en abscisas. 54

Figura 21: Funciones de distribución de probabilidad correspondientes a la longitud de onda de fotones procedentes de estrellas de diferentes temperaturas efectivas, detectados en el sensor KAF-16803 con filtro Schott GG-475..... 55

Figura 22: Señal fotogenerada en sensor KAF-16803 con filtro Schott GG-475, correspondiente a estrellas de diferentes temperaturas efectivas, pero una misma magnitud aparente, según la escala fotométrica de la banda G de Gaia (revisión para DR2). 55

Figura 23: Simulación de la localización de los puntos de paso ante la apertura de la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, correspondientes a un conjunto de

rayos aleatoriamente distribuidos que alcanzan un pixel central del sensor. (Ambos ejes en mm)..... 56

Figura 24: Simulación de la localización de los puntos de paso ante la apertura de la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, correspondientes a un conjunto de rayos aleatoriamente distribuidos que alcanzan un pixel ubicado en una zona periférica del sensor, pudiendo apreciarse el efecto del viñeteo. (Ambos ejes en mm). 56

Figura 25: Nube de puntos (color verde) correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado respecto al eje óptico a 13,9185 mm en el eje x, y a -16,1685 mm en el eje y, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella de 4000K de temperatura efectiva. Los puntos rojos se corresponden con la dirección principal de los píxeles adyacentes del sensor. (Ambos ejes en segundos de arco). 57

Figura 26: Reconstrucción de la sensibilidad direccional correspondiente al análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 25. Los puntos rojos se corresponden con la dirección principal de los píxeles adyacentes del sensor. (Ambos ejes en segundos de arco). 58

Figura 27: Ubicación en el sensor de los centros de los píxeles mostrados en la Figura 25 y en la Figura 26. El píxel central es el correspondiente a la nube de puntos y a la reconstrucción de la sensibilidad direccional que aparecen en las figuras indicadas respectivamente. 58

Figura 28: Nube de puntos correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel central en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en segundos de arco). .. 59

Figura 29: Resultados del análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 28, correspondientes a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel central en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. 60

Figura 30: Nube de puntos correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 5,26 mm del eje óptico (desplazamiento vertical positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en segundos de arco)..... 61

Figura 31: Resultados del análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 30, correspondientes a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 5,26 mm del eje óptico (desplazamiento vertical positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. 62

Figura 32: Nube de puntos correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 10,53 mm del eje óptico (desplazamiento vertical positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en segundos de arco). 63

Figura 33: Resultados del análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 32, correspondientes a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 10,53 mm del eje óptico (desplazamiento vertical positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. 64

Figura 34: Nube de puntos correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 15,69 mm del eje óptico (desplazamiento vertical positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en segundos de arco). 65

Figura 35: Resultados del análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 34, correspondientes a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 15,69 mm del eje óptico (desplazamiento vertical positivo) en la

cámara Baker-Nunn modificada del TFRM para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. 66

Figura 36: Nube de puntos correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 15,69 mm del eje óptico (desplazamiento horizontal positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en segundos de arco). 67

Figura 37: Resultados del análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 36, correspondientes a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 15,69 mm del eje óptico (desplazamiento horizontal positivo) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. 68

Figura 38: Nube de puntos correspondiente a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 22,29 mm del eje óptico (desplazamiento diagonal a 45ª, primer cuadrante) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, con sensor KAF-16803 y filtro Schott GG-475, para las características espectrales de una estrella de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en segundos de arco). 69

Figura 39: Resultados del análisis mediante shapelets polares de la nube de puntos de la Figura 38, correspondientes a simulación de la sensibilidad direccional de un píxel situado a 22,19 mm del eje óptico (desplazamiento diagonal a 45ª, primer cuadrante) en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. 70

Figura 40: Reconstrucción de la función de sensibilidad direccional mediante shapelets polares correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen (con separación de 5.26 mm entre muestras consecutivas en ambos ejes), en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de perfecta colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. 71

Figura 41: Anchuras a media altura (Full Width at Half Maximum, FWHM) y discos de referencia de 10 arcsec de diámetro (en línea discontinua) correspondientes a las reconstrucciones de la sensibilidad direccional mediante shapelets polares de la Figura 40. 72

Figura 42: Reconstrucción de la sensibilidad direccional mediante shapelets polares correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen (con separación de 5.26 mm entre muestras consecutivas en ambos ejes), en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. 73

Figura 43: Anchuras a media altura (Full Width at Half Maximum, FWHM) y discos de referencia de 10 arcsec de diámetro (en línea discontinua) correspondientes a las reconstrucciones de la sensibilidad direccional mediante shapelets polares de la Figura 42. 74

Figura 44: Funciones base de los shapelets polares con índices $0 \leq n \leq 7$, $|m| \leq n$ (parte real). 75

Figura 45: Funciones base de los shapelets polares con índices $0 \leq n \leq 7$, $|m| \leq n$ (parte imaginaria). 76

Figura 46: Funciones base de los shapelets polares con índices $0 \leq n \leq 7$, $|m| \leq n$ (módulo). 77

Figura 47: Funciones base de los shapelets polares con índices $0 \leq n \leq 7$, $|m| \leq n$ (fase). 78

Figura 48: Mapa de valores del coeficiente n=0, m=0 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en perfecto estado de colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm). 79

Figura 49: Mapa de valores del coeficiente n=1, m=-1 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una

matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en perfecto estado de colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm). 80

Figura 50: Mapa de valores del coeficiente n=1, m=1 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en perfecto estado de colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm). 81

Figura 51: Mapa de valores del coeficiente n=2, m=-2 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en perfecto estado de colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm). 82

Figura 52: Mapa de valores del coeficiente n=2, m=0 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en perfecto estado de colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm). 83

Figura 53: Mapa de valores del coeficiente n=2, m=2 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en perfecto estado de colimación) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm). 84

Figura 54: Mapa de valores del coeficiente n=0, m=0 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm)..... 85

Figura 55: Mapa de valores del coeficiente n=1, m=-1 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm)..... 86

Figura 56: Mapa de valores del coeficiente n=1, m=1 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm)..... 87

Figura 57: Mapa de valores del coeficiente n=2, m=-2 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm)..... 88

Figura 58: Mapa de valores del coeficiente n=2, m=0 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm)..... 89

Figura 59: Mapa de valores del coeficiente n=2, m=2 en el desarrollo de shapelets polares de la sensibilidad direccional correspondiente a píxeles situados en una matriz equiespaciada por todo el sensor de imagen, en la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM (en estado de descolimación que afecta a la orientación del espejo primario) para una fuente estelar de 4000K de temperatura efectiva. (Ambos ejes en mm)..... 90

Apéndice: Prescripción óptica de la cámara Baker-Nunn del TFRM

Se adjunta listado íntegro del archivo de prescripción óptica y ajustes correspondiente a la cámara Baker-Nunn modificada del TFRM, basado en las especificaciones precisas del instrumento (Fors et al. 2013), y codificado en formato JSON de acuerdo con lo requerido por el simulador óptico *Lynx Ray-Tracer* (ver apartado 3.3.1).

Este archivo ha sido empleado para la elaboración de todos los gráficos e imágenes contenidos en este documento desde de la Figura 23 hasta la 59.

Para una correcta interpretación, a continuación, se indica genéricamente la información contenida en cada nodo del fichero:

- "MEDIA": Tablas de índices de refracción de los diferentes medios ópticos, en función de la longitud de onda (en µm).
- "ELEMENTS"
    - "DIOPTERS": Material, posición, radio de curvatura, contante cónica y coeficientes asféricos de orden superior de las superficies de las lentes.
    - "MIRRORS": Posición, radio de curvatura, contante cónica y coeficientes asféricos de orden superior de las superficies reflectantes.
    - "PUPILS": Posición y diámetro de las pupilas (aperturas circulares).
    - "OBSTRUCTIONS": Posición y diámetro de obstrucciones circulares.
    - "SPIDER VANES": Posición y tamaño, definido por tramos, de los brazos de las estructuras que sujetan espejos primarios o cámaras en mitad del camino óptico.
- "GROUPS": Agrupaciones de elementos, útiles para definir movimientos de varios elementos a la vez. Admite recursividad, es decir, unos grupos como elementos de otros grupos. También codifica el orden en el que los diferentes elementos interactúan con los rayos de luz.
- "ADJUSTMENTS"
    - "LINEAR STAGES": Permite realizar desplazamientos lineales de elementos o grupos de elementos.
    - "TILT PLATFORMS": Plataformas inclinables apoyadas en tres tornillos.

- "ROTATION STAGES": Plataformas rotatorias tales como monturas acimutales o ecuatoriales.

```
{
  "MEDIA" :
  [
    {
      "MATERIAL" : "AIR" ,
      "WAVELENGTHS" : [ 0.23 , 0.2446 , 0.2592 , 0.2738 , 0.2884 ,
0.303 , 0.3176 , 0.3322 , 0.3468 , 0.3614 , 0.376 , 0.3906 , 0.4052 ,
0.4198 , 0.4344 , 0.449 , 0.4636 , 0.4782 , 0.4928 , 0.5074 , 0.522 ,
0.5366 , 0.5512 , 0.5658 , 0.5804 , 0.595 , 0.6096 , 0.6242 , 0.6388 ,
0.6534 , 0.668 , 0.6826 , 0.6972 , 0.7118 , 0.7264 , 0.741 , 0.7556 ,
0.7702 , 0.7848 , 0.7994 , 0.814 , 0.8286 , 0.8432 , 0.8578 , 0.8724 ,
0.887 , 0.9016 , 0.9162 , 0.9308 , 0.9454 , 0.96 , 0.9746 , 0.9892 ,
1.004 , 1.018 , 1.033 , 1.048 , 1.062 , 1.077 , 1.091 , 1.106 , 1.121
, 1.135 , 1.15 , 1.164 , 1.179 , 1.194 , 1.208 , 1.223 , 1.237 , 1.252
, 1.267 , 1.281 , 1.296 , 1.31 , 1.325 , 1.34 , 1.354 , 1.369 , 1.383
, 1.398 , 1.413 , 1.427 , 1.442 , 1.456 , 1.471 , 1.486 , 1.5 , 1.515
, 1.529 , 1.544 , 1.559 , 1.573 , 1.588 , 1.602 , 1.617 , 1.632 ,
1.646 , 1.661 , 1.675 , 1.69 ] ,
      "INDICES"         : [ 1.000308003 , 1.000303036 , 1.00029911 ,
1.000295938 , 1.000293329 , 1.000291152 , 1.000289313 , 1.000287743 ,
1.000286391 , 1.000285217 , 1.000284191 , 1.000283287 , 1.000282488 ,
1.000281777 , 1.000281141 , 1.00028057 , 1.000280056 , 1.00027959 ,
1.000279168 , 1.000278783 , 1.000278432 , 1.00027811 , 1.000277814 ,
1.000277542 , 1.000277291 , 1.000277059 , 1.000276844 , 1.000276644 ,
1.000276458 , 1.000276285 , 1.000276123 , 1.000275972 , 1.000275831 ,
1.000275698 , 1.000275573 , 1.000275456 , 1.000275346 , 1.000275242 ,
1.000275144 , 1.000275051 , 1.000274964 , 1.000274881 , 1.000274802 ,
1.000274728 , 1.000274657 , 1.00027459 , 1.000274526 , 1.000274465 ,
1.000274407 , 1.000274352 , 1.000274299 , 1.000274249 , 1.0002742 ,
1.000274154 , 1.000274111 , 1.000274068 , 1.000274027 , 1.00027399 ,
1.000273951 , 1.000273917 , 1.000273882 , 1.000273848 , 1.000273818 ,
1.000273787 , 1.000273759 , 1.00027373 , 1.000273702 , 1.000273677 ,
1.000273651 , 1.000273627 , 1.000273603 , 1.00027358 , 1.000273559 ,
1.000273537 , 1.000273518 , 1.000273497 , 1.000273478 , 1.00027346 ,
1.000273442 , 1.000273425 , 1.000273408 , 1.000273391 , 1.000273376 ,
1.00027336 , 1.000273346 , 1.000273331 , 1.000273317 , 1.000273304 ,
1.00027329 , 1.000273278 , 1.000273265 , 1.000273253 , 1.000273242 ,
1.00027323 , 1.000273219 , 1.000273208 , 1.000273197 , 1.000273188 ,
1.000273177 , 1.000273168 , 1.000273158 ]
    } ,

    {
      "MATERIAL" : "KZFSN2" ,
      "WAVELENGTHS" : [ 0.31 , 0.3319 , 0.3538 , 0.3757 , 0.3976 ,
0.4195 , 0.4414 , 0.4633 , 0.4852 , 0.5071 , 0.529 , 0.5509 , 0.5728 ,
0.5947 , 0.6166 , 0.6385 , 0.6604 , 0.6823 , 0.7042 , 0.7261 , 0.748 ,
0.7699 , 0.7918 , 0.8137 , 0.8356 , 0.8575 , 0.8794 , 0.9013 , 0.9232
, 0.9451 , 0.967 , 0.9889 , 1.011 , 1.033 , 1.055 , 1.077 , 1.098 ,
1.12 , 1.142 , 1.164 , 1.186 , 1.208 , 1.23 , 1.252 , 1.274 , 1.296 ,
1.317 , 1.339 , 1.361 , 1.383 , 1.405 , 1.427 , 1.449 , 1.471 , 1.493
, 1.515 , 1.536 , 1.558 , 1.58 , 1.602 , 1.624 , 1.646 , 1.668 , 1.69
, 1.712 , 1.734 , 1.755 , 1.777 , 1.799 , 1.821 , 1.843 , 1.865 ,
1.887 , 1.909 , 1.931 , 1.953 , 1.974 , 1.996 , 2.018 , 2.04 , 2.062 ,
2.084 , 2.106 , 2.128 , 2.15 , 2.172 , 2.193 , 2.215 , 2.237 , 2.259 ,
2.281 , 2.303 , 2.325 , 2.347 , 2.369 , 2.391 , 2.412 , 2.434 , 2.456
, 2.478 , 2.5 ] ,
      "INDICES"         : [ 1.601886237 , 1.593344445 , 1.586689146 ,
1.581370788 , 1.577033953 , 1.57343783 , 1.570413231 , 1.567837765 ,
1.565620741 , 1.563693572 , 1.562003487 , 1.560509257 , 1.559178248 ,
1.557984319 , 1.556906309 , 1.555926925 , 1.555031913 , 1.554209431 ,
```

```
1.55344957 , 1.552743982 , 1.552085592 , 1.551468368 , 1.550887142 ,
1.550337462 , 1.549815476 , 1.549317835 , 1.54884162 , 1.548384269 ,
1.547943531 , 1.54751742 , 1.547104176 , 1.546702237 , 1.546306671 ,
1.545921652 , 1.545544239 , 1.545173417 , 1.544824758 , 1.544464261 ,
1.544107899 , 1.543754992 , 1.543404919 , 1.543057116 , 1.542711066 ,
1.542366294 , 1.542022367 , 1.541678885 , 1.541351091 , 1.541007439 ,
1.54066322 , 1.540318141 , 1.539971928 , 1.539624326 , 1.539275098 ,
1.538924021 , 1.538570886 , 1.538215496 , 1.537873988 , 1.537513669 ,
1.537150578 , 1.53678456 , 1.536415465 , 1.536043152 , 1.535667484 ,
1.535288335 , 1.534905578 , 1.534519097 , 1.534146603 , 1.533752515 ,
1.533354375 , 1.532952083 , 1.532545536 , 1.532134639 , 1.531719297 ,
1.531299417 , 1.530874911 , 1.53044569 , 1.530031502 , 1.529592818 ,
1.529149169 , 1.528700472 , 1.528246647 , 1.527787613 , 1.527323291 ,
1.526853602 , 1.526378469 , 1.525897813 , 1.525433783 , 1.524942112 ,
1.524444691 , 1.523941444 , 1.523432295 , 1.522917167 , 1.522395982 ,
1.521868665 , 1.521335138 , 1.520795324 , 1.520274109 , 1.519721781 ,
1.519162933 , 1.518597488 , 1.518025364 ]
    } ,

    {
      "MATERIAL" : "SK14" ,
      "WAVELENGTHS" : [ 0.31 , 0.3319 , 0.3538 , 0.3757 , 0.3976 ,
0.4195 , 0.4414 , 0.4633 , 0.4852 , 0.5071 , 0.529 , 0.5509 , 0.5728 ,
0.5947 , 0.6166 , 0.6385 , 0.6604 , 0.6823 , 0.7042 , 0.7261 , 0.748 ,
0.7699 , 0.7918 , 0.8137 , 0.8356 , 0.8575 , 0.8794 , 0.9013 , 0.9232
, 0.9451 , 0.967 , 0.9889 , 1.011 , 1.033 , 1.055 , 1.077 , 1.098 ,
1.12 , 1.142 , 1.164 , 1.186 , 1.208 , 1.23 , 1.252 , 1.274 , 1.296 ,
1.317 , 1.339 , 1.361 , 1.383 , 1.405 , 1.427 , 1.449 , 1.471 , 1.493
, 1.515 , 1.536 , 1.558 , 1.58 , 1.602 , 1.624 , 1.646 , 1.668 , 1.69
, 1.712 , 1.734 , 1.755 , 1.777 , 1.799 , 1.821 , 1.843 , 1.865 ,
1.887 , 1.909 , 1.931 , 1.953 , 1.974 , 1.996 , 2.018 , 2.04 , 2.062 ,
2.084 , 2.106 , 2.128 , 2.15 , 2.172 , 2.193 , 2.215 , 2.237 , 2.259 ,
2.281 , 2.303 , 2.325 , 2.347 , 2.369 , 2.391 , 2.412 , 2.434 , 2.456
, 2.478 , 2.5 ] ,
      "INDICES"        : [ 1.644116984 , 1.636337355 , 1.630163507 ,
1.625166836 , 1.62105552 , 1.617624397 , 1.614725331 , 1.612248913 ,
1.610112749 , 1.608253728 , 1.606622786 , 1.605181271 , 1.603898372 ,
1.602749266 , 1.601713758 , 1.600775279 , 1.59992012 , 1.599136858 ,
1.598415909 , 1.597749179 , 1.597129795 , 1.59655189 , 1.596010425 ,
1.595501056 , 1.595020022 , 1.594564048 , 1.594130275 , 1.593716198 ,
1.593319611 , 1.592938567 , 1.592571342 , 1.592216405 , 1.591869296 ,
1.591533564 , 1.591206507 , 1.590887134 , 1.590588622 , 1.590281764 ,
1.589980191 , 1.589683239 , 1.589390305 , 1.589100839 , 1.58881434 ,
1.588530352 , 1.588248454 , 1.587968263 , 1.587702074 , 1.587424222 ,
1.58714711 , 1.586870458 , 1.58659401 , 1.586317525 , 1.586040781 ,
1.585763571 , 1.585485702 , 1.585206995 , 1.584940018 , 1.584659194 ,
1.584377063 , 1.584093485 , 1.583808329 , 1.583521471 , 1.583232793 ,
1.582942184 , 1.58264954 , 1.58235476 , 1.582071301 , 1.581772078 ,
1.581470452 , 1.58116634 , 1.580859663 , 1.580550346 , 1.580238316 ,
1.579923502 , 1.579605838 , 1.579285258 , 1.578976471 , 1.578650012 ,
1.578320457 , 1.577987748 , 1.57765183 , 1.577312649 , 1.57697015 ,
1.576624283 , 1.576274996 , 1.575922241 , 1.575582239 , 1.575222563 ,
1.574859276 , 1.574492332 , 1.574121686 , 1.573747291 , 1.573369103 ,
1.572987079 , 1.572601173 , 1.572211344 , 1.571835533 , 1.571437908 ,
1.571036233 , 1.570630463 , 1.570220558 ]
    } ,

    {
      "MATERIAL" : "F_SILICA" ,
```

```
      "WAVELENGTHS" : [ 0.21 , 0.2174 , 0.2251 , 0.233 , 0.2412 ,
0.2497 , 0.2585 , 0.2676 , 0.277 , 0.2868 , 0.2969 , 0.3074 , 0.3182 ,
0.3294 , 0.341 , 0.353 , 0.3655 , 0.3783 , 0.3917 , 0.4055 , 0.4197 ,
0.4345 , 0.4498 , 0.4657 , 0.4821 , 0.4991 , 0.5167 , 0.5349 , 0.5537
, 0.5732 , 0.5934 , 0.6143 , 0.636 , 0.6584 , 0.6816 , 0.7056 , 0.7305
, 0.7562 , 0.7829 , 0.8104 , 0.839 , 0.8686 , 0.8992 , 0.9308 , 0.9636
, 0.9976 , 1.033 , 1.069 , 1.107 , 1.146 , 1.186 , 1.228 , 1.271 ,
1.316 , 1.362 , 1.41 , 1.46 , 1.512 , 1.565 , 1.62 , 1.677 , 1.736 ,
1.797 , 1.861 , 1.926 , 1.994 , 2.064 , 2.137 , 2.212 , 2.29 , 2.371 ,
2.454 , 2.541 , 2.63 , 2.723 , 2.819 , 2.918 , 3.021 , 3.128 , 3.238 ,
3.352 , 3.47 , 3.592 , 3.719 , 3.85 , 3.986 , 4.126 , 4.271 , 4.422 ,
4.578 , 4.739 , 4.906 , 5.079 , 5.258 , 5.443 , 5.635 , 5.833 , 6.039
, 6.252 , 6.472 , 6.7 ] ,
      "INDICES"          : [ 1.53835762 , 1.530846431 , 1.524078907 ,
1.518041768 , 1.512572116 , 1.507609587 , 1.503100963 , 1.498999219 ,
1.495262719 , 1.491821503 , 1.488683281 , 1.485791437 , 1.483150433 ,
1.480714442 , 1.478467652 , 1.47639513 , 1.474468282 , 1.47270468 ,
1.471052512 , 1.46952865 , 1.468121822 , 1.46680482 , 1.46558083 ,
1.464436031 , 1.463371935 , 1.462376439 , 1.461444991 , 1.460573079 ,
1.459756285 , 1.458986561 , 1.458260788 , 1.457575807 , 1.456925601 ,
1.456310408 , 1.455724699 , 1.45516603 , 1.454629875 , 1.454116165 ,
1.453618854 , 1.45313961 , 1.452671274 , 1.452213821 , 1.451765383 ,
1.451324079 , 1.450885397 , 1.450447736 , 1.450006962 , 1.44957109 ,
1.449121462 , 1.448668311 , 1.448209659 , 1.447732246 , 1.447245577 ,
1.446736352 , 1.446213852 , 1.445664578 , 1.445086147 , 1.444475988 ,
1.443843402 , 1.443173929 , 1.442464576 , 1.441712173 , 1.440913367 ,
1.440050939 , 1.439148066 , 1.438172943 , 1.43713496 , 1.436013962 ,
1.434819618 , 1.433529881 , 1.432137211 , 1.430651699 , 1.429028728 ,
1.427296094 , 1.425404433 , 1.423361368 , 1.421154416 , 1.418745952 ,
1.416117293 , 1.413274157 , 1.410169683 , 1.406778215 , 1.403070896 ,
1.398982 , 1.394503572 , 1.389555342 , 1.384120806 , 1.378099774 ,
1.371370131 , 1.363881434 , 1.355526219 , 1.346117123 , 1.335482357 ,
1.323410544 , 1.3096384 , 1.293746028 , 1.275372396 , 1.253728956 ,
1.228088835 , 1.197325672 , 1.159649414 ]
    } ,

    {
      "MATERIAL" : "K5" ,
      "WAVELENGTHS" : [ 0.31 , 0.3319 , 0.3538 , 0.3757 , 0.3976 ,
0.4195 , 0.4414 , 0.4633 , 0.4852 , 0.5071 , 0.529 , 0.5509 , 0.5728 ,
0.5947 , 0.6166 , 0.6385 , 0.6604 , 0.6823 , 0.7042 , 0.7261 , 0.748 ,
0.7699 , 0.7918 , 0.8137 , 0.8356 , 0.8575 , 0.8794 , 0.9013 , 0.9232
, 0.9451 , 0.967 , 0.9889 , 1.011 , 1.033 , 1.055 , 1.077 , 1.098 ,
1.12 , 1.142 , 1.164 , 1.186 , 1.208 , 1.23 , 1.252 , 1.274 , 1.296 ,
1.317 , 1.339 , 1.361 , 1.383 , 1.405 , 1.427 , 1.449 , 1.471 , 1.493
, 1.515 , 1.536 , 1.558 , 1.58 , 1.602 , 1.624 , 1.646 , 1.668 , 1.69
, 1.712 , 1.734 , 1.755 , 1.777 , 1.799 , 1.821 , 1.843 , 1.865 ,
1.887 , 1.909 , 1.931 , 1.953 , 1.974 , 1.996 , 2.018 , 2.04 , 2.062 ,
2.084 , 2.106 , 2.128 , 2.15 , 2.172 , 2.193 , 2.215 , 2.237 , 2.259 ,
2.281 , 2.303 , 2.325 , 2.347 , 2.369 , 2.391 , 2.412 , 2.434 , 2.456
, 2.478 , 2.5 ] ,
      "INDICES"          : [ 1.55912867 , 1.552083343 , 1.546529685 ,
1.542056237 , 1.538388211 , 1.535335067 , 1.532760621 , 1.53056506 ,
1.528673656 , 1.527029439 , 1.525588281 , 1.524315522 , 1.523183601 ,
1.522170359 , 1.521257801 , 1.520431181 , 1.519678315 , 1.518989062 ,
1.518354919 , 1.517768715 , 1.517224363 , 1.516716667 , 1.516241172 ,
1.515794038 , 1.515371939 , 1.514971983 , 1.514591647 , 1.514228716 ,
1.513881247 , 1.513547521 , 1.513226019 , 1.512915389 , 1.512611722 ,
1.512318116 , 1.5120322 , 1.511753101 , 1.511492322 , 1.511224344 ,
1.510961072 , 1.51070192 , 1.51044636 , 1.510193908 , 1.509944123 ,
```

```
1.509696604 , 1.509450983 , 1.509206922 , 1.508975125 , 1.50873324 ,
1.508492066 , 1.508251361 , 1.508010897 , 1.507770465 , 1.50752987 ,
1.507288933 , 1.507047483 , 1.506805364 , 1.50657349 , 1.506329647 ,
1.506084725 , 1.505838605 , 1.50559117 , 1.505342315 , 1.505091936 ,
1.504839937 , 1.504586229 , 1.504330723 , 1.50408508 , 1.50382583 ,
1.503564551 , 1.503301175 , 1.503035631 , 1.502767855 , 1.502497786 ,
1.502225362 , 1.501950527 , 1.501673225 , 1.501406176 , 1.501123899 ,
1.500839002 , 1.500551436 , 1.500261154 , 1.49996811 , 1.49967226 ,
1.49937356 , 1.499071968 , 1.498767441 , 1.498473982 , 1.498163604 ,
1.497850174 , 1.497533653 , 1.497214004 , 1.496891189 , 1.496565172 ,
1.496235915 , 1.495903383 , 1.49556754 , 1.495243842 , 1.494901427 ,
1.494555597 , 1.494206318 , 1.493853556 ]
    } ,

    {
      "MATERIAL" : "CAF2" ,
      "WAVELENGTHS" : [ 0.138 , 0.1599 , 0.1818 , 0.2036 , 0.2255 ,
0.2474 , 0.2693 , 0.2912 , 0.313 , 0.3349 , 0.3568 , 0.3787 , 0.4006 ,
0.4224 , 0.4443 , 0.4662 , 0.4881 , 0.51 , 0.5318 , 0.5537 , 0.5756 ,
0.5975 , 0.6194 , 0.6412 , 0.6631 , 0.685 , 0.7069 , 0.7288 , 0.7506 ,
0.7725 , 0.7944 , 0.8163 , 0.8382 , 0.86 , 0.8819 , 0.9038 , 0.9257 ,
0.9476 , 0.9694 , 0.9913 , 1.013 , 1.035 , 1.057 , 1.079 , 1.101 ,
1.123 , 1.144 , 1.166 , 1.188 , 1.21 , 1.232 , 1.254 , 1.276 , 1.298 ,
1.32 , 1.341 , 1.363 , 1.385 , 1.407 , 1.429 , 1.451 , 1.473 , 1.495 ,
1.516 , 1.538 , 1.56 , 1.582 , 1.604 , 1.626 , 1.648 , 1.67 , 1.691 ,
1.713 , 1.735 , 1.757 , 1.779 , 1.801 , 1.823 , 1.845 , 1.867 , 1.888
, 1.91 , 1.932 , 1.954 , 1.976 , 1.998 , 2.02 , 2.042 , 2.063 , 2.085
, 2.107 , 2.129 , 2.151 , 2.173 , 2.195 , 2.217 , 2.238 , 2.26 , 2.282
, 2.304 , 2.326 ] ,
      "INDICES"         : [ 1.637041481 , 1.553060079 , 1.514486672 ,
1.492406926 , 1.478136398 , 1.468297778 , 1.461173316 , 1.45582177 ,
1.451701963 , 1.448426464 , 1.445785476 , 1.443621224 , 1.441822682 ,
1.440316051 , 1.439028546 , 1.437923139 , 1.436965772 , 1.436130023 ,
1.435398272 , 1.434747337 , 1.434167498 , 1.433647963 , 1.4331799 ,
1.432757862 , 1.432371936 , 1.432019072 , 1.431694994 , 1.431396074 ,
1.43112044 , 1.430862928 , 1.43062257 , 1.430397396 , 1.430185697 ,
1.429986868 , 1.429797787 , 1.429618246 , 1.429447236 , 1.429283865 ,
1.429128043 , 1.42897764 , 1.428834059 , 1.428693468 , 1.42855738 ,
1.428425337 , 1.428296928 , 1.428171782 , 1.428055059 , 1.427935351 ,
1.427818003 , 1.427702763 , 1.427589403 , 1.427477712 , 1.427367501 ,
1.427258594 , 1.427150831 , 1.427048898 , 1.426942957 , 1.426837758 ,
1.426733186 , 1.426629134 , 1.426525504 , 1.426422204 , 1.426319151 ,
1.42622094 , 1.426118148 , 1.426015385 , 1.42591259 , 1.425809703 ,
1.425706669 , 1.425603437 , 1.42549996 , 1.425400915 , 1.425296829 ,
1.425192373 , 1.425087509 , 1.424982202 , 1.42487642 , 1.424770132 ,
1.424663309 , 1.424555924 , 1.424452871 , 1.424344314 , 1.424235122 ,
1.424125274 , 1.424014749 , 1.423903529 , 1.423791594 , 1.423678927 ,
1.423570683 , 1.423456538 , 1.423341615 , 1.423225899 , 1.423109377 ,
1.422992035 , 1.422873862 , 1.422754846 , 1.422640443 , 1.422519748 ,
1.422398178 , 1.422275724 , 1.422152376 ]
    }

  ] ,

  "ELEMENTS" :
  {

    "DIOPTERS" :
    [

```

```
240         {
241           "NAME"         : "LENS_1_SURF_MINUS" ,
242           "Z_OFFSET"     : 0 ,
243           "SEMIDIAMETER" : 265 ,
244           "C"            : [ -1 , 13754.1 ] ,
245           "K"            : 0 ,
246           "A4"           : 0 ,
247           "A6"           : 0 ,
248           "A8"           : 0 ,
249           "A10"          : 0 ,
250           "MEDIUM_MINUS" : "AIR" ,
251           "MEDIUM_PLUS"  : "KZFSN2"
252         } ,
253
254         {
255           "NAME"         : "LENS_1_SURF_PLUS" ,
256           "Z_OFFSET"     : 26.54 ,
257           "SEMIDIAMETER" : 265 ,
258           "C"            : [ -1 , 2589.784 ] ,
259           "K"            : 0 ,
260           "A4"           : -1.297e-9 ,
261           "A6"           : 1.633e-15 ,
262           "A8"           : 0 ,
263           "A10"          : 0 ,
264           "MEDIUM_MINUS" : "KZFSN2" ,
265           "MEDIUM_PLUS"  : "AIR"
266         } ,
267
268         {
269           "NAME"         : "LENS_2_SURF_MINUS" ,
270           "Z_OFFSET"     : 75.74 ,
271           "SEMIDIAMETER" : 260 ,
272           "C"            : [ -1 , 2988.818 ] ,
273           "K"            : 0 ,
274           "A4"           : -1.477e-9 ,
275           "A6"           : 7.369e-16 ,
276           "A8"           : 0 ,
277           "A10"          : 0 ,
278           "MEDIUM_MINUS" : "AIR" ,
279           "MEDIUM_PLUS"  : "SK14"
280         } ,
281
282         {
283           "NAME"         : "LENS_2_SURF_PLUS" ,
284           "Z_OFFSET"     : 89.99 ,
285           "SEMIDIAMETER" : 260 ,
286           "C"            : [ 1 , 2988.818 ] ,
287           "K"            : 0 ,
288           "A4"           : 1.477e-9 ,
289           "A6"           : -7.369e-16 ,
290           "A8"           : 0 ,
291           "A10"          : 0 ,
292           "MEDIUM_MINUS" : "SK14" ,
293           "MEDIUM_PLUS"  : "AIR"
294         } ,
295
296         {
297           "NAME"         : "LENS_3_SURF_MINUS" ,
298           "Z_OFFSET"     : 139.19 ,
299           "SEMIDIAMETER" : 265 ,
```

```
300         "C"            : [ 1 , 2589.784 ] ,
301         "K"            : 0 ,
302         "A4"           : 1.297e-9 ,
303         "A6"           : -1.633e-15 ,
304         "A8"           : 0 ,
305         "A10"          : 0 ,
306         "MEDIUM_MINUS" : "AIR" ,
307         "MEDIUM_PLUS"  : "KZFSN2"
308       } ,
309
310       {
311         "NAME"         : "LENS_3_SURF_PLUS" ,
312         "Z_OFFSET"     : 165.73 ,
313         "SEMIDIAMETER" : 265 ,
314         "C"            : [ 1 , 13754.1 ] ,
315         "K"            : 0 ,
316         "A4"           : 0 ,
317         "A6"           : 0 ,
318         "A8"           : 0 ,
319         "A10"          : 0 ,
320         "MEDIUM_MINUS" : "KZFSN2" ,
321         "MEDIUM_PLUS"  : "AIR"
322       } ,
323
324       {
325         "NAME"         : "FLATTENER_SURF_MINUS" ,
326         "Z_OFFSET"     : 589.43601 ,
327         "SEMIDIAMETER" : 32 ,
328         "C"            : [ 1 , 822.5282 ] ,
329         "K"            : 0 ,
330         "A4"           : 0 ,
331         "A6"           : 0 ,
332         "A8"           : 0 ,
333         "A10"          : 0 ,
334         "MEDIUM_MINUS" : "AIR" ,
335         "MEDIUM_PLUS"  : "CAF2"
336       } ,
337
338       {
339         "NAME"         : "FLATTENER_SURF_PLUS" ,
340         "Z_OFFSET"     : 594.48807 ,
341         "SEMIDIAMETER" : 32 ,
342         "C"            : [ -1 , 210.4949 ] ,
343         "K"            : 0 ,
344         "A4"           : 0 ,
345         "A6"           : 0 ,
346         "A8"           : 0 ,
347         "A10"          : 0 ,
348         "MEDIUM_MINUS" : "CAF2" ,
349         "MEDIUM_PLUS"  : "AIR"
350       } ,
351
352       {
353         "NAME"         : "WINDOW_SURF_MINUS" ,
354         "Z_OFFSET"     : 609.48807 ,
355         "SEMIDIAMETER" : 50 ,
356         "C"            : [ 0 , 1 ] ,
357         "K"            : 0 ,
358         "A4"           : 0 ,
359         "A6"           : 0 ,
```

```
360          "A8"           : 0 ,
361          "A10"          : 0 ,
362          "MEDIUM_MINUS" : "AIR" ,
363          "MEDIUM_PLUS"  : "K5"
364        } ,
365
366        {
367          "NAME"         : "WINDOW_SURF_PLUS" ,
368          "Z_OFFSET"     : 612.50559 ,
369          "SEMIDIAMETER" : 50 ,
370          "C"            : [ 0 , 1 ] ,
371          "K"            : 0 ,
372          "A4"           : 0 ,
373          "A6"           : 0 ,
374          "A8"           : 0 ,
375          "A10"          : 0 ,
376          "MEDIUM_MINUS" : "K5" ,
377          "MEDIUM_PLUS"  : "AIR"
378        } ,
379
380        {
381          "NAME"         : "MENISCUS_SURF_MINUS" ,
382          "Z_OFFSET"     : 691.3808 ,
383          "SEMIDIAMETER" : 83 ,
384          "C"            : [ -1 , 146.887 ] ,
385          "K"            : -0.0604906 ,
386          "A4"           : 0 ,
387          "A6"           : 0 ,
388          "A8"           : 0 ,
389          "A10"          : 0 ,
390          "MEDIUM_MINUS" : "AIR" ,
391          "MEDIUM_PLUS"  : "F_SILICA"
392        } ,
393
394        {
395          "NAME"         : "MENISCUS_SURF_PLUS" ,
396          "Z_OFFSET"     : 704.0048 ,
397          "SEMIDIAMETER" : 90 ,
398          "C"            : [ -1 , 152.11 ] ,
399          "K"            : 0 ,
400          "A4"           : 0 ,
401          "A6"           : 0 ,
402          "A8"           : 0 ,
403          "A10"          : 0 ,
404          "MEDIUM_MINUS" : "F_SILICA" ,
405          "MEDIUM_PLUS"  : "AIR"
406        }
407
408      ] ,
409
410
411
412      "MIRRORS" :
413      [
414        {
415          "NAME"         : "PRIMARY_MIRROR" ,
416          "Z_OFFSET"     : 1110.53 ,
417          "SEMIDIAMETER" : 335.92745 ,
418          "C"            : [ -1 , 1016.167 ] ,
419          "K"            : 0 ,
```

```
420         "A4"           : 0 ,
421         "A6"           : 0 ,
422         "A8"           : 0 ,
423         "A10"          : 0 ,
424         "MEDIUM_MINUS" : "F_SILICA" ,
425         "MEDIUM_PLUS"  : "AIR"
426       }
427     ] ,
428
429
430     "PUPILS" :
431     [
432
433       {
434         "NAME"         : "TRIPLET_CENTRAL_STOP" ,
435         "Z_OFFSET"     : 82.865 ,
436         "SEMIDIAMETER" : 260
437       } ,
438
439       {
440         "NAME"         : "SHUTTER_HOUSING" ,
441         "Z_OFFSET"     : 619.1056 ,
442         "SEMIDIAMETER" : 31.7500
443       }
444
445     ] ,
446
447
448
449     "OBSTRUCTIONS" :
450     [
451
452       {
453         "NAME"         : "SPIDER_TOP_LID" ,
454         "Z_OFFSET"     : 219.11 ,
455         "SEMIDIAMETER" : 127
456       } ,
457
458       {
459         "NAME"         : "SPIDER_BOTTOM_LID_1" ,
460         "Z_OFFSET"     : 371.13 ,
461         "SEMIDIAMETER" : 127
462       } ,
463
464       {
465         "NAME"         : "SPIDER_BOTTOM_LID_2" ,
466         "Z_OFFSET"     : 397.51 ,
467         "SEMIDIAMETER" : 119.99
468       } ,
469
470       {
471         "NAME"         : "CAMERA_TOP_LID" ,
472         "Z_OFFSET"     : 440.40601 ,
473         "SEMIDIAMETER" : 119.99
474       } ,
475
476       {
477         "NAME"         : "CAMERA_BOTTOM_RING" ,
478         "Z_OFFSET"     : 630.98601 ,
479         "SEMIDIAMETER" : 119.99
```

```
480         } ,
481
482         {
483           "NAME"         : "SENSOR" ,
484           "Z_OFFSET"     : 588.78601 ,
485           "SEMIDIAMETER" : 26.212865
486         }
487
488       ] ,
489
490
491
492       "SPIDER_VANES" :
493       [
494
495         {
496           "NAME"                  : "SPIDER_VANE_TOP" ,
497           "Z_OFFSET"              : 243.11 ,
498           "INNER_SEMIDIAMETER"    : 0 ,
499           "SEMIDIAMETER"          : 344.87 ,
500           "INNER_VERTEX_SAGITTAL" : 0  ,
501           "INNER_VERTEX_RADIUS"   : 196.98 ,
502           "OUTER_VERTEX_SAGITTAL" : 222.3600 ,
503           "OUTER_VERTEX_RADIUS"   : 299.74 ,
504           "THICKNESS"             : 12
505         } ,
506
507         {
508           "NAME"                  : "SPIDER_VANE_BOTTOM" ,
509           "Z_OFFSET"              : 366.09 ,
510           "INNER_SEMIDIAMETER"    : 0 ,
511           "SEMIDIAMETER"          : 344.87 ,
512           "INNER_VERTEX_SAGITTAL" : 0 ,
513           "INNER_VERTEX_RADIUS"   : 167.01  ,
514           "OUTER_VERTEX_SAGITTAL" : 150.08 ,
515           "OUTER_VERTEX_RADIUS"   : 239.75 ,
516           "THICKNESS"             : 12
517         }
518
519       ],
520
521
522
523
524       "GROUPS" :
525       [
526
527         {
528           "NAME" : "TRIPLET" ,
529           "ELEMENTS"  :
530           [
531             { "NAME" : "LENS_2_SURF_PLUS"     , "NUMBER" : 5 } ,
532             { "NAME" : "LENS_1_SURF_MINUS"    , "NUMBER" : 1 } ,
533             { "NAME" : "LENS_1_SURF_PLUS"     , "NUMBER" : 2 } ,
534             { "NAME" : "LENS_2_SURF_MINUS"    , "NUMBER" : 3 } ,
535             { "NAME" : "TRIPLET_CENTRAL_STOP" , "NUMBER" : 4 } ,
536             { "NAME" : "LENS_3_SURF_MINUS"    , "NUMBER" : 6 } ,
537             { "NAME" : "LENS_3_SURF_PLUS"     , "NUMBER" : 7 }
538           ] ,
539           "LEFT_TO_RIGHT" : [ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 ] ,
```

```
540          "RIGHT_TO_LEFT" : [ ]
541        } ,
542
543        {
544          "NAME" : "CAMERA_FIXED" ,
545          "ELEMENTS"  :
546          [
547            { "NAME" : "SPIDER_TOP_LID"      , "NUMBER" : 1 } ,
548            { "NAME" : "SPIDER_VANE_TOP"     , "NUMBER" : 2 } ,
549            { "NAME" : "SPIDER_VANE_BOTTOM"  , "NUMBER" : 3 } ,
550            { "NAME" : "SPIDER_BOTTOM_LID_1" , "NUMBER" : 4 } ,
551            { "NAME" : "SPIDER_BOTTOM_LID_2" , "NUMBER" : 5 }
552          ] ,
553          "LEFT_TO_RIGHT" : [ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 ] ,
554          "RIGHT_TO_LEFT" : [ ]
555        } ,
556
557        {
558          "NAME" : "CAMERA_FOCUS",
559          "ELEMENTS"  :
560          [
561            { "NAME" : "CAMERA_TOP_LID"       , "NUMBER" : 1  } ,
562            { "NAME" : "CAMERA_BOTTOM_RING"   , "NUMBER" : 2  } ,
563            { "NAME" : "SENSOR"               , "NUMBER" : 3  } ,
564            { "NAME" : "FLATTENER_SURF_MINUS" , "NUMBER" : 4  } ,
565            { "NAME" : "FLATTENER_SURF_PLUS"  , "NUMBER" : 5  } ,
566            { "NAME" : "WINDOW_SURF_MINUS"    , "NUMBER" : 6  } ,
567            { "NAME" : "WINDOW_SURF_PLUS"     , "NUMBER" : 7  } ,
568            { "NAME" : "SHUTTER_HOUSING"      , "NUMBER" : 8  } ,
569            { "NAME" : "MENISCUS_SURF_MINUS"  , "NUMBER" : 9  } ,
570            { "NAME" : "MENISCUS_SURF_PLUS"   , "NUMBER" : 10 }
571          ] ,
572          "LEFT_TO_RIGHT" : [ 1 , 2 ] ,
573          "RIGHT_TO_LEFT" : [ 10 , 9 , 8 , 7 , 6 , 5 , 4 , 3 ]
574        } ,
575
576        {
577          "NAME" : "CAMERA_ALL",
578          "ELEMENTS"  :
579          [
580            { "NAME" : "CAMERA_FIXED" , "NUMBER" : 1 } ,
581            { "NAME" : "CAMERA_FOCUS" , "NUMBER" : 2 }
582          ] ,
583          "LEFT_TO_RIGHT" : [ 1 ] ,
584          "RIGHT_TO_LEFT" : [ 2 ]
585        } ,
586
587        {
588          "NAME" : "SPIDER_SUPPORT",
589          "ELEMENTS"  :
590          [
591            { "NAME" : "CAMERA_ALL" , "NUMBER" : 1 }
592          ] ,
593          "LEFT_TO_RIGHT" : [ 1 ] ,
594          "RIGHT_TO_LEFT" : [ 1 ]
595        } ,
596
597        {
598          "NAME" : "MAIN",
599          "ELEMENTS"  :
```

```
600          [
601            { "NAME" : "TRIPLET"        , "NUMBER" : 1 } ,
602            { "NAME" : "SPIDER_SUPPORT"     , "NUMBER" : 2 } ,
603            { "NAME" : "PRIMARY_MIRROR" , "NUMBER" : 3 }
604          ] ,
605          "LEFT_TO_RIGHT" : [ 1 , 2 , 3 , 2 ] ,
606          "RIGHT_TO_LEFT" : [ ]
607        }
608
609      ]
610
611    } ,
612
613
614
615
616    "ADJUSTMENTS" :
617
618
619
620
621    {
622
623      "LINEAR_STAGES" :
624      [
625
626        {
627          "NAME"             : "FOCUS" ,
628          "ELEMENT_AFFECTED" : "CAMERA_FOCUS" ,
629          "SCREWS"           :
630          [
631            {
632              "NAME"          : "FOCUS_KNOB" ,
633              "POSITION"      : [ 0 , 0 , 588.78601 ] ,
634              "DIRECTION"     : [ 0 , 0 , 1 ] ,
635              "PITCH"         : 0.01 ,
636              "INITIAL_TURNS" : 0
637            }
638          ]
639        } ,
640
641        {
642          "NAME"             : "SPIDER_ASSEMBLY_SLIDE" ,
643          "ELEMENT_AFFECTED" : "CAMERA_ALL" ,
644          "SCREWS"           :
645          [
646            {
647              "NAME"          : "CAMERA_X_OFFSET" ,
648              "POSITION"      : [ 0 , 0 , 491.19 ] ,
649              "DIRECTION"     : [ 0 , 0 , 1 ] ,
650              "PITCH"         : 0.5 ,
651              "INITIAL_TURNS" : 0
652            } ,
653
654            {
655              "NAME"          : "CAMERA_Y_OFFSET" ,
656              "POSITION"      : [ 0 , 0 , 491.19 ] ,
657              "DIRECTION"     : [ 0 , 0 , 1 ] ,
658              "PITCH"         : 0.5 ,
659              "INITIAL_TURNS" : 0
```

```
660             }
661           ]
662         }
663
664       ] ,
665
666
667       "TILT_PLATFORMS" :
668       [
669
670         {
671           "NAME"             : "MIRROR_TRIANGLE" ,
672           "ELEMENT_AFFECTED" : "PRIMARY_MIRROR" ,
673           "AXIS_DIRECTION"   : [ 0 , 0 , -1 ] ,
674           "POINT_IN_AXIS"    : [ 0 , 0 , 1110.53 ] ,
675           "SCREWS"           :
676           [
677             {
678               "NAME"          : "SCREW_A" ,
679               "POSITION"      : [ 0 , 335.92745 , 1110.53 ] ,
680               "DIRECTION"     : [ 0 , 0 , -1 ] ,
681               "PITCH"         : 0.5 ,
682               "INITIAL_TURNS" : 0
683             },
684             {
685               "NAME"          : "SCREW_B" ,
686               "POSITION"      : [ 290.9217 , -167.9637 , 1110.53 ] ,
687               "DIRECTION"     : [ 0 , 0 , -1 ] ,
688               "PITCH"         : 0.5 ,
689               "INITIAL_TURNS" : 0
690             },
691             {
692               "NAME"          : "SCREW_C" ,
693               "POSITION"      : [ -290.9217 , -167.9637 , 1110.53 ] ,
694               "DIRECTION"     : [ 0 , 0 , -1 ] ,
695               "PITCH"         : 0.5 ,
696               "INITIAL_TURNS" : 0
697             }
698           ]
699         } ,
700
701         {
702           "NAME"             : "SPIDER_ASSEMBLY_TILT" ,
703           "ELEMENT_AFFECTED" : "SPIDER_SUPPORT" ,
704           "AXIS_DIRECTION"   : [ 0 , 0 , -1 ] ,
705           "POINT_IN_AXIS"    : [ 0 , 0 , 1110.53 ] ,
706           "SCREWS"           :
707           [
708             {
709               "NAME"          : "SCREW_1" ,
710               "POSITION"      : [ 0 , 404.47 ,  491.19 ] ,
711               "DIRECTION"     : [ 0 , 0 , -1 ] ,
712               "PITCH"         : 0.5 ,
713               "INITIAL_TURNS" : 0
714             },
715             {
716               "NAME"          : "SCREW_2" ,
717               "POSITION"      : [ 404.47 , 0 ,  491.19 ] ,
718               "DIRECTION"     : [ 0 , 0 , -1 ] ,
719               "PITCH"         : 0.5 ,
```

```
720             "INITIAL_TURNS" : 0
721           },
722           {
723             "NAME"          : "SCREW_3" ,
724             "POSITION"      : [ 0 , -404.47 ,  491.19 ] ,
725             "DIRECTION"     : [ 0 , 0 , -1 ] ,
726             "PITCH"         : 0.5 ,
727             "INITIAL_TURNS" : 0
728           }
729         ]
730       }
731
732     ] ,
733
734
735     "ROTATION_STAGES" :
736     [
737
738       {
739         "NAME"             : "TELESCOPE_MOUNT" ,
740         "ELEMENT_AFFECTED" : "MAIN" ,
741         "SCREWS"           :
742         [
743           {
744             "NAME"             : "ALT_WORM_SCREW" ,
745             "POINT_IN_AXIS"    : [ 0 , 0 , 0 ] ,
746             "AXIS_DIRECTION"   : [ 0 , 1 , 0 ] ,
747             "DEGREES_PER_TURN" : 1 ,
748             "INITIAL_TURNS"    : 0
749           } ,
750
751           {
752             "NAME"             : "AZ_WORM_SCREW" ,
753             "POINT_IN_AXIS"    : [ 0 , 0 , 0 ] ,
754             "AXIS_DIRECTION"   : [ 0 , 0 , 1 ] ,
755             "DEGREES_PER_TURN" : 1 ,
756             "INITIAL_TURNS"    : 0
757           }
758         ]
759       }
760
761     ]
762
763   }
764
765 }
```

PUBLICACIONES
Pd
DE DEFENSA

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE DEFENSA
SECRETARÍA GENERAL TÉCNICA
SUBDIRECCIÓN GENERAL DE PUBLICACIONES Y PATRIMONIO CULTURAL