



Estudio de series temporales GNSS mediante técnicas estadísticas y analíticas para la obtención de modelos de esfuerzo y deformación. Aplicación a la región sur de la península ibérica-norte de África (SPINA)

Fundación Alvargonzález



MINISTERIO DE DEFENSA

REAL INSTITUTO Y OBSERVATORIO DE LA
ARMADA EN SAN FERNANDO

BOLETIN ROA N° 2/2024

TRABAJO DE LA BECA FUNDACIÓN
ALVARGOZALEZ 2023



FVNDACIÓN
ALVARGONZÁLEZ

ESTUDIO DE SERIES TEMPORALES GNSS
MEDIANTE TÉCNICAS ESTADÍSTICAS Y
ANALÍTICAS PARA LA OBTENCIÓN DE MODELOS
DE ESFUERZO Y DEFORMACIÓN. APLICACIÓN A
LA REGIÓN SUR DE LA PENÍNSULA IBÉRICA-
NORTE DE ÁFRICA (SPINA).

Paola Barba Ceballos



MINISTERIO DE DEFENSA



Catálogo de Publicaciones de Defensa
<https://publicaciones.defensa.gob.es>



Catálogo de Publicaciones de la Administración General del Estado
<https://cpage.mpr.gob.es>

publicaciones.defensa.gob.es
cpage.mpr.gob.es

Edita:



Paseo de la Castellana 109, 28046 Madrid

© Autor y editor, 2024

NIPO 083-24-203-4 (edición impresa)

ISBN 978-84-9091-930-9 (edición impresa)

Depósito legal M 14836-2024

Boletín ROA, ISSN 1131-5040 (edición impresa)

NIPO 083-24-204-X (edición en línea)

Fecha de edición: junio de 2024

Maqueta e imprime: Imprenta Ministerio de Defensa

Las opiniones emitidas en esta publicación son de exclusiva responsabilidad del autor de la misma. Los derechos de explotación de esta obra están amparados por la Ley de Propiedad Intelectual. Ninguna de las partes de la misma puede ser reproducida, almacenada ni transmitida en ninguna forma ni por medio alguno, electrónico, mecánico o de grabación, incluido fotocopias, o por cualquier otra forma, sin permiso previo, expreso y por escrito de los titulares del copyright ©.

En esta edición se ha utilizado papel procedente de bosques gestionados de forma sostenible y fuentes controladas.

Foto portada:

Fachada del Edificio Principal del Real Instituto y Observatorio de la Armada en San Fernando (siglo XVIII).

Resumen

Los sistemas GNSS posibilitan la resolución precisa del problema del posicionamiento geodésico mediante técnicas avanzadas (PPP, posicionamiento relativo) de tratamiento de las observaciones GNSS. Las capacidades de la instrumentación y comunicaciones actuales permiten obtener series temporales de coordenadas geocéntricas y topocéntricas de precisión subcentimétrica, cuyo análisis proporciona el conocimiento de la actividad geodinámica de carácter tectónico o volcánico de una determinada región. En este trabajo se plantea el estudio de estas series temporales, proporcionadas por el Nevada Geodetic Laboratory (NGL), mediante el manejo y adaptación de paquetes R para determinar su comportamiento. Se usarán los filtros 1-Sigma, 2-Sigma y la función `tsoutliers()` proporcionada por R para determinar los valores anómalos de las series temporales. Se estudiarán métodos estadísticos y analíticos; como por ejemplo, modelos ARMA, ARIMA, funciones wavelets y técnicas Kalman. También se aplicará a las series, el análisis y ajuste CATS, con la que se obtendrá la velocidad de la serie y la tendencia de la misma entre otras cosas. Por último, se verá la descomposición STL para obtener la descomposición de la serie en sus componentes y la velocidad de la serie. Se considerarán ejemplos significativos de estas series en la red SPINA.

Índice general

1. Introducción	1
2. Planteamiento	3
3. Series Temporales	5
3.1. Componentes de las series temporales	5
3.2. Clasificación descriptiva de las series temporales	6
4. Métodos y técnicas aplicados a series temporales	7
4.1. Filtrados iniciales	7
4.1.1. Filtrados 1 Sigma - 2 Sigma	8
4.1.1.1. Fundamentos teóricos del método	8
4.1.1.2. Código desarrollado del método	9
4.1.1.3. Aplicación del método	11
4.1.2. Filtro Outliers R	12
4.1.2.1. Fundamentos teóricos del método	12
4.1.2.2. Código desarrollado del método	14
4.1.2.3. Aplicación del método	15
4.2. Filtrado predictivo	15
4.2.1. Filtrado Kalman	15
4.2.1.1. Fundamentos teóricos del método	15
4.2.1.2. Código desarrollado del método	17
4.2.1.3. Aplicación del método	18
4.2.2. Modelo ARIMA	18
4.2.2.1. Fundamentos teóricos del método	18
4.2.2.2. Código desarrollado del método	20

ÍNDICE GENERAL

4.2.2.3. Aplicación del método	21
4.2.3. Modelo ARMA	22
4.2.3.1. Fundamentos teóricos del método	22
4.2.3.2. Código desarrollado del método	22
4.2.3.3. Aplicación del método	23
4.3. Filtrado multirresolución	23
4.3.1. Fundamentos teóricos del método	24
4.3.2. Código desarrollado del método	25
4.3.3. Aplicación del método	27
4.4. Análisis y ajuste CATS	27
4.4.1. Fundamentos teóricos del método	27
4.4.2. Código desarrollado del método	29
4.4.3. Aplicación del método	31
4.5. Descomposición STL	31
4.5.1. Fundamentos teóricos del método	31
4.5.2. Código desarrollado del método	34
4.5.3. Aplicación del método	37
5. Aplicación a la red SPINA	39
5.1. Obtención de datos	41
5.2. Metodología	45
5.2.1. Análisis descriptivo	47
5.2.2. Filtrados iniciales	47
5.2.3. Filtrados analíticos	52
5.2.4. Filtrados estadísticos	53
5.2.5. Análisis CATS	54
5.2.6. Descomposición STL	55
5.3. Modelos de desplazamiento	56
5.4. Modelos de esfuerzo-deformación	68
5.4.1. Datos de NGL	68
5.4.2. Datos de CATS	69
5.5. Análisis de resultados	70
6. Conclusiones	73

A. Anexo I: Software análisis Cats corrigiendo saltos	75
B. Anexo II: Resultados obtenidos mediante Q-Str2-Models.	79
B.1. Modelos esfuerzo-Deformación. Velocidades NGL.	79
B.2. Modelos esfuerzo-Deformación. Velocidades CATS.	81
C. Anexo III: Resultados	85
Bibliografía	121

Introducción

En este trabajo se analizan los diferentes técnicas de filtrado para el tratamiento de las series temporales procedentes de la observación de estaciones GPS. En el primer capítulo se realiza una breve descripción del sistema GNSS y de la red SPINA (sur de la Península Ibérica y norte de África). En el segundo capítulo se desarrollan las características iniciales de series temporales. Se explican las componentes de las series, las formas de descomponerlas y su clasificación descriptiva.

El capítulo principal es el tercero, en el cual se exponen los distintos tipos de filtrados para las series temporales. Se comienza por los filtrados iniciales, los cuales detectan los valores atípicos que contienen las series temporales y éstos valores son eliminados. Con estos filtrados se depura la serie. Seguidamente, se muestran los filtrados predictivos: filtros recursivos capaces de predecir los posibles movimientos futuros de las series a partir de observaciones anteriores.

Posteriormente, se trata el filtrado multirresolución tipo wavelets, para el cual se exponen sus transformadas continuas y discretas, y se mencionan algunas de las familias wavelets más importantes. También se describe el análisis y ajuste CATS, el cual determina parámetros de las series tales como su velocidad lineal o la amplitud de las discontinuidades que presente. Finalmente, se describe la descomposición STL, a partir de la cual es posible descomponer la serie en sus componentes y obtener velocidades. Todos los filtrados expuestos van acompañados de sus respectivos códigos en el lenguaje de *RStudio* y una gráfica de ejemplo mostrando el resultado de cada filtrado.

1. INTRODUCCIÓN

En el último capítulo, se comenta brevemente el contexto geodinámico de la red SPINA y se presentan las estaciones permanentes GPS que intervienen en el estudio. Los datos se han tomado del laboratorio NGL, el cual proporciona información de más de 17000 estaciones en el mundo, formando así la red MAGNET. En este capítulo se aplica una metodología a las series temporales, exponiendo así la aplicación de los filtros y técnicas mencionados en el capítulo tres. A través de estos métodos se obtienen las velocidades de desplazamiento, y con ello los modelos de desplazamiento y de esfuerzo-deformación en la región de la red SPINA.

Planteamiento

El sistema GNSS (Global Navigation Satellite System) es una constelación de satélites que proporciona información de cobertura global sobre el posicionamiento y localización de cualquier lugar del mundo, ya sea en mar, tierra o aire. Las series temporales cGNSS son series GNSS de monitoreo continuo.

El primer sistema operativo de este tipo fue el sistema de posicionamiento global (GPS-USA) cuyo origen fue militar. Poco después apareció GLONASS, el sistema de posicionamiento desarrollado por la Unión Soviética. A día de hoy se siguen desarrollando los sistemas Galileo-Europeo y Beidou-Chino, los cuales no están completamente acabados.

En este trabajo se tratarán las serie provenientes de la red SPINA (Sur de la Península Ibérica y Norte de África), proporcionadas por el laboratorio NGL, con el fin de estudiar esta zona determinada, ver su desplazamiento y sus modelos de esfuerzo-deformación. Para ello se tomarán las estaciones GPS SEVI y CAAL, situadas en Sevilla y en Calar Alto (Almería), respectivamente.

Debido al tratamiento de las observaciones provenientes de las estaciones GPS, se obtienen series temporales geodésicas a partir de las cuales se pueden extraer conclusiones de carácter geodinámico en cualquier zona terrestre. El análisis de estas series temporales es esencial para lograr comprender el comportamiento geodinámico, incluso diferenciando entre tectónica y volcánica en aquellos lugares donde la geodinámica presente situaciones complejas. A partir del estudio y análisis de las series temporales definidas por la evolución temporal de las coordenadas geocéntricas o topocéntricas, se obtiene la modelización del

2. PLANTEAMIENTO

campo de velocidades de desplazamientos y caracterización de esfuerzos, concluyéndose el comportamiento geodinámico de la región objeto de estudio.

De este modo, este trabajo se fundamenta en que el conocimiento del comportamiento geodinámico de una determinada zona de la Tierra se obtiene a partir del análisis de las series temporales geodésicas GPS de precisión subcentimétrica, del establecimiento del campo de velocidades de desplazamiento superficial, de la caracterización de los parámetros de esfuerzo y deformación.

Series Temporales

Las series temporales son un conjunto de pares de datos (t, Y_t) que relacionan entre sí un instante de tiempo concreto t y un valor para dicho instante de tiempo Y_t . Las series temporales se usan para comprender sucesos del pasado y para intentar predecir que ocurrirá en el futuro.

3.1 Componentes de las series temporales

Las series temporales (Y) se pueden descomponer en las componentes tendencia, estacionalidad, ciclicidad e irregularidades.

- Tendencia (T): Refleja el comportamiento de la serie a largo plazo y es necesario un gran número de observaciones para poder obtenerla.
- Estacionalidad (S): Se refiere al movimiento periódico, es decir, regular y repetitivo, a corto plazo. Suelen ser periodos iguales o inferiores a un año.
- Ciclicidad: Recoge las oscilaciones periódicas cuya amplitud es superior a un año. Se refiere a movimientos normalmente irregulares alrededor de la tendencia, en las que a diferencia de las variaciones estacionales, tiene un período y amplitud variables, pudiendo clasificarse como cíclicos, cuasi cíclicos o recurrentes. No están relacionadas con las épocas del año.

3. SERIES TEMPORALES

- Irregularidades (I): Suelen ser datos aleatorios, referidos a errores o a hechos no previsibles, pero suelen ser identificables a posteriori.

En este trabajo se tomarán las componentes estacionalidad y ciclicidad como la componente estacionalidad-ciclo.

Esta descomposición se realiza de forma aditiva, multiplicativa o mixta:

- Aditiva: Se corresponde a la descomposición de forma aditiva de la serie en el instante t , de forma que:

$$Y_t = T_t + S_t + I_t$$

- Multiplicativa: En este caso se descompone en forma de productos, por lo que:

$$Y_t = T_t S_t I_t$$

- Mixta: Representa la descomposición de la serie, pero con sumandos y productos. Existen diferentes formas de dar esta descomposición, una de ellas sería:

$$Y_t = T_t S_t + I_t$$

3.2 Clasificación descriptiva de las series temporales

Las series temporales pueden dividirse en estacionarias y no estacionarias:

- Estacionarias: Una serie es estacionaria si sus valores de varianza y media son constantes en el tiempo, es decir, es una serie estable a lo largo del tiempo. Ésto puede detectarse gráficamente, ya que los valores de la serie oscilan alrededor de dichos parámetros, media y varianza, constantes en el tiempo.
- No estacionarias: En este caso, la media y varianza de la serie van cambiando de valor a lo largo del tiempo.

Métodos y técnicas aplicados a series temporales

En este capítulo se definen y explican los distintos tipos de filtrados que han sido aplicados a las series temporales, así como se presentan los códigos usados en Rstudio para realizar dichos filtrados y un ejemplo de aplicación de cada técnica. Se exponen los filtrados para una depuración inicial de las series, los filtrados predictivos Kalman, ARIMA y ARMA, el filtrado multirresolución tipo wavelet, el análisis estadístico CATS y la descomposición STL para series temporales. Cabe remarcar que es muy importante una depuración adecuada de cada serie temporal, ya que a la hora de realizar futuros estudios de pronóstico, estos valores eliminados tendrán repercusión en los resultados obtenidos.

4.1 Filtrados iniciales

Las series temporales obtenidas de la observación de los sistemas GNSS-GPS pueden contener valores erróneos debido a diversos factores. Estos errores, denominados *outliers*, son datos cuyo valor dista del contenido principal de la serie temporal. Por ello, es muy importante eliminar estos datos atípicos para que no afecten negativamente en su posterior análisis. Los filtrados iniciales analizados en este trabajo son 1-sigma, 2-sigma y Outlier R.

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

4.1.1 Filtrados 1 Sigma - 2 Sigma

Los filtrados 1-sigma y 2-sigma consisten en eliminar los valores atípicos de la serie. Para decidir qué valores se toman como *outliers*, se observa la distancia entre una recta de regresión lineal simple y los puntos de la serie. Dependiendo del filtrado elegido se permite que los puntos de la serie estén a mayor o menor distancia de la recta de regresión.

4.1.1.1 Fundamentos teóricos del método

Este método se basa en realizar una regresión lineal simple sobre variables a estudiar. El objetivo es encontrar alguna relación de dependencia entre ellas, de forma que, aunque los datos estén dispersos sea posible encontrar una recta que se ajuste a todos los puntos teniendo la mínima distancia posible entre la recta y los datos. A partir de las observaciones se encontrarán unos valores aproximados que contribuyan en el cálculo de la recta de regresión. El modelo de regresión lineal simple viene dado por la siguiente expresión:

$$y_i = a + bx_i + e_i.$$

Donde y_i son variables dependientes y x_i se corresponde con variables independientes. Se tiene que a es el punto de corte con el eje y , b es la pendiente de la recta y e_i determina unos valores despreciables que son referidos a errores.

Una estimación del modelo de regresión lineal será el siguiente:

$$\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{b}x_i.$$

Para realizar esta estimación se emplea el método de mínimos cuadrados. Éste asegura que la distancia entre los puntos observados y la recta de regresión es mínima, y consiste en hacer mínimo el valor de la suma de los cuadrados de la diferencia de datos estimados y datos observados. Esto es,

$$\sum_{i=1}^n e_i = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2.$$

Para ello se estiman los valores de a y b de forma que cumplan la propiedad anterior. Dichos valores se obtienen a partir de las siguientes expresiones:

$$\hat{a} = \bar{y} - \bar{x}b,$$

$$\hat{b} = \frac{S_{xy}}{S_x^2}.$$

Se tiene que \bar{x} e \bar{y} son las medias muestrales de X e Y , respectivamente, S_{xy} es la covarianza entre X e Y y S_x^2 es la varianza de X , tales que:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n},$$

$$S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}.$$

La calidad del ajuste realizado entre X e Y viene determinado por el coeficiente de correlación, el cual puede tomar valores entre $[-1, 1]$, y se define como:

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}.$$

Cuanto más cercano sea su valor a 1 o -1 , mejor será el ajuste. Además, si su valor es positivo la relación es directa, y en caso contrario se tiene una relación inversa.

4.1.1.2 Código desarrollado del método

El código desarrollado para este método es similar para el caso 1-sigma (*tipo==1*) y para el caso 2-sigma (*tipo==2*). La única diferencia entre ellos es el rango que toman para eliminar los valores atípicos. A continuación, se exponen los pasos que sigue este programa.

En primer lugar se definen parámetros auxiliares para fechas, serie, y sigma. De esta forma se puede cambiar los valores que contienen dichos parámetros sin cambiar el original. Si *tipo == 1*, se crea una recta de regresión lineal simple entre *serie_aux* que son las coordenadas de la serie y *fechas_aux*. Después, se toma la posición del elemento donde el valor absoluto de los residuos sea mayor que la cuasi desviación típica de la serie. Por último, una vez obtenidas todas las posiciones donde ocurre lo anterior, se sustituyen sus valores en la serie temporal y sus valores sigma por NA.

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

El filtrado 2 Sigma se realiza de la misma manera pero se toma el doble de margen.

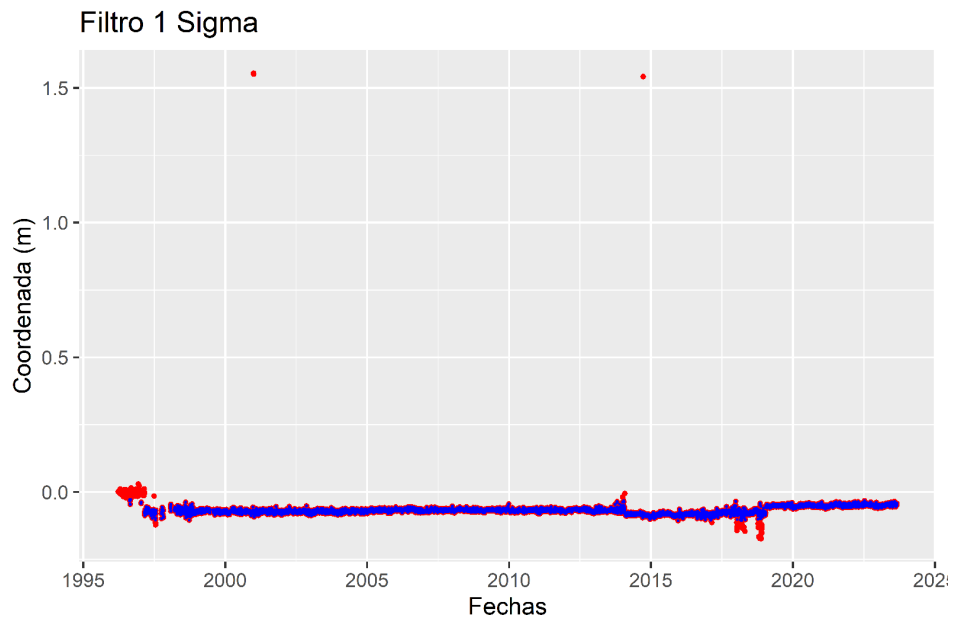
Es decir, un valor será eliminado de la serie si dista con los elementos de la regresión

lineal simple calculada más del doble del valor de la cuasi desviación típica. El código

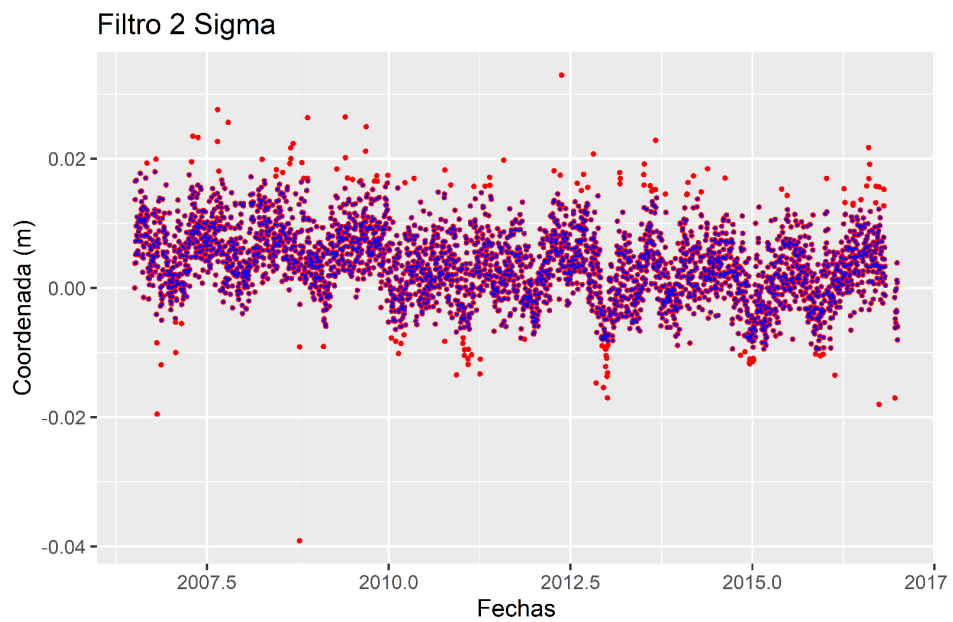
desarrollado es el siguiente:

```
filtro_outliers<-function(fechas , serie , tipo , sigma){
  fechas_aux<-fechas[2:length(fechas)]
  serie_aux<-serie[2:length(serie)]
  sigma_aux<-sigma[2:length(sigma)]
  #tipo=1->Filtro 1 sigma
  if(tipo==1){
    RegModel.2 <- lm(serie_aux~fechas_aux)
    indices_quitar<-which(abs(RegModel.2$residuals)> sd(serie_aux),
    arr.ind = TRUE)
    serie_aux[c(indices_quitar)]<-NA
    sigma_aux[c(indices_quitar)]<-NA
    remove(indices_quitar ,RegModel.2)
  }
  #tipo=2->Filtro 2 sigma
  if(tipo==2){
    RegModel.2 <- lm(serie_aux~fechas_aux)
    indices_quitar<-which(abs(RegModel.2$residuals)> 2*sd(serie_aux),
    arr.ind = TRUE)
    serie_aux[c(indices_quitar)]<-NA
    sigma_aux[c(indices_quitar)]<-NA
    remove(indices_quitar ,RegModel.2)
  }
}
```

4.1.1.3 Aplicación del método



(a) Gráfica azul: Filtrado 1-Sigma para la componente U de la estación SFER (San Fernando, Cádiz). Gráfica roja: Serie sin filtrar.



(b) Filtrado 2-Sigma para la componente U de la estación ROND (Ronda, Málaga).

Figura 4.1: Gráficas series filtradas por 1-Sigma y 2-Sigma.

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

4.1.2 Filtro Outliers R

El filtro denominado Outliers R se encarga de la eliminación de *outliers* empleando la transformada de Box-Cox.

4.1.2.1 Fundamentos teóricos del método

La transformada de Box-Cox aplicada a la serie proporciona información sobre linealidad, normalidad en los datos y homocedasticidad. Al aplicar esta transformada a las series temporales, se tendrá que la serie sigue una distribución normal y la varianza del modelo es constante respecto a las variables independientes x_i , que representan la fecha de observación de los datos.

Se define como y_i^λ con $i = 1, \dots, n$ a la transformada potencial de los datos de la serie. Se toman los valores de la serie y se elevan a un determinado valor de λ que hace que los valores de la transformada potencial sigan las propiedades de la transformada de Box-Cox.

$$y_i^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{(y_i+m)^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{si } \lambda \neq 0 \\ \log(y_i + m), & \text{si } \lambda = 0 \end{cases}$$

Sea $m \in \mathbb{R}$ tal que $y_i + m > 0$, se busca estimar el valor de λ que hace que los datos sigan las propiedades de la transformada de Box-Cox. Por tanto, se establece que la variable y_i^λ sigue una distribución normal con media μ y variación σ^2 . Suponiendo que $m = 0$ y que $y_i > 0$, se tiene que:

$$y^{(\lambda)} = \frac{y^\lambda - 1}{\lambda}.$$

Entonces la función de densidad viene dada por:

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y^{(\lambda)} - \mu)^2} |y^{\lambda-1}|.$$

Aplicando logaritmo a la función anterior se tiene que la función de verosimilitud es:

$$\ln L(\lambda, \sigma^2, \mu | y) = -\frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i^{(\lambda)} - \mu)^2 - (\lambda - 1) \sum_{i=1}^n \ln y_i.$$

Se sabe que la varianza viene dada por $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i^{(\lambda)} - \bar{y}^{(\lambda)})^2}{n}$ y que la media es $\bar{y}^{(\lambda)} = \mu = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^{(\lambda)}}{n}$.

Se tiene así que:

$$\ln L(\lambda, \sigma^2, \mu|y) = -\frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{n}{2} - (\lambda - 1) \sum_{i=1}^n \ln y_i.$$

Para eliminar el último término de la ecuación anterior se puede tomar la siguiente función, equivalente a y_i^λ pero más simplificada, lo cual hará más sencillos los cálculos en la función de máxima verosimilitud para poder calcular el valor del estimador λ :

$$Z_i^\lambda = \begin{cases} \frac{(y_i)^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{si } \lambda \neq 0 \\ \log\left(\frac{y_i}{y}\right), & \text{si } \lambda = 0 \end{cases},$$

donde $y = (\prod_{i=1}^n y_i)^{1/n}$, y $Z_i^\lambda \sim N(\sigma^2, \mu')$. De esta forma el jacobiano de Z_i^λ es una constante y no depende de λ , por lo que puede eliminarse. Se tiene entonces que la función de verosimilitud de la función Z_i^λ es:

$$\ln L(\lambda, \sigma^2, \mu'|z) = -\frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (Z_i^\lambda - \mu')^2.$$

Se busca la estimación de máxima verosimilitud de λ , entonces:

$$\ln L(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \sum_{i=1}^n (Z_i^\lambda - \bar{Z}_i^\lambda)^2 = -\frac{n}{2} \ln M(\lambda),$$

donde \bar{Z}_i^λ es la media aritmética de Z_i^λ .

Se procede a calcular el máximo de la función:

$$\frac{dL(\lambda)}{d\lambda} = 0 = -\frac{n}{2} \frac{dM(\lambda)}{d\lambda} \frac{1}{M(\lambda)},$$

$$\frac{dM(\lambda)}{d\lambda} = 2 \sum_{i=1}^n e_i(\lambda) x_i(\lambda),$$

donde:

$$e_i(\lambda) = Z_i^\lambda - \bar{Z}_i^\lambda,$$

$$x_i(\lambda) = \frac{-de_i(\lambda)}{d\lambda} = - \left[\frac{Z_i^\lambda (\lambda \ln Z_i - 1)}{\lambda^2} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Z_i^\lambda (\lambda \ln Z_i - 1)}{\lambda^2} \right].$$

Se tiene así que el máximo de $L(\lambda)$ se produce cuando los valores de e_i o x_i son cero.

Por último, el valor óptimo de λ se calcula mediante el siguiente proceso iterativo:

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

$$\lambda_n = \lambda_{n-1} + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2(\lambda_{n-1}) \right)^{-1} \sum_{i=1}^n x_i e_i(\lambda_{n-1}).$$

4.1.2.2 Código desarrollado del método

Para llevar a cabo el filtrado Outliers R se emplea la función *tsoutliers* proporcionada por el paquete *forecast*, la cual realiza la eliminación de *outliers* mediante la transformada de Box-Cox.

Para ello, en primer lugar, se definen los variables auxiliares *serie_aux* y *sigma_aux*, los cuales se van modificando si es necesario. Se aplica *tsoutliers* a *serie_aux* y se toman las posiciones de los valores que no siguen las propiedades de una transformada de Box-Cox. En las posiciones anteriormente seleccionadas de las variables *serie_aux* y *sigma_aux* se sustituye el valor que había por un NA. Y así se obtiene la serie filtrada.

El código empleado es el siguiente:

```
filtro_outliers<-function(serie , sigma){
  serie_aux<-serie [2:length(serie)]
  sigma_aux<-sigma [2:length(sigma)]

  while(length(tsoutliers(serie_aux)$index)>0){
    idx<-tsoutliers(serie_aux)$index
    serie_aux[idx]<-NA
    sigma_aux[idx]<-NA
    remove(idx)
  }
}
```

4.1.2.3 Aplicación del método

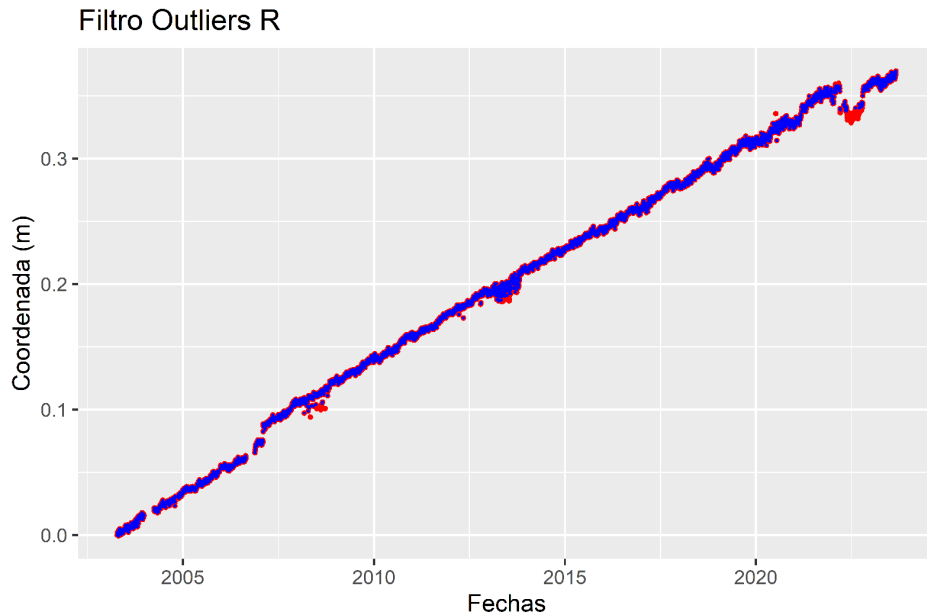


Figura 4.2: Filtrado Outliers sobre la componente E de la estación HUEL (Huelva).

4.2 Filtrado predictivo

En esta sección se presentan los filtrados predictivos aplicados en este trabajo. Dichos filtrados usan modelos recursivos para poder calcular futuras observaciones mediante los datos de la serie.

4.2.1 Filtrado Kalman

Para llevar a cabo el filtrado Kalman en Rstudio se necesita definir el modelo lineal dinámico y los aspectos metodológicos del filtrado Kalman en sí.

4.2.1.1 Fundamentos teóricos del método

Un modelo lineal dinámico viene expresado por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} y_t = F_t \theta_t + v_t, & v_t \sim N(0, V_t) & (1) \\ \theta_t = G_t \theta_{t-1} + w_t, & w_t \sim N(0, W_t) & (2) \end{cases} .$$

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

Se tiene la ecuación de las observaciones (1) y la ecuación de los estados (2). Para $t = 1, \dots, n$, tomando a priori para $t = 0$ la siguiente distribución normal:

$$\theta_0 \sim N(m_0, C_0),$$

donde y_t es un vector de dimensión m que representa las observaciones tomadas en cada instante de tiempo t y θ_t es un vector de dimensión p que representa el estado del sistema en cada instante t . El vector v_t son los errores dados en las observaciones y w_t son los errores producidos por el mismo modelo, los errores producidos por la ecuación de estados. Las matrices F_t y G_t son de dimensiones $m \times p$ y $p \times p$, respectivamente, mientras que V_t y W_t son las matrices de covarianzas de cada distribución v_t y w_t , respectivamente.

En este caso, se tiene un modelo lineal dinámico variable en el tiempo. Por tanto, alguna de las matrices F_t , V_t , G_t , W_t va cambiando según el instante de tiempo en el que se encuentre. Dicha matriz no se almacena completamente, solo se almacena la parte invariante y los datos que varían según el tiempo se añaden a una matriz X . A continuación, se define uno de los filtrados que permiten corregir la estimación de θ en cada instante de tiempo. En este filtrado se va recaudando información y mejorando dicha estimación.

El filtrado Kalman es un filtrado de tipo predictivo-correctivo, que usa un proceso recursivo para ir corrigiendo la estimación del valor del estado. Este filtrado ayuda a obtener una mejor estimación de θ_t a partir de θ_{t-1} y su matriz de covarianza. El modelo la ecuación de estados que relaciona θ_t con θ_{t-1} viene dada por:

$$\theta_t = G_t \theta_{t-1} + c_t + R_t w_t,$$

donde G_t es una matriz de $p \times p$, c_t un vector de $p \times 1$, R_t una matriz de $r \times p$ y w_t es el vector de errores producidos por la propia ecuación de estados que sigue la misma distribución normal que se define en el apartado sobre modelos lineales dinámicos.

Hasta ahora se ha definido la recursividad del estimador pero se necesita relacionar las observaciones con éste. Para ello, se usa la siguiente ecuación:

$$y_t = F_t \theta_t + d_t + v_t,$$

donde F_t es una matriz de $m \times p$, d_t un vector de $m \times 1$ y v_t es el vector que representa el ruido de las observaciones y sigue la misma distribución normal que se definen en el

apartado anterior. Por como se han definido anteriormente las distribuciones normales, se tiene que:

$$\begin{aligned} E[w_t] &= E[v_t] = 0, \\ E[w_t v_t^T] &= E[v_t w_t^T] = 0, \\ E[v_t v_t^T] &= V_t, \\ E[w_t w_t^T] &= W_t. \end{aligned}$$

4.2.1.2 Código desarrollado del método

El código implementado en Rstudio para el filtrado Kalman realiza los siguientes pasos: en primer lugar crea un modelo lineal dinámico de orden 1 o 2, según se elija, con el comando `dln()`. Este modelo varía en el tiempo, por tanto, alguna de las matrices FF, V, GG y W va cambiando según el instante de tiempo en el que se encuentre. Dicha matriz no se almacena completamente, solo se almacena la parte invariante y los datos que varían según el tiempo se añaden a una matriz X . A continuación, se calcula mediante la función `dlnMLE()`, el estimador de máxima verosimilitud del modelo dinámico creado anteriormente. Se vuelve a calcular el sistema lineal dinámico pero con el valor del estimador. Por último, se aplica el filtro Kalman usando la función `dlnFilter()` sobre nuestra serie y sobre el estimador anteriormente calculado.

El código desarrollado es el siguiente:

```
filtro_kalman_polyn<-function(fechas , serie , n , sigma){
  #Ajuste automático de un Filtro Kalman polinómico de orden n
  if (length(fechas)!=length(serie)){
    print("Longitud de fechas y serie no coinciden")
    return()
  }
  if (n>2){
    print("Introduzca el valor del orden: 1 o 2")
    return()
  }
  gg <- diag(n)
  gg[row(gg) == col(gg) - 1] <- 1

  if (n==1){
    buildFun2<-function(theta) {dln(FF=1, GG=1, V=0, JV =0,
    X=t(exp(sigma^2)), W = exp(theta[1]), m0=0, C0=1e+07)}
  }
}
```

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

```
}  
  if (n==2){  
    buildFun2<-function(theta)  
      {dlm(FF=matrix(c(1, rep(0, n - 1))  
        , nrow = 1), GG=gg, V=0, JV =matrix(0), X=t(exp(sigma^2))  
        , W = diag(c(exp(theta[1]), exp(theta[2]))),  
        m0=rep(0,n),C0=1e+07 * diag(nrow = n))}  
  }  
  EstimaMLE2 <- dlmMLE(serie , parm = rep(0,n), build = buildFun2)  
  EstimaPAR2 <- buildFun2(EstimaMLE2$par)  
  Filtro2 <- dlmFilter(serie , EstimaPAR2)  
}
```

4.2.1.3 Aplicación del método

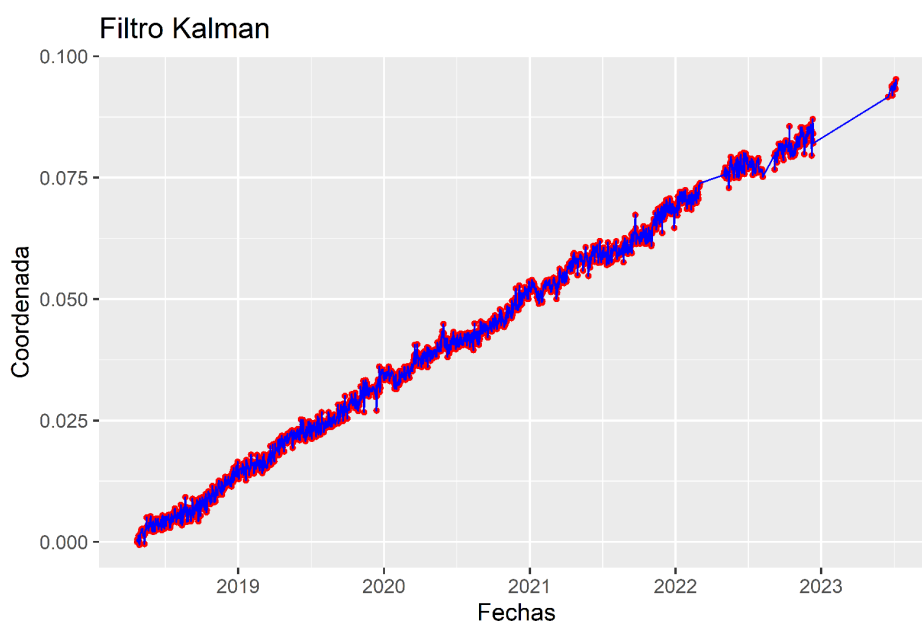


Figura 4.3: Filtrado Kalman sobre la componente N de la estación FSTH (Norte África).

4.2.2 Modelo ARIMA

4.2.2.1 Fundamentos teóricos del método

Los modelos ARIMA (autorregresivos integrado de media móvil) vienen dados por $ARIMA(p, d, q)$. Estos modelos tratan series temporales estacionarias y están formados por tres componentes: el autorregresivo (AR), el integrado (I) y la media móvil (MA), las

cuales están definidas respectivamente por p, d y q .

Modelo Autorregresivo

Los modelos autorregresivos (AR(p)) se calculan mediante observaciones de instantes de tiempo pasados de la series temporal. Se define el modelo autorregresivo mediante la siguiente ecuación recursiva:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t,$$

donde Y_t son las observaciones calculadas por las p anteriores observaciones, e_t representa el error producido por la señal y ϕ_t son los parámetros no nulos del modelo. Otra forma de expresar la ecuación anterior es:

$$\phi_p(B)Y_t = \phi_0 + e_t,$$

donde:

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p,$$

siendo B el operador de retardos. Es posible determinar el valor de Y_t un periodo antes mediante:

$$B^p Y_t = Y_{t-p}.$$

Modelo Integrado

El modelo integrado o diferenciable viene definido por $I(d)$. Como se ha mencionado anteriormente, el modelo ARIMA trata con series temporales estacionarias. En este caso, las series geodésicas son no estacionarias, por tanto, necesitamos transformar dichas series no estacionarias en estacionarias. Una serie es no estacionaria si su media y varianza no son constantes en el tiempo, y sigue una tendencia determinada. Se emplea la transformada de Box-Cox para conseguir que su media varianza se estabilicen en el tiempo. Si además la serie temporal en estudio, Y_t , tiene un tendencia determinada, entonces se trabaja con la serie, Z_t , la cual se define de forma que no contenga la tendencia de la serie original Y :

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

$$Z_t = Y_t - Y_{t-p},$$

donde p representa el periodo de tendencia. De esta forma se transforma una serie no estacionaria en estacionaria.

Modelos de Medias Móviles

El modelo de medias móviles viene definido por MA(q) y se rige por la siguiente ecuación:

$$Y_t = \mu - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_k e_{t-k} - \dots - \theta_q e_{t-q} + e_t,$$

donde Y_t es la observación en el instante t , e_t es un término referido a errores y μ es una constante numérica. Se expresa la ecuación anterior de la siguiente forma:

$$Y_t = \theta_q(B)e_t + \mu,$$

donde $\theta_q(B)$ es el operador de retardos y al igual que AR(p) se expresa como:

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q.$$

Se tiene así que el modelo ARIMA(p,d,q) viene dado por la unión de los tres modelos explicados anteriormente. La siguiente ecuación define este modelo:

$$\phi_p(B)(1 - B)^d Y_t = \phi_0 + \theta_q(B)e_t$$

4.2.2.2 Código desarrollado del método

El código usado para aplicar el filtro ARIMA en Rstudio siguen los siguientes pasos: en primer lugar, se aplica la función `auto.arima()` procedente del package `forecast`. Esta función evalúa todos los posibles modelos ARIMA que pueden construirse y se queda con el mejor de ellos. Para determinar cuál es el mejor se tiene en cuenta las características de estacionariedad y estacionalidad, entre otras. Como ya se ha comentado, la serie a filtrar debe ser estacionaria para aplicar este modelo, si no lo fuese la función `auto.arima()` también resuelve este problema usando la transformada de Box-Cox. Por último, se definen las cotas superiores e inferiores donde se van a representar los datos (`upper` y `lower`), que representan un intervalo de confianza del 95

A continuación, se presenta el código en Rstudio del filtro ARIMA.

```
filtro_arima<-function(fechas , serie , paso){
#Ajuste automático de un modelo ARIMA

fit <- auto.arima(serie , seasonal=F, stepwise=paso
, allowdrift=F, lambda="auto")
#intervalo de confianza al 95%, por eso 1.96
upper <- fitted(fit) + 1.96*sqrt(fit$sigma2)
lower <- fitted(fit) - 1.96*sqrt(fit$sigma2)

pd<-data.frame(fechas , serie , fit$fitted , lower , upper)
colnames(pd)<-c("Fechas" ,"Serie - Observada"
,"Ajuste - Arima" ,"Cot. Inf" ,"Cot. Sup")
}
```

4.2.2.3 Aplicación del método

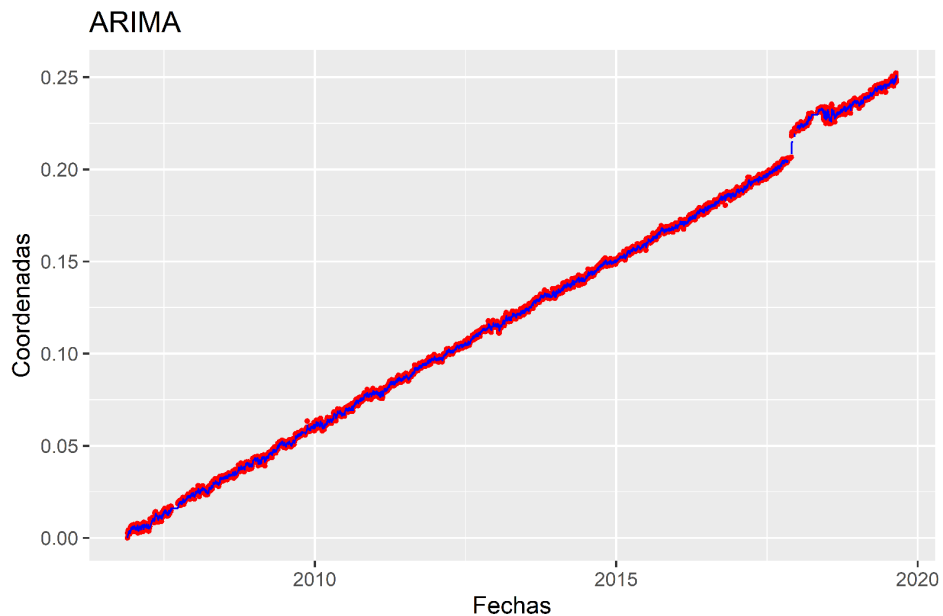


Figura 4.4: Modelo ARIMA sobre la componente E de la estación OSUN (Osuna, Sevilla).

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

4.2.3 Modelo ARMA

4.2.3.1 Fundamentos teóricos del método

Los modelos ARMA, definidos por $ARMA(p, q)$, tratan con series no estacionarias y vienen dados por la unión de modelos autorregresivos (AR(p)) y modelos de medias móviles (MA(q)). Por tanto, uniendo las expresiones de ambos modelos se obtiene la expresión del modelo ARMA:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} + e_t$$

El término μ del modelo de medias móviles está integrado en ϕ_0 . Otra forma equivalente de escribir la ecuación anterior es:

$$\phi_p(B)Y_t = \phi_0 + \theta_q(B)e_t,$$

donde $\phi_p(B)$ y $\theta_q(B)$ vienen definidos de la misma forma que en el modelo ARIMA.

4.2.3.2 Código desarrollado del método

El código usado para el modelo ARMA es análogo al usado para ARIMA. En este caso las series son no estacionarias. En primer lugar se eliminan los valores faltantes de la serie y se aplica la función `auto.arima()`. En este caso, se define el valor del modelo integrado como 0, de manera que solo es necesario determinar los valores adecuados para AR y MA. Después, se le da al parámetro λ el valor predeterminado `NULL`. De esta forma `auto.arima()` no aplica la transformada de Box-Cox y no se sigue teniendo una serie no estacionaria. Por último, se define las cotas superiores e inferiores donde se van a representar los datos, de nuevo con `upper` y `lower`, que representan un intervalo de confianza del 95

El código en Rstudio del filtro ARMA es el siguiente:

```
filtro_arma<-function( fechas , serie ){
datos<-data.frame( fechas , serie )
datos<-na.omit( datos )
serie<-na.omit( serie )

fit<-auto.arima( serie , d=0, D=0, seasonal=F, lambda=NULL)
#1.96 para intervalos de confianza
upper <- fitted( fit ) + 1.96*sqrt( fit$sigma2 )
lower <- fitted( fit ) - 1.96*sqrt( fit$sigma2 )
```

```
pd<-data.frame(datos , fit$fitted , lower , upper )  
}
```

4.2.3.3 Aplicación del método

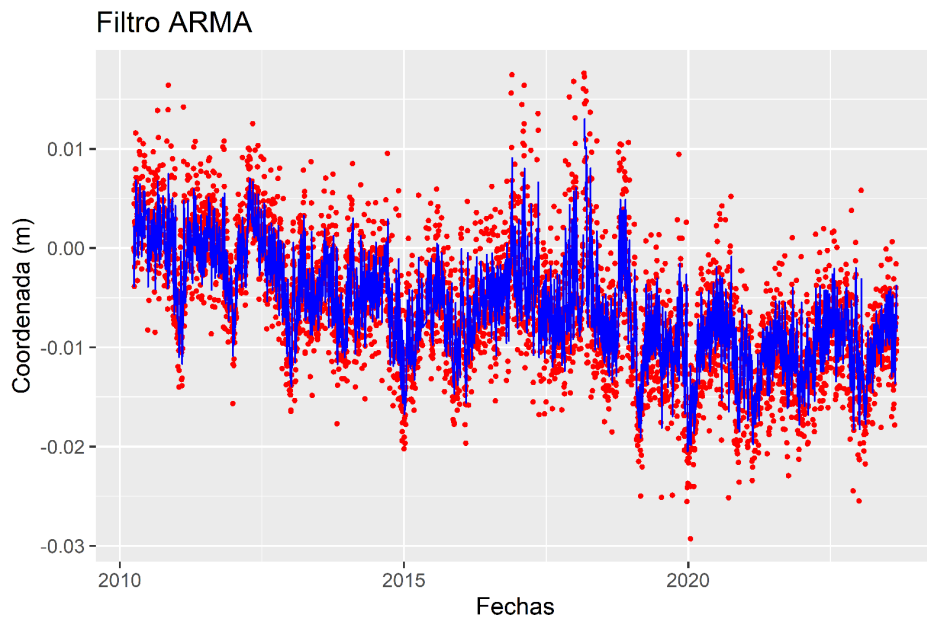


Figura 4.5: Modelo ARMA sobre la componente U de la estación BADI (Badajoz).

4.3 Filtrado multirresolución

En este trabajo se ha empleado el filtrado multirresolución tipo wavelet. Las funciones wavelets operan de forma análoga al análisis de Fourier en algunas aplicaciones, es decir, existen series y transformadas integrales tal y como ocurre con las Transformadas de Fourier. La diferencia principal entre ellas es que las funciones wavelet realizan análisis locales, lo cual las hace apropiadas para el análisis de señales en el dominio tiempo-frecuencia, mientras que la transformada de Fourier es global. Las técnicas wavelet permiten dividir una función compleja en otras más simples, y estudiarlas así por separado (ref). Existen dos tipos de transformadas: la transformada wavelet continua (CWT) y la transformada wavelet discreta (DWT).

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

4.3.1 Fundamentos teóricos del método

La **transformada wavelet continua (CWT)** intenta expresar una señal $x(t)$ continua en el tiempo, para ello se toma una función de wavelet madre o función de wavelet (ψ) y se compara dicha función con la señal original cambiándole a ésta su escala y desplazándola, buscando que la wavelet madre se ajuste lo máximo posible a la señal original. La transformada depende de dos parámetros, los parámetros de escala a , que están relacionados con la frecuencia, y el parámetro de tiempo b , relacionado con la traslación de la función ψ en el tiempo dominio. Se obtiene la transformada wavelet continua mediante:

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right),$$

donde ψ es la función wavelet madre.

Para aplicar la transformada wavelet a una serie de datos numéricos, se hace necesario implementar la **transformada wavelet discreta (DWT)** ([1]). El objetivo de aplicar la DWT a un vector es obtener un vector transformado que tiene en la mitad, conocida como parte alta (detalles), la misma información de alta frecuencia que el vector original y en otra mitad, conocida como parte baja (aproximaciones), la información de baja frecuencia. El éxito de la DWT en el tratamiento de series reside en el hecho de que normalmente la mayor parte de la información de alta frecuencia es relativamente pequeña y puede descartarse, permitiendo así una compresión eficiente de los datos ([2]).

Para extraer la información a partir de los datos, se le aplican filtros digitales. La información de baja frecuencia se obtiene aplicando un filtro G , denominado pasa-bajo, determinado por los coeficientes $\{g_i\}_{(i=1)}^L$ convolucionándolo con los datos; igualmente para obtener información de alta frecuencia se aplica un filtro de alta frecuencia H , denominado pasa-alto, $\{h_i\}_{(i=1)}^L$ ([2]).

No cualquier par de filtros pasa-alto y pasa-bajo es válido para componer la DWT, aunque existen muchos de estos pares de filtros. Esto implica que la DWT no es una operación única ya que depende de la elección de los filtros. A la longitud de los filtros L , se le denomina orden de la transformada wavelet.

La representación matricial de estos filtrados será:

$$W = \begin{pmatrix} H \\ G \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

donde H y G son la representación matricial de los filtros de descomposición de alta y baja frecuencia, tales que:

$$H = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & \cdots & h_L & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & h_2 & \cdots & h_L & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \ddots & & \ddots & \ddots & & \vdots & \\ h_3 & h_4 & \cdots & h_L & 0 & \cdots & \cdots & 0 & h_1 & h_2 \end{pmatrix}_{\frac{n}{2} \times n}, \quad (4.2)$$

$$G = \begin{pmatrix} g_1 & g_2 & \cdots & g_L & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & g_1 & g_2 & \cdots & g_L & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \ddots & & \ddots & \ddots & & \vdots & \\ g_3 & g_4 & \cdots & g_L & 0 & \cdots & \cdots & 0 & g_1 & g_2 \end{pmatrix}_{\frac{n}{2} \times n}. \quad (4.3)$$

Al multiplicar la matriz 4.1 por un vector v se tiene que:

$$W_v = \begin{pmatrix} H_v \\ G_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_{n/2} \\ s_1 \\ \vdots \\ s_{n/2} \end{pmatrix}, \quad (4.4)$$

donde d_i son los componentes de alta frecuencia (componentes de detalle) y s_i son los componentes de baja frecuencia (componentes de aproximación). Para obtener L niveles de la transformada wavelet se aplica L veces a la parte de baja frecuencia del vector. Normalmente, a esta transformada wavelet multinivel se denomina directamente transformada wavelet.

Por otra parte, se debe destacar que existen diversas familias de funciones wavelets, por ejemplo Daubechies, Morlet, Symmlets y Coiflets entre otras. En este trabajo se ha empleado la familia de las Coiflets, y concretamente la Coiflets de orden 5, ya que es la que mejor se ajusta a las series temporales de coordenadas topocéntricas (este, norte, elevación).

4.3.2 Código desarrollado del método

En el código empleado para realizar el análisis wavelet, en primer lugar, se genera un filtro de transformadas de wavelet de la familia seleccionada para cada serie. Para las series temporales de coordenadas topocéntricas se ha empleado la Coiflets de orden 5. Posteriormente, se preparan la serie temporal para ser filtrada, se eliminan las filas con huecos y se rellenan con 0. Se elimina el ruido de la serie usando una transformada de

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

wavelet discreta. Finalmente, se devuelve la estimación de la señal libre de ruido obtenida anteriormente.

A continuación, se presenta el código en Rstudio del análisis wavelet.

```
filtro_wavelet<-function(fechas , serie){
#Coiflets de orden 5, filter="c6" para coordenadas ENU
#filter="la8",obtenemos el filtrado wavelets para XYZ

#wt.filter genera un filtrado por ondas (transformada la serie)
h<-wt.filter(filter="c6", modwt=F, level=1)

#Quitamos los datos faltantes
dat<-serie[!is.na(serie)]

#Obtenemos el N (tamaño de la muestra a filtrar)
N<-ceiling(log2(length(dat)))
M<-length(dat)

#Sacamos la submuestra
dat_aux<-c(dat,rep(0,2^N-M))

#Lista de parámetros complementarios para la función denoise
lista<-list(threshold.low.pass.part =T,
threshold.multiplier = DEFAULT.UDWT.THRESHOLD.MULTIPLIER,
variance.estimator = MAD.VARIANCE.ESTIMATOR,
threshold.type = SOFT.THRESHOLD.TYPE,
num.decompression.levels = MAX.DECOMPOSITION)

#Filtro Wavelet (elimina el ruido)
filtro<-denoise(dat_aux, slot(h,"g"),
type = DWT.TRANSFORM.TYPE,option = default.dwt.option)

#Creamos el data frame
filtro_fin<-rep(NA,length(serie))
filtro_fin[match(serie[!is.na(serie)],serie)]
<-filtro$xd[1:length(dat)]
pd<-data.frame(fechas,serie,filtro_fin)
}
```

4.3.3 Aplicación del método

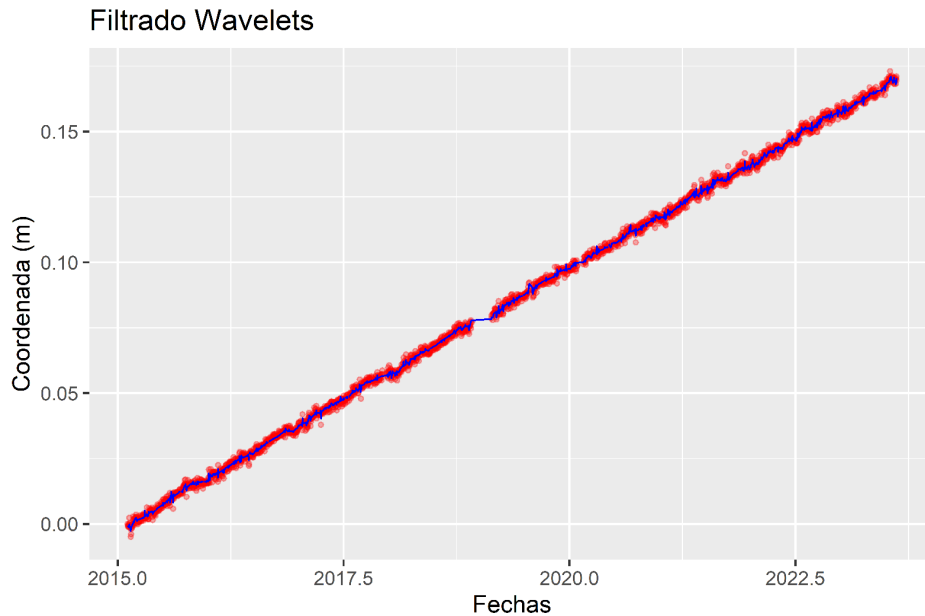


Figura 4.6: Análisis Wavelet sobre la componente E de la estación MCI A (Murcia).

4.4 Análisis y ajuste CATS

El software CATS (*Create and Analyze Time Series*) es un conjunto de programas que crea y analiza series temporales ([3]). Si bien este software está desarrollado en C, en este trabajo se emplea una versión de dicho programa implementada en Rstudio. La principal ventaja del análisis CATS es que permite obtener la velocidad lineal de la serie, así como corregir los saltos producidos por los offsets (saltos producidos por cambios de antena o factores físicos) entre otros parámetros que serán comentados en este apartado.

4.4.1 Fundamentos teóricos del método

CATS proporciona un ajuste y análisis de las series temporales mediante la Estimación de Máxima Verosimilitud (MLE). La estimación de máxima verosimilitud está considerada el método más preciso para analizar las características del ruido de una serie temporal coordenada ([4], [5], [6]). Este método permite estimar simultáneamente la tendencia lineal de la serie, las amplitudes de las discontinuidades, los términos sinusoidales y la incertidumbre de dichos parámetros.

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

El modelo que usado es el siguiente:

$$x(t) = a + bt + \sum_{j=1}^2 (A_j \sin(\omega_j t) + B_j \cos(\omega_j t)) + \sum_{j=1}^n C_j H(t - T_j),$$

donde x representa a las coordenadas de la serie en el instante t , a es el valor inicial, b representa la velocidad de la serie, ω_1 y ω_2 son las frecuencias angulares de las componentes armónicas anuales y semianuales, y A_j y B_j son las amplitudes del seno y coseno respectivamente. Los coeficientes C_j son las magnitudes de las discontinuidades descritas por la función de Heaviside ([7]), y T_j el instante de tiempo de las discontinuidades. Todos estos parámetros, excepto T_j serán estimados. La función de Heaviside viene dada por:

$$H(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{si } \tau < 0 \\ 1 & \text{si } \tau \geq 0 \end{cases}$$

Para estimar las componentes del ruido usando el MLE, se maximiza la función de probabilidad mediante el ajuste de la matriz de covarianza de los datos. La expresión resultante viene dado por:

$$lik(\hat{v}, C) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} (\det C)^{\frac{1}{2}}} e^{-0,5\hat{v}^T C^{-1} \hat{v}},$$

donde lik procede de *likelihood* (verosimilitud). Tomando logaritmo se obtiene:

$$MLE = \ln[lik(\hat{v}, C)] = -\frac{1}{2} [\ln(\det C) + \hat{v}^T C^{-1} \hat{v} + N \ln(2\pi)],$$

donde N es el número de épocas u observaciones, C es la matriz de covarianzas de los datos y \hat{v} son los residuos post-ajuste de un modelo aplicado a la series original usando mínimos cuadrados con la misma matriz de covarianzas C .

Así pues, se considera que la matriz C es una combinación de dos fuentes de error, una componente de ruido blanco y otra de ruido de series de potencias ([7]) de forma que:

$$C = a_\omega^2 I + b_k^2 J_k,$$

donde a_ω y b_k son las amplitudes del ruido blanco y del ruido de color respectivamente. La matriz identidad, I , es la matriz de covarianza del ruido blanco evocando la independencia en el tiempo de este tipo de procesos. La matriz J_k es la matriz de covarianza del ruido de serie de potencias con índice espectral k y se calcula por medio de modelos fraccionalmente integrados ([8], [4]), de tal forma que:

$$J_k = TT^T,$$

donde T es una matriz de transformación obtenida de:

$$T = \Delta T^{-k/4} \begin{pmatrix} \psi_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \psi_1 & \psi_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \psi_2 & \psi_1 & \psi_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \psi_{n-1} & \psi_{n-2} & \psi_{n-3} & \cdots & \psi_0 \end{pmatrix},$$

siendo ΔT el intervalo muestral y,

$$\psi_n = \frac{\frac{k}{2}(1 - \frac{k}{2}) \cdots (n - 1 - \frac{k}{2})}{n!} = \frac{\Gamma(n - \frac{k}{2})}{n! \Gamma(-\frac{k}{2})}.$$

Cuando n tiende a ∞ , ψ_n puede ser aproximado por ([4]):

$$\psi_n = \frac{n^{-\frac{k}{2}-1}}{\Gamma(-\frac{k}{2})}.$$

Por tanto, usando *MLE* se puede ajustar la serie temporal coordinada a un modelo estocástico preciso estimando las amplitudes del ruido para un modelo, asumiendo que se trata de una combinación de ruido blanco y de ruido de serie de potencias (WN+PLN, es decir, *White Noise+Power-Law Noise*). Este enfoque está basado en la fórmula general de la matriz de covarianzas para un proceso de serie de potencias, lo cual permite estimar las amplitudes de ruido y el índice espectral junto con el resto de los parámetros del modelo de movimiento de la estación ([7]).

Las propiedades estocásticas y los parámetros lineales se ajustan a la vez de una forma iterativa a través de una función a maximizar. La función a maximizar elige un modelo de ruido y estima los parámetros lineales sobre los cuales se calcula un nuevo conjunto de residuos. Empleando estos residuos y la matriz de covarianza, se estima el valor de verosimilitud y se elige un nuevo modelo de ruido con un mayor valor de verosimilitud. Este proceso se repite hasta que la función de verosimilitud alcance su valor máximo (ref).

4.4.2 Código desarrollado del método

En el código implementado en Rstudio para realizar el análisis CATS, en primer lugar, se define GLM.3, una regresión lineal entre las coordenadas de la serie y las fechas más el modelo CATS. De esta regresión se obtiene la velocidad o tendencia lineal de la serie. Se crea el vector *intervalo* formado por las fechas, serie original y la predicción de los datos que forman la regresión lineal.

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

A continuación, se presenta el código empleado en *RStudio* para aplicar le análisis

CATS.

```
 analisis_cats<-function(fechas , serie , sigmas , alfa , tiempo_saltos ){  
  
  #Regresión lineal para datos y modelo CATS  
  GLM.3 <- lm(serie ~ fechas  
    +sin((2*pi*365.25/365.25)*fechas)+cos((2*pi*365.25/365.25)*fechas)  
    +sin((2*pi*365.25/180)*fechas)  
    +cos((2*pi*365.25/180)*fechas) , weights=NULL)  
  
  datos<-data.frame(fechas , serie )  
  
  #Velocidad dada por la regresión lineal  
  v<-summary(GLM.3)$coefficients [2,1]  
  pv<-sprintf("%s" , round(v,5))  
  
  #Crear los intervalos de confianza al nivel deseado (0-0.99)  
  intervalo <- cbind(datos , predict(GLM.3 ,  
    newdata = datos , interval = 'confidence' , level=alfa ))  
  
  p <- ggplot(intervalo , aes(fechas ))  
  p <- p + geom_point(aes(fechas , serie ) , size=1)  
  p <- p + geom_line(aes(fechas , fit) , color="red" , size=1)  
  p <- p + geom_ribbon(aes(ymin=lwr , ymax=upr) , alpha=0.6 , fill="yellow")  
  p<-p+labs( title=sprintf("Análisis_CATS_..._v=%s" , pv))  
  return( list(summary(GLM.3) , p , intervalo [,3]))  
}
```

4.4.3 Aplicación del método

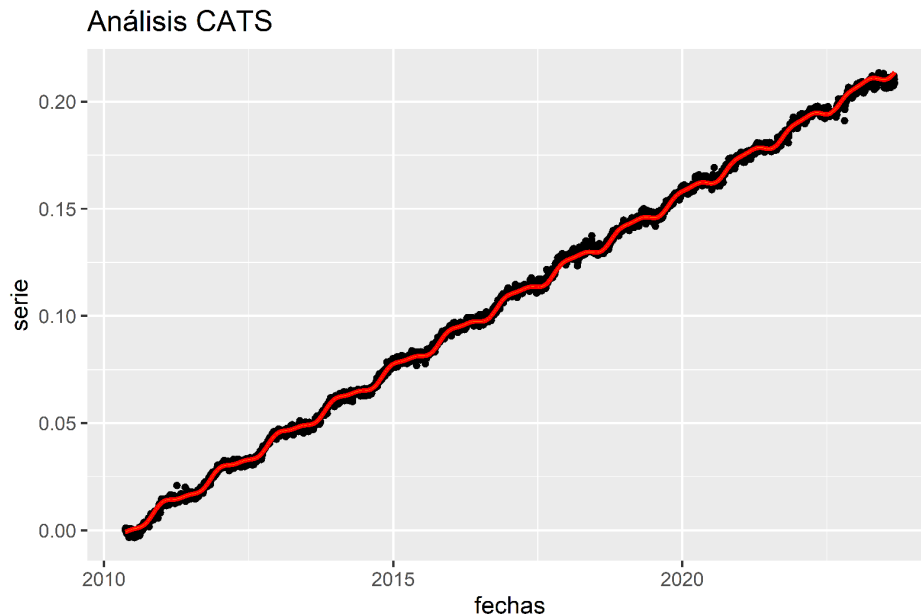


Figura 4.7: CATS sobre la componente N de la estación GRA1 (Granada).

4.5 Descomposición STL

El objetivo principal de la descomposición STL (Seasonal and Trend decomposition procedure based on Loess) es descomponer aditivamente (ref) una serie temporal en sus tres componentes: tendencia, estacionalidad e irregularidades. Las serie temporal puede contener gaps, huecos en la serie debido a diversos factores. Éstos, no influyen negativamente a la hora de descomponer serie temporales, ya que STL estima incluso los valores de dichos gaps para la serie en estudio y para las componentes de tendencia y estacionalidad. Dicha estimación se consigue gracias a la regresión loess.

4.5.1 Fundamentos teóricos del método

La regresión loess o regresión local se emplea cuando no es posible conseguir una regresión lineal adecuada para todos los datos en estudio.

Para poder realizar las regresiones loess, se considera que x_i e y_i para $i = 1, \dots, n$ son valores de variables independientes y dependientes, respectivamente. La curva de la

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

regresión loess, $g(x)$, es un suavizado de y dada por x . La regresión loess está definida para todos los elementos de la serie, incluso para los gaps, lo cual es una característica muy importante de STL ya que permite trabajar con los gaps de las series y eliminar la tendencia de la componente estacional de una forma sencilla. Actualmente, loess puede ser usado para suavizar funciones con cualquier número de variables independientes, pero para STL, se necesita una variable independiente.

A continuación, se detalla el cálculo de la variable $g(x)$. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $q \leq n$. Los q valores de los x_i más cercanos a x son seleccionados y a cada uno se le asigna un peso, dependiendo de la distancia que haya hasta x . Se define así $\lambda_q(x)$ de lugar q , es decir, donde el valor de la distancia entre x_i y x es el mayor de los q elementos seleccionados anteriormente.

Se define así la función para calcular los pesos W como:

$$W(u) = \begin{cases} (1 - u^3)^3 & \text{si } 0 \leq u < 1, \\ 0 & \text{si } u \geq 1 \end{cases}$$

Así que el peso para cualquier x_i viene dado por:

$$v_i = W\left(\frac{|x_i - x|}{\lambda_q(x)}\right).$$

Por lo tanto, el x_i más cercano a x tiene el mayor peso. El peso decrece si aumenta la distancia hasta x y llega a ser 0 en la posición q más lejana al punto.

El siguiente paso es ajustar un polinomio de grado d para el dato (x_i, y_i) con los pesos v_i . El valor del polinomio localmente ajustado en x es $g(x)$. Por ejemplo, se podría tomar $d = 1$ si los datos tienen una curvatura suave, pero si los datos tienen picos sería mejor elegir $d = 2$ para poder suavizar dichos picos.

Sea $q > n$, donde $\lambda_n(x)$ es la distancia más lejana de x_i a x , por lo que se define entonces:

$$\lambda_q(x) = \lambda_n(x) \frac{q}{n},$$

y se calcula el valor de los pesos de forma análoga a proceso anterior.

En todos los suavizados realizados en la descomposición STL se empleará la regresión loess.

La descomposición STL consta de dos procesos: un proceso interno y un proceso externo. En cada posición del proceso interno se estiman y actualizan los valores de las componentes tendencia y estacionalidad con ayuda de la regresión loess. En el proceso externo

se obtiene la componente de irregularidades de la serie. Se realiza el suavizado de las componentes de tendencia y estacionalidad. No obstante, ambas componentes compiten por la variación de la serie, lo cual se soluciona aplicando un filtro a la componente de estacionalidad.

Proceso interno

En este proceso se realiza el suavizado de las componentes de estacionalidad y tendencia. Se define $v = 1, \dots, n$, como el número de estimación en el que se encuentra el proceso y $(k + 1)$ como la iteración siguiente.

Los pasos que se realizan en este proceso son los siguientes:

1. Eliminar la tendencia estimada de la serie para obtener así la componente estacional que vendrá dada por: $Y_v - T_v^k$, (se emplea $T_V^0 = 0$).
2. Separar en subseries a la componente estacional y aplicar loess a cada subserie y a los valores justo antes de cada subserie y justo después. Se calcula el valor del suavizado de todas las posiciones $v = 1, \dots, n$, incluso los valores suavizados de los gaps. Finalmente se unen todos los suavizados calculados y así se obtiene la componente estacional suavizada de nuestra serie, la cual se denota como C_v^{k+1} .
3. Pasar un filtro para evitar que haya errores producidos por el suavizado de la componente estacional en el suavizado de la tendencia. Estos errores se producen porque las componentes tendencia y estacionalidad se disputan la variación de la serie. Para solucionar los posibles problemas que puedan aparecer aplicamos tres modelos de medias móviles y el suavizado loess a C_v^{k+1} , y se define como L_v^{k+1} a dicha serie suavizada.
4. La componente estacional para la iteración $k + 1$ vendrá dada por $S_v^{k+1} = C_v^{k+1} - L_v^{k+1}$ para $v = 1, \dots, n$.
5. Eliminar la estacionalidad estimada de la serie, para así obtener la componente de tendencia de la serie. Para calcular la serie sin estacionalidad se calcula $Y_v - S_v^{k+1}$. Si falta algún valor en la serie, entonces también faltará dicho valor en la serie sin estacionalidad.
6. Aplicar la regresión loess a la serie sin estacionalidad estimada. Así, se obtienen los valores suavizados para todas las posiciones $v = 1, \dots, n$, incluso para los huecos

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

en blanco de la serie. Dichos valores suavizados son la componente de tendencia suavizada.

Proceso externo

En este proceso se obtiene la componente de irregularidades de la serie. Además se calculan los pesos que permiten reducir los posibles errores que se pudiesen cometer en el proceso interno a causa de los gaps. Se considera que se ha puesto en marcha el proceso interno y han obtenido las estimaciones de las componentes de tendencia y estacionalidad. Entonces la componente de irregularidades viene definida por:

$$I_v = Y_v - T_v - S_v.$$

La componente de irregularidades no está definida para los gaps de la serie Y_v . Se procede a calcular el valor de los pesos. Para los valores atípicos de la serie se tienen pesos de pequeño valor, para así minimizar su influencia en la componente de irregularidades.

Se define el valor de los pesos de R_v para cada instante $v = 1, \dots, n$ donde Y_v haya sido observada. Para calcular estos pesos se usa la medida de dispersión:

$$h = 6\text{median}(|R_v|).$$

La función B para calcular el valor de los pesos viene dada por:

$$B(u) = \begin{cases} (1 - u^2)^2 & \text{si } 0 \leq u < 1, \\ 0 & \text{si } u \geq 1 \end{cases}.$$

Luego, el peso en el instante v viene dado por:

$$p_v = B(|R_v|/h).$$

Una vez que se realiza el proceso externo, se pasa al proceso interno y los pesos p_v calculados son multiplicados por cada suavizado loess del proceso interno.

4.5.2 Código desarrollado del método

La función que proporciona la descomposición STL es *stlplus()*. Los pasos seguidos para llegar a obtener dicha descomposición son los siguientes: en primer lugar se calculan algunos posibles valores de *t.window*, parámetro que se emplea para el suavizado de la componente tendencia. Este valor debe ser impar. En la función *stlplus-data* se calcula la

descomposición para unos valores de *s.window* y *t.window* determinados, y con el resto de parámetros ya definidos. En la función *calcula* se aplica la descomposición a todos los posibles valores de *s.window* y a los valores de *t.window*. Se ha usado para ello la función *stlplus-data*. Por otra parte, en la variable *extrae-param* se crea una matriz con tres columnas, donde almacenan los valores de *s.window*, *t.window* y el error cuadrático medio que produce cada par de datos. La función *stlfit* ordena la matriz anterior según el valor del error, poniendo en primer lugar los elementos *s.window*, *t.window* y el menor error producido. En esta función se usan todas las funciones anteriores. Una vez calculados los valores para *t.window* y *s.window* que determinan el menor error, se aplica la función *stlplus()* sobre la serie.

Indicar que *s.window* es el parámetro que suaviza la componente estacional, *inner* es el número de iteraciones del bucle interno, *outer* es el número de iteraciones del bucle externo, *degree* es el grado de la regresión loess para la serie, *t.degree* es el grado de nuestra regresión loess para la componente tendencia y *l.degree* es el grado para el suavizado loess que se usa al filtrar la componente estacional estimada para que esta no produzca errores en el suavizado de la componente de tendencia estimada.

A continuación, se presenta el código usado en Rstudio para aplicar la descomposición STL.

```
#Rutina optimizada para calcular parámetros
#funcion auxiliar t_window
t_window=function(i , ser)
  ifelse(round(1.5*frequency( ser)/(1-1.5/i) ,0)%2==0,
round(1.5*frequency( ser)/(1-1.5/i) ,0)+1,
round(1.5*frequency( ser)/(1-1.5/i) ,0))

#Funcion auxiliar stlplus_data
stlplus_data=function(x , t_window , s_window) \{
  datos=stlplus(x , s_window=s_window , t_window=t_window , inner=3 ,
outer=2 , s.degree=1 , t.degree=2 , l.degree=2)$data [ , c(2:4)]
  return(c(s_window , t_window , accuracy( unlist( datos [ "trend" ] +
datos [ "seasonal" ] ) , x)[2]))
\}

#Funcion auxiliar calcula
calcula=function(x , swindow , t_window)
lapply( unlist( t_window) , stlplus_data , x=serie , s_window=swindow)
```

4. MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADOS A SERIES TEMPORALES

```
#Funcion auxiliar extrae_param
extrae_param=function(m, s_window, u) \{
  list_matrix_aux_1=mapply(calcula, s_window,
  MoreArgs=list(x=m), t_window=u)
  list_matrix_aux=sapply(list_matrix_aux_1, unlist)
  list_matrix=lapply(list_matrix_aux, matrix, ncol=3, byrow=TRUE)
  return(list_matrix)
\}

#Funcion principal
stlfit=function(serie)\{
  vec=seq(7, length(serie), 2)
#listas de los t_window para cada i
  t=lapply(vec, FUN=t_window, ser=serie)
#Pasar a matriz
  aux=mapply(calcula, vec, MoreArgs=list(x=serie), t_window=t)
  output <- matrix(unlist(aux), ncol =3, byrow = TRUE)
  colnames(output)<-c("s.window", "t.window", "Error")
  minimo_indx=min_max(output[,3], index=T)
  return(list(output[order(output[, "Error"]), ],
  output[minimo_indx["min"], ]))
\}

#Almacenamos la matriz con los valores de s.window,
#t.window y sus errores
param<-stlfit(serie)

#Realiza la descomposición stl con los parametros
#obtenidos de param
stl<-stlplus(serie, s_window=param[[1]][[1]], t_window=param[[2]][[2]],
inner=3, outer=2, s.degree=1, t.degree=2, l.degree=2)
```

4.5.3 Aplicación del método

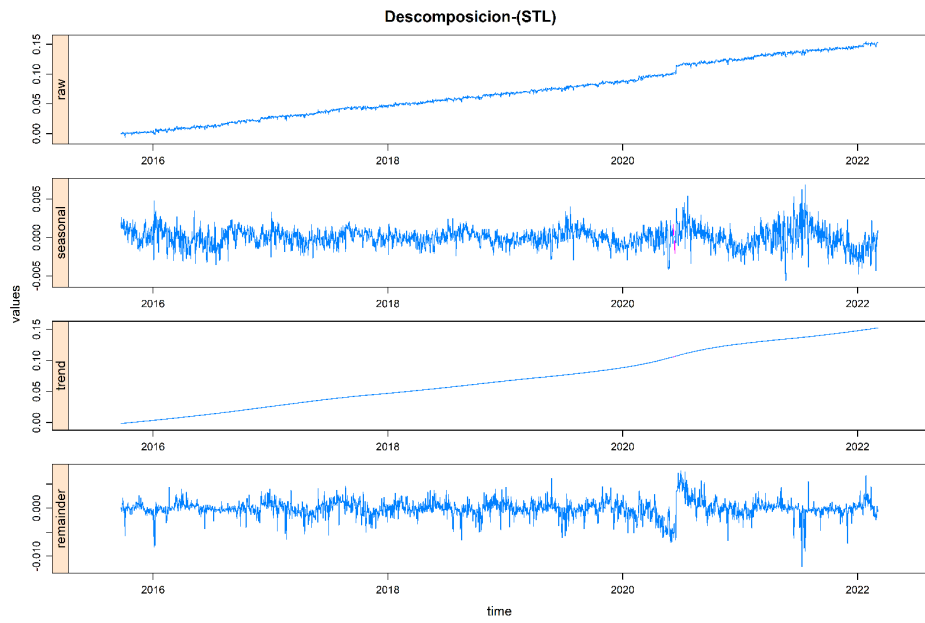


Figura 4.8: STL sobre la componente E de la estación MRAT (Murcia)).

Aplicación a la red SPINA

La interacción entre la Península Ibérica y África da lugar a una compleja región localizada en la parte oeste del borde de las placas Euroasiática y Africana. Esta región corresponde a la transición entre el borde oceánico (entre las Islas Azores y la región del Banco de Gorringe), y el borde continental donde Iberia y África se encuentran. El borde de placas está muy bien delimitado en la parte oceánica, desde las Islas Azores a lo largo de la Falla Azores-Gibraltar a aproximadamente 12°W (al oeste del Estrecho de Gibraltar). Desde 12°O a 3,5°E, incluyendo la región Iberia-África, el borde es más difuso y constituye una amplia área de deformación [9]. La deformación activa en esta zona se interpreta generalmente como resultado de la convergencia entre las placas Euroasiática y Africana [10]. Esta región se caracteriza por un complejo modelo sismotectónico y por la ocurrencia de terremotos de magnitud moderada, muchos de ellos con focos de profundidad superficial ($0 < h < 40$ km) [11]. Las tecnologías GNSS y las redes de estaciones permanentes han creado una herramienta y un marco de referencia terrestre muy relevante para el estudio de las deformaciones de la corteza terrestre debidas a las fuerzas tectónicas. Estas tecnologías son de gran interés para estudios de geodinámica y deformaciones. Aunque la deformación es un indicador más objetivo que el desplazamiento debido a que no se requiere marco de referencia [12], las técnicas GNSS permiten cuantificar con garantía los desplazamientos de las estaciones ocurridos durante los terremotos, como consecuencia, los movimientos horizontales y verticales se pueden medir en fallas y regiones tectónicamente activas, y

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

relacionarlos con otras zonas no afectadas. El sistema GPS ha demostrado ser una herramienta muy eficaz para llevar a cabo estudios de deformación debido a su alta precisión y exactitud [13].

En este capítulo se muestra una aplicación de los filtrados explicados en el capítulo anterior a estaciones de la red SPINA (Sur de la Península Ibérica y Norte de África). Esta red está formada por estaciones GPS permanentes situadas en el sur de la península ibérica y norte de África[14]. Esta región se caracteriza por numerosos movimientos producidos por el choque de las placas tectónicas euroasiáticas y africanas creando así una falla destructiva [15].

En figura 5.1 se pueden ver todas las estaciones que la forman y su localización.

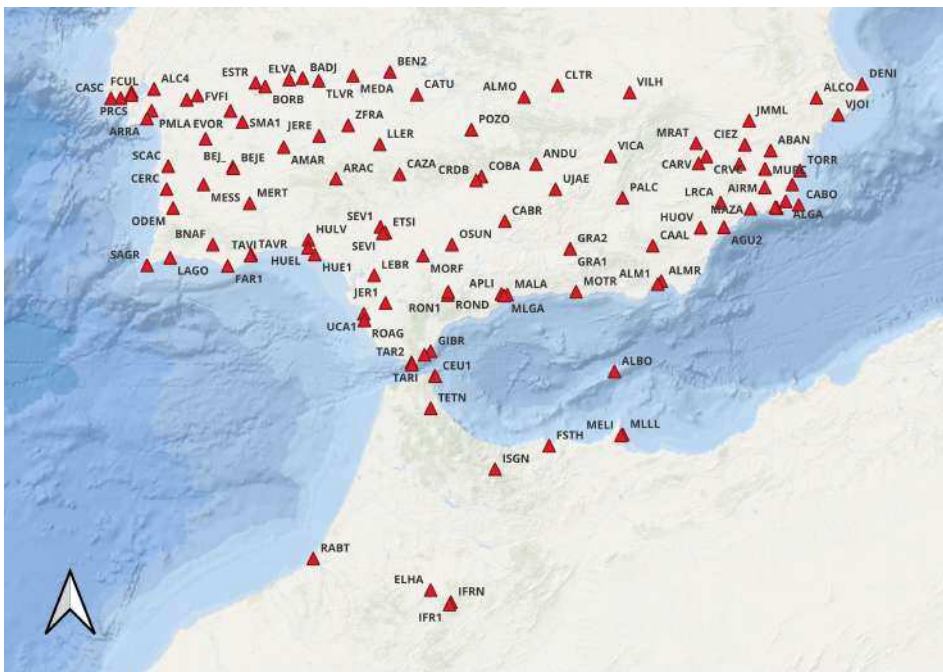


Figura 5.1: Estaciones de la red SPINA.

Para la aplicación de los filtrados se han elegido las estaciones GPS de SEVI y CAAL. La estación SEVI se encuentra en el hospital militar Vigil de Quiñones en Sevilla, el cual tiene orientación norte-sur y se encuentra abandonado. Es posible ver en las gráficas de la componente norte una fuerte periodicidad debida a la dilatación que sufre dicho edificio en las épocas de verano. La estación CAAL se encuentra en la cima de Calar Alto, en Almería,

a 2168 metros. Esta estación suele presentar datos atípicos en las temporadas de invierno debido a las nevadas.

5.1 Obtención de datos

Las series temporales que se analizan en este trabajo provienen de las estaciones geodésicas permanentes proporcionadas por el *Nevada Geodetic Laboratory* (NGL). El laboratorio NGL (<http://geodesy.unr.edu/>) proporciona todos los datos geodésicos GPS de calidad disponibles en más de 17.000 estaciones en todo el mundo, estas estaciones forman la red MAGNET. El sistema produce y pone a disposición del público datos como coordenadas de posición (latitud, longitud y altura) para estaciones GPS de calidad geodésica en todo el mundo con varios intervalos de datos y marcos de referencia que podrían ser útiles para los usuarios [16]. NGL procesa rutinariamente las observaciones utilizando el software GipsyX versión 1.0 [17], lanzado por el Jet Propulsion Laboratory (JPL), que tiene un posicionamiento preciso de los puntos [18]. Gestionar esta alta cantidad de datos ha llevado a desarrollar nuevas estrategias de procesamiento, sistemas automáticos, algoritmos y técnicas de estimación sólidas. El laboratorio NGL procesa los datos de todas las estaciones que comprenden la red MAGNET, a partir de estos datos se disponen de series temporales de coordenadas cartesianas (cada 24 horas), topocéntricas (cada 24 horas y cada 5 minutos), retraso troposférico (cada 5 minutos) y predicciones. [16].

El laboratorio de NGL proporciona multitud de gráficos y sus correspondientes velocidades de desplazamiento, e indica los terremotos ocurridos y los eventos de cambio de equipos cerca de la estación. Se proporcionan gráficos de los datos filtrados y sin filtrar, los resultados de fijar la serie contra una placa africana. El NGL también proporciona gráficos y predicciones de series sin tendencia, filtrados según las placas africana y euroasiática. NGL actualiza periódicamente las velocidades de la estación, que pueden utilizarse para obtener imágenes de las tasas de deformación de la superficie de la Tierra para una variedad de aplicaciones interdisciplinarias. Estas velocidades se estiman de manera sólida utilizando el software MIDAS, un estimador de velocidad de estación GPS basado en la mediana que es insensible a valores atípicos, estacionalidad, funciones escalonadas (cambios abruptos) que surgen de terremotos o cambios de equipo, y variabilidad de los datos estadísticos [19]. Aún así, en NGL, para los casos en los que ha ocurrido un terremoto de magnitud mayor a 6,9, lo suficientemente cerca de la estación, resolvemos una función

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

exponencial definida $A(1 - \exp(-(t - t_0)/\tau))H(t - t_0)$ donde t_0 es el tiempo del terremoto, τ es el tiempo de relajación, A es la amplitud del decrecimiento y H es la función escalón de Heaviside. En estos casos, volvemos a resolver la tendencia después de eliminar los términos exponenciales para obtener un modelo autoconsistente para la serie temporal. Para dicho estudio se han tomado las series temporales de las coordenadas este, norte y elevación de la red que conforman las estaciones de la región sur de la península ibérica y el norte de África (SPINA). La tabla 5.1 muestra los datos sobre las estaciones que se tomarán para el estudio.

ESTACION	LATITUD	LONGITUD	DISPONIBILIDAD
DENI	38,835	0,104	2006-2023
ALCO	38,698	-0,474	2005-2023
VJOI	38,53	-1,327	2018-2022
ALAC	38,339	-1,999	1998-2023
JUMI	38,502	-1,381	2007-2013
JMML	38,471	-1,869	2008-2018
MRAT	38,248	-1,968	2016-2023
CIEZ	38,233	-1,054	2013-2023
CRVC	38,115	-1,449	2007-2023
CARV	38,046	-1,123	2010-2023
ABAN	38,175	-1,054	2010-2023
MULA	38,041	-1,129	2008-2012
MURC	37,99	-1,123	2008-2015
TORR	37,975	-1,646	2006-2023
AIRM	37,807	-1,31	2014-2023
SAL7	37,835	-1,687	2010-2022
AGU2	37,407	-1,646	2016-2018
MAZA	37,593	-1,31	2010-2023
LRCA	37,654	-1,687	2008-2013
LORC	37,657	-1,714	2008-2009
ACAL	37,731	-0,861	2015-2023
CABO	37,631	-0,698	2010-2022
ALGA	37,667	-0,863	2012-2014
CRT1	37,607	-1,125	2012-2022
CARG	37,597	-1,123	2014-2023
CRTG	37,606	-2,841	2007-2010
MRCA	37,992	-1,942	2008-2022
MCIA	37,99	-3,756	2015-2023
VILH	38,751	-2,841	2019-2023
HUOV	37,402	-3,083	2008-2023

5.1 Obtención de datos

CLTR	38,82	-2,932	2021-2023
VIAR	38,168	-2,548	2008-2023
VICA	38,118	-2,441	2015-2023
PALC	37,702	-2,932	2010-2023
CAAL	37,221	-2,485	2007-2023
ALMR	36,863	-3,521	2006-2018
ALME	36,853	-3,596	2000-2023
ALM1	36,832	-3,595	2019-2023
MOTR	36,755	-4,18	2008-2023
GRA1	37,19	-4,03	2010-2023
GRA2	37,19	-3,782	2006-2010
ALMO	38,706	-5,539	2014-2023
ANDU	38,04	-4,849	2008-2020
UJAE	37,788	-4,721	2006-2020
CATU	38,73	-4,788	2010-2023
POZO	38,383	-4,424	2008-2023
COBA	37,916	-4,394	2004-2023
CRDB	37,877	-4,468	2006-2023
CABR	37,468	-4,435	2008-2023
MALA	36,726	-5,095	2000-2023
APLI	36,732	-5,147	2017-2020
MLGA	36,716	-5,143	2006-2023
OSUN	37,232	-5,881	2007-2020
RON1	36,722	-6,349	2017-2020
ROND	36,754	-6,41	2006-2018
BEN2	38,954	-6,011	2017-2021
MEDA	38,916	-5,76	2010-2023
ZFRA	38,426	-6,002	2010-2023
LLER	38,237	-5,939	2010-2023
CAZA	37,938	-5,972	2008-2023
SEV1	37,411	-5,462	2018-2023
ETSI	37,353	-5,365	2013-2019
SEVI	37,346	-5,444	2006-2018
GIBR	36,148	-5,603	2010-2023
ALGC	36,111	-6,565	2006-2023
TAR2	36,034	-6,082	2019-2023
TARI	36,009	-5,938	2010-2019
ARAC	37,894	-6,212	2008-2023
LEBR	36,922	-6,206	2008-2023
JER1	36,64	-6,206	2018-2019
UCA1	36,531	-6,206	2015-2020

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

ROAG	36,463	-6,206	2018-2023
SFER	36,464	-6,784	1996-2023
ROAH	36,464	-6,989	1999-2002
ROAP	36,464	-6,779	2008-2018
TLVR	38,866	-6,914	2014-2020
BADJ	38,894	-6,92	2010-2023
JERE	38,32	-6,834	2010-2023
HULV	37,28	-7,159	2006-2023
HUEL	37,2	-7,585	2004-2023
HUE1	37,132	-7,463	2018-2023
ELVA	38,879	-7,904	2008-2013
ESTR	38,847	-7,752	2008-2013
BORB	38,81	-7,228	2008-2023
EVOR	38,568	-7,873	2008-2013
SMA1	38,459	-7,865	2009-2023
AMAR	38,209	-7,66	2008-2023
BEJ_	38,013	-7,641	2002-2023
BEJE	37,998	-7,65	2008-2013
MERT	37,647	-7,938	2009-2023
TAVR	37,132	-8,321	2008-2023
TAVI	37,121	-8,457	2009-2013
FAR1	37,016	-8,219	2008-2013
FVFI	38,721	-8,245	2009-2023
VNO1	38,679	-8,127	2008-2014
TRRA	38,291	-8,873	2015-2023
MESS	37,835	-9,157	2009-2023
BNAF	37,232	-9,159	2009-2023
ALC4	38,785	-9,295	2009-2013
FCUL	38,756	-8,96	2006-2023
IGPO	38,726	-8,668	2009-2023
PRCS	38,694	-9,419	2009-2013
SAGR	37,022	-8,903	2009-2013
LAGO	37,099	-8,961	2000-2023
CASC	38,693	-8,693	1998-2023
PMLA	38,571	-8,713	2009-2023
ARRA	38,493	-8,631	2009-2013
SCAC	38,019	-3,034	2009-2023
CERC	37,79	-2,929	2008-2013
ODEM	37,599	-2,952	2009-2023
ALBO	35,94	-3,863	2016-2023
MLLL	35,291	-4,548	2020-2023

MELI	35,281	-5,363	2012-2023
FSTH	35,175	-5,311	2018-2023
ISGN	34,932	-5,306	2015-2017
TETN	35,562	-5,108	2000-2023
CEUT	35,896	-5,126	2002-2007
CEU1	35,892	-5,365	2008-2023
IFRN	33,54	-6,854	2002-2008
IFR1	33,514	-5,126	2010-2022
ELHA	33,667	-5,365	2008-2011
RABT	33,998	-6,854	2000-2023

Tabla 5.1: Datos de las estaciones de la red SPINA.

5.2 Metodología

Las series temporales GNSS topocéntricas obtenidas están afectadas de varias fuentes de error procedentes de la constelación espacial, del medio de propagación de la señal GNSS y de la estación de seguimiento. Así, la precisión de las efemérides, de las correcciones de los osciladores de los satélites, de los parámetros de rotación de la Tierra; la influencia de la ionosfera y de la troposfera; la estabilidad de la estación, el efecto multitrayectoria, las interferencias electromagnéticas de la señal, etc. influyen decisivamente en la calidad de la serie temporal calculada. La existencia de observaciones anómalas, las pérdidas de observaciones por obstáculos, el ruido introducido por otras señales, etc., hacen necesario un análisis descriptivo previo de la serie obtenida. Mediante este análisis de la serie en bruto se detectarán los outliers, los errores groseros, y sobre todo el nivel de ruido de la serie. Estos parámetros recomendarán el procedimiento metodológico a priori a seguir.

Para eliminar o reducir el nivel de ruido de la serie se consideran diversas técnicas de filtrado de series temporales; agrupándose metodológicamente en: filtrados iniciales (1-Sigma, 2-Sigma, Outliers R/Afinado R); filtrados analíticos (Kalman, Wavelets) y filtrados estadísticos (ARMA/ARIMA). Una vez realizado este proceso se aplican técnicas de ajuste con el fin de extraer la información sobre el comportamiento geodinámico de las series GNSS consideradas. En este proceso es fundamental definir claramente el objetivo perseguido y la serie a analizar. A continuación, se distingue entre las componentes horizontales (este, norte) y por otro la componente vertical (elevación); entre comportamientos lineales

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

y no lineales; entre series que presenten anomalías debidas a eventos de carácter tectónico, etc. Todo ello hará que no se pueda establecer un procedimiento único para todas y cada una de las series geodésicas GNSS; sino que se realizará un adaptación de técnicas y métodos según el proceso geodinámico objeto de estudio.

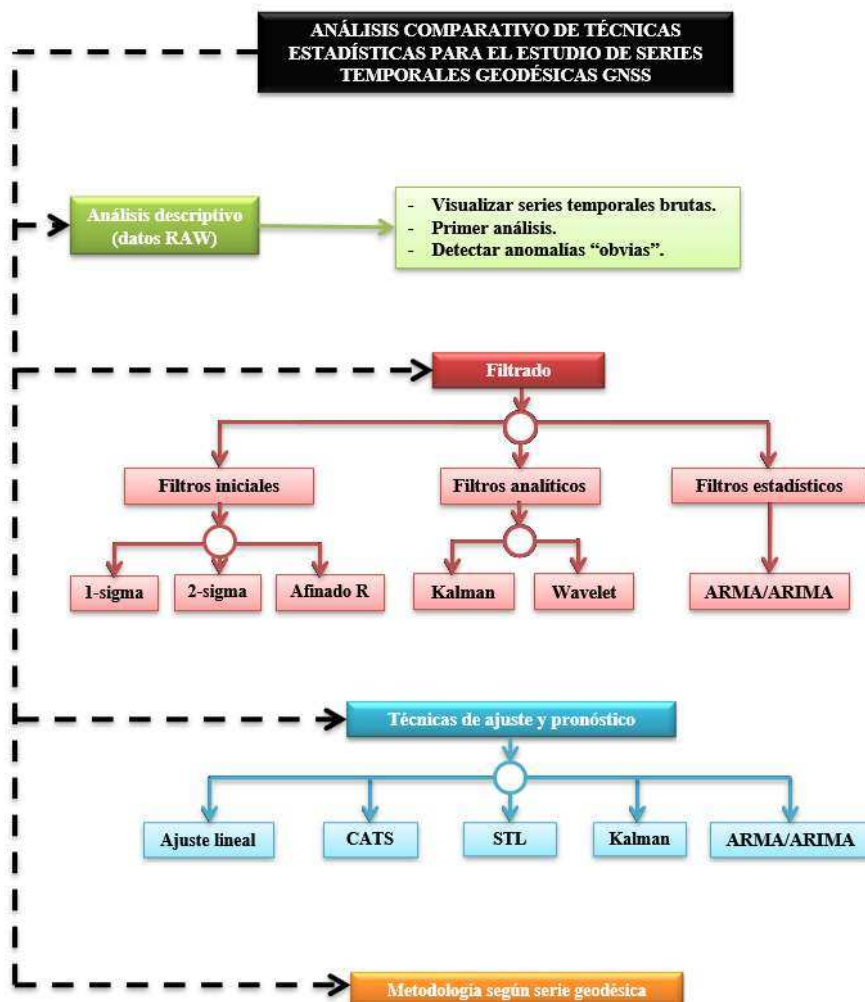


Figura 5.2: Esquema de la metodología a seguir.

5.2.1 Análisis descriptivo

Cabe destacar que las series temporales proporcionadas por NGL ya han pasado un primer filtrado para eliminar los valores anómalos que pueden verse en un primer análisis descriptivo. Las series en bruto de las estaciones SEVI y CAAL son las siguientes:

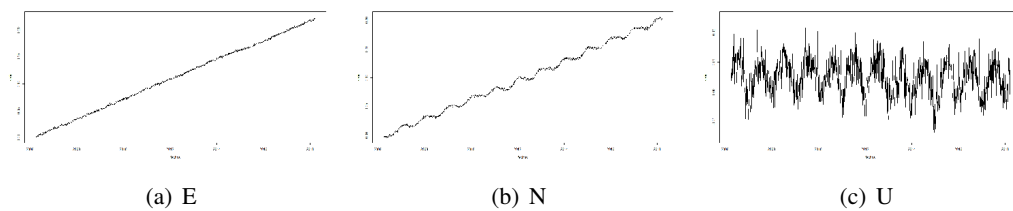


Figura 5.3: Gráficas serie en bruto (SEVI).

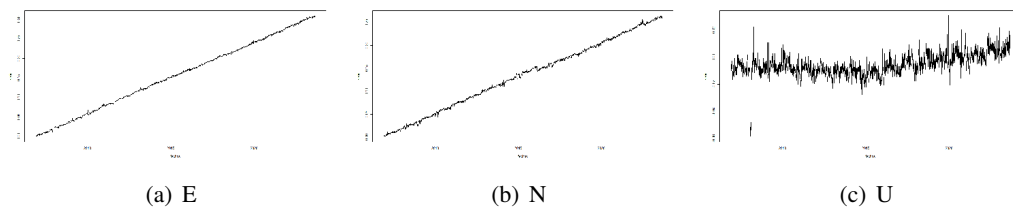


Figura 5.4: Gráficas serie en bruto (CAAL).

Aunque NGL ya haya eliminado la mayoría de valores atípicos, se pueden apreciar algunos valores anómalos en las series temporales de la estación CAAL.

A continuación, se presentan las gráficas obtenidas al aplicar los filtrados descritos anteriormente con *RStudio* a las series temporales procedentes de las estaciones SEVI y CAAL. En esta sección todos los filtrados mostrados son aplicados a las series temporales sin filtrar.

5.2.2 Filtrados iniciales

Se procede a aplicar los filtrados iniciales, los cuales son los filtrados 1-Sigma, 2-Sigma y Outliers R. A continuación, se tienen las gráficas para cada componente de la serie (Este, Norte, (Up) Elevación). La gráfica de color rojo se corresponde con la serie sin filtrar, la de

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

color azul con el filtrado 1-Sigma, la negra con el filtrado 2-Sigma y la verde con el filtrado Outliers R.

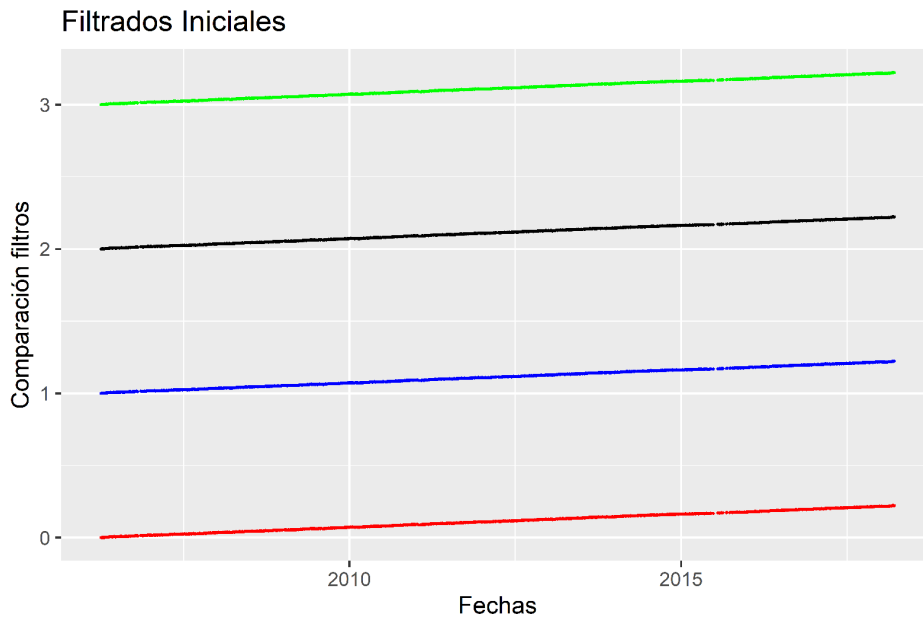


Figura 5.5: Comparación de filtrados. Componente E de la estación SEVI.

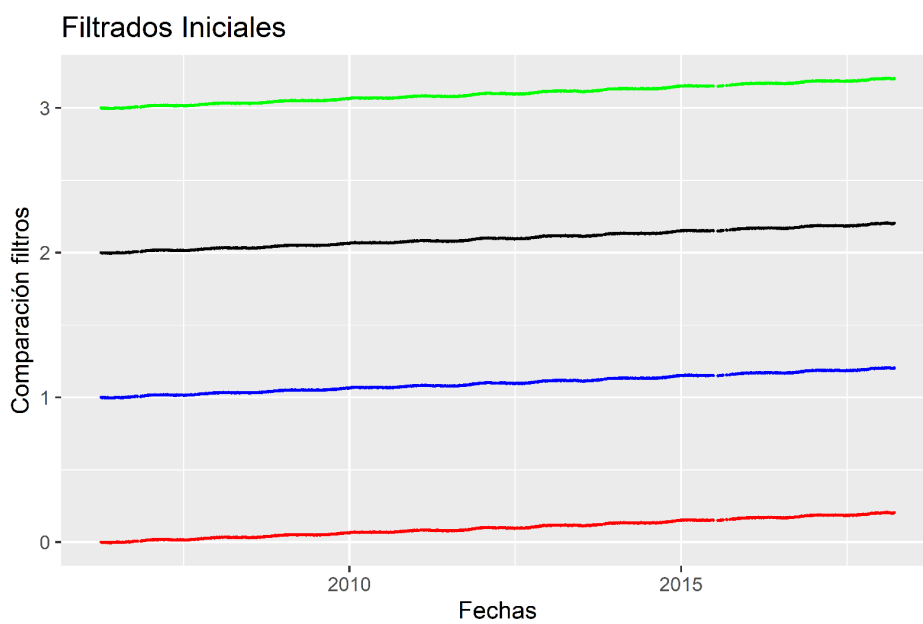


Figura 5.6: Comparación de filtrados. Componente N de la estación SEVI.

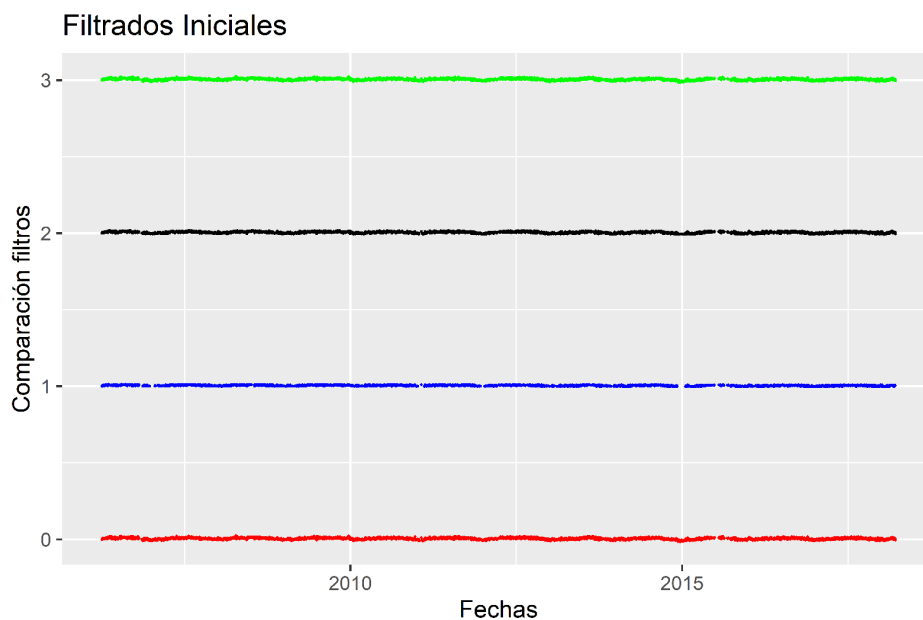


Figura 5.7: Comparación de filtrados. Componente U de la estación SEVI.

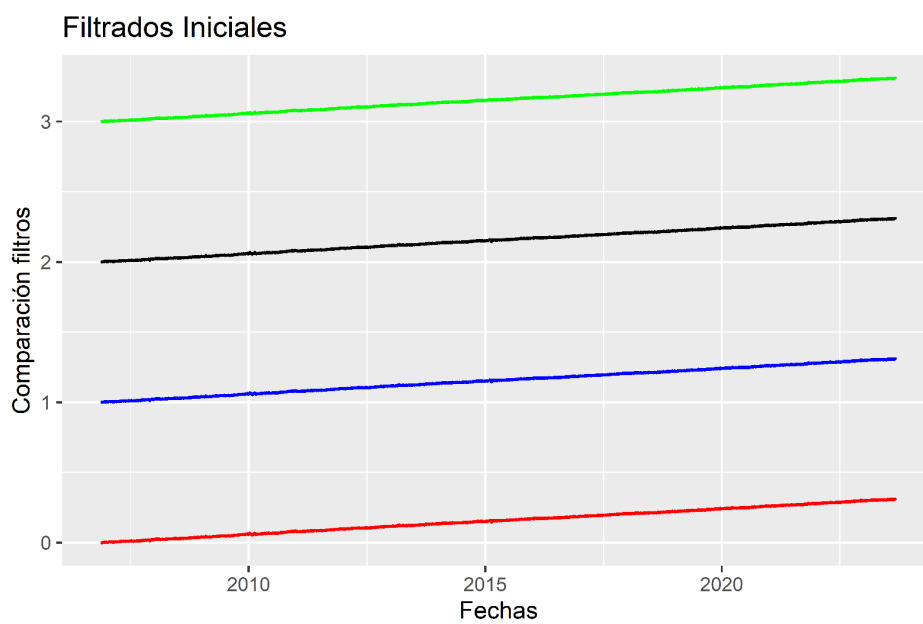


Figura 5.8: Comparación de filtrados. Componente E de la estación CAAL.

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

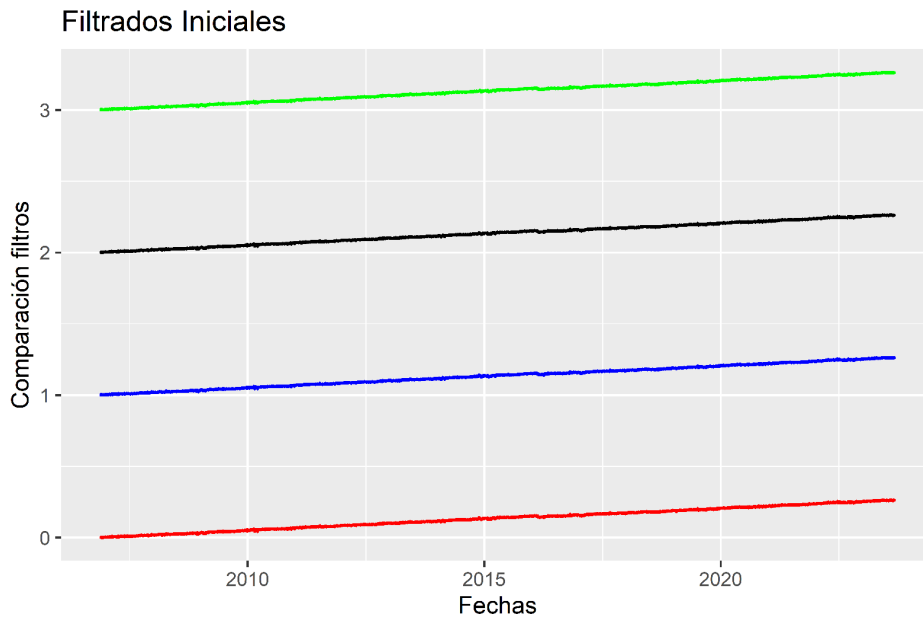


Figura 5.9: Comparación de filtrados. Componente N de la estación CAAL.

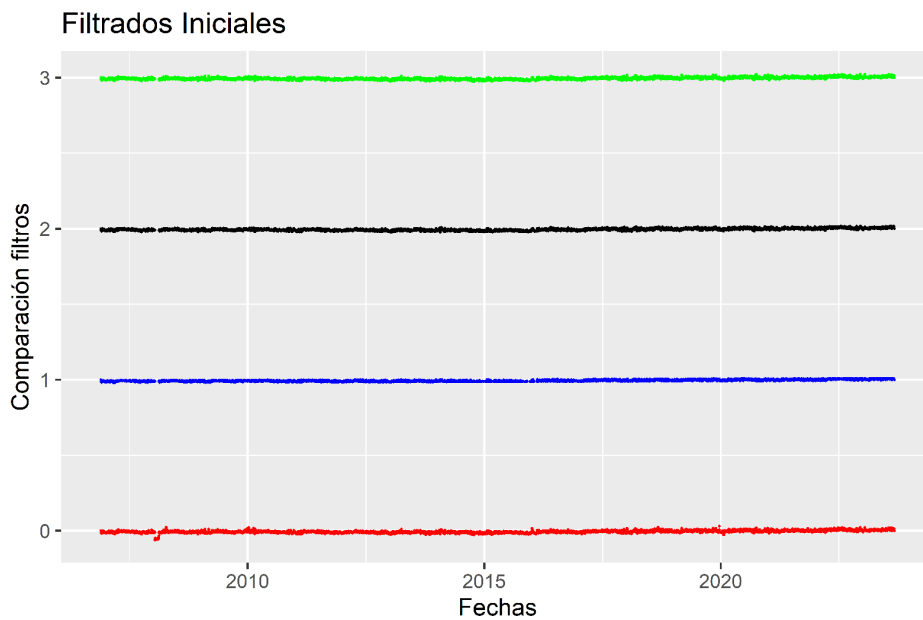


Figura 5.10: Comparación de filtrados. Componente U de la estación CAAL.

Como se ha mencionado, a las series que proporciona NGL ya han aplicado un primer filtrado, es por ello que las series brutas (gráfica roja) no tienen valores anómalos muy

significantes. Aun así, en las figuras 5.7, 5.8 y 5.10 se puede apreciar que el filtrado Outliers R es el que más *outliers* elimina de la serie, aún así se debe de tener cierto cuidado al usarlo, en zonas con una alta sismicidad se podrían eliminar datos aparentemente erróneos procedentes de terremotos.

Se tienen así las siguientes gráficas de las componentes este, norte y elevación de la serie filtrada usando el filtrado Outliers R.

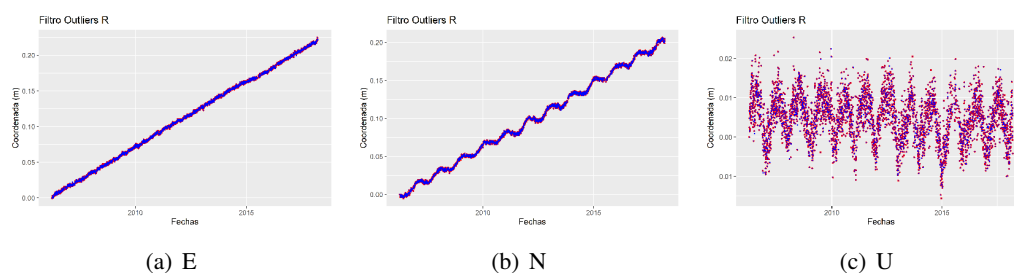


Figura 5.11: Filtro Outliers R para las componentes este, norte y elevación de la estación SEVI.

En la componente norte se puede ver una clara periodicidad, la cual es producida por la dilatación sufrida, en las épocas de verano, por el edificio donde se encuentra la estación que tiene orientación norte-sur.

Para la estación CAAL se obtienen las gráficas al aplicar el filtrado Outliers sobre la serie en bruto.

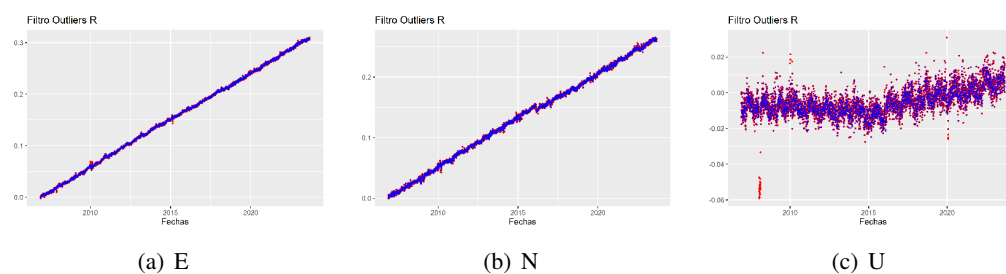


Figura 5.12: Filtro Outliers R para las componentes este, norte y elevación de la estación CAAL.

A continuación se aplicarán los diversos filtrados mencionados en el esquema 5.2 a la serie filtrada por *Outliers R*.

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

5.2.3 Filtrados analíticos

A continuación se muestran los filtrados analíticos: Kalman y WAVELETS.

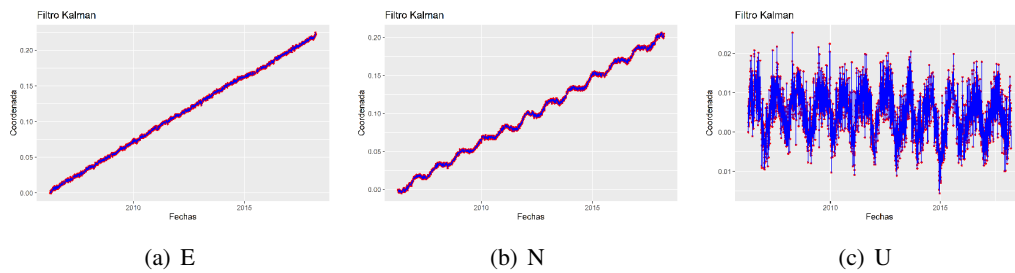


Figura 5.13: KALMAN: Estación GPS SEVI

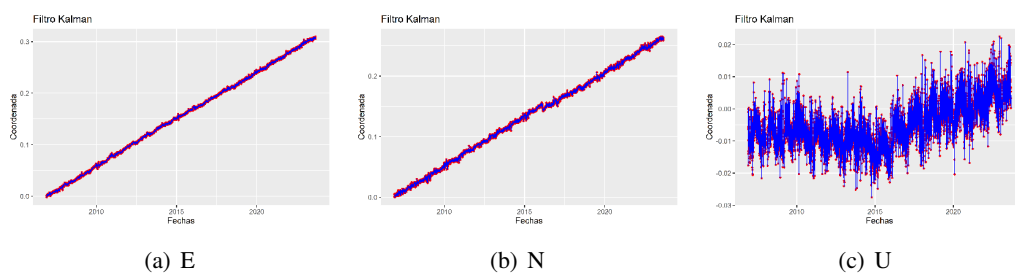


Figura 5.14: KALMAN: Estación GPS CAAL

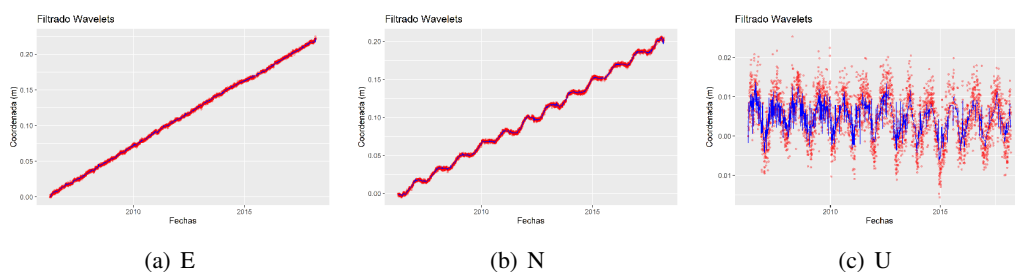


Figura 5.15: WAVELETS: Estación GPS SEVI

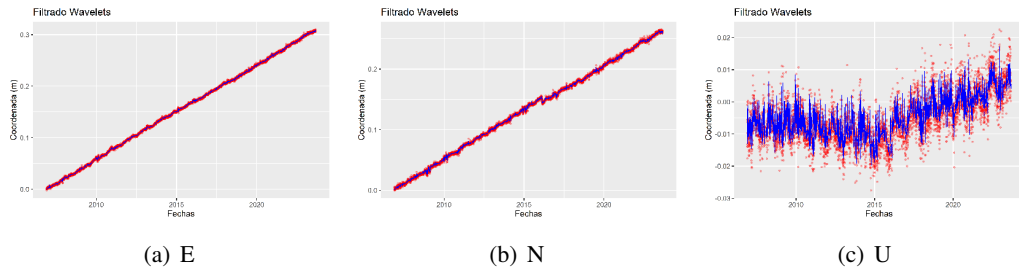


Figura 5.16: WAVELETS: Estación GPS CAAL

La técnica Kalman destaca todos los valores de las series temporales y el análisis Wavelets marca los datos más significativos de la serie. Esto es muy beneficioso a la hora de estudiar pequeños movimientos de tierra, ya que si se ha producido alguno, éste análisis lo detectará.

5.2.4 Filtrados estadísticos

Se aplican los filtrados estadísticos ARIMA y ARMA.

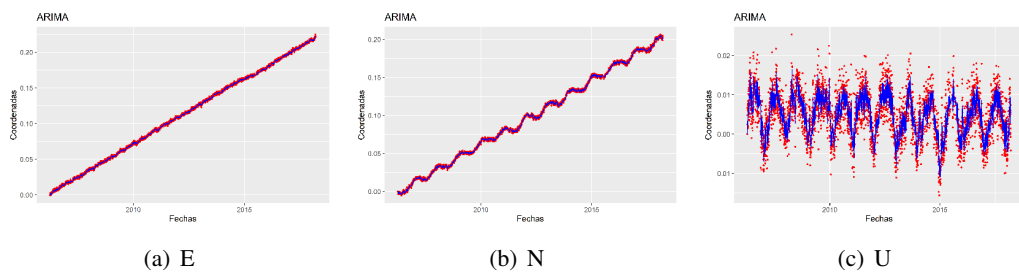


Figura 5.17: ARIMA: Estación GPS SEVI

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

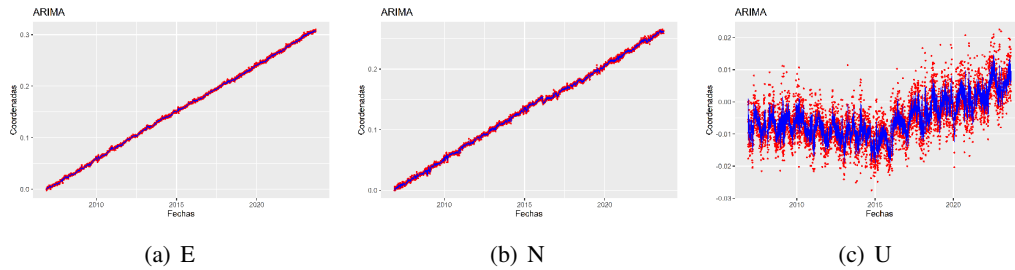


Figura 5.18: ARIMA: Estación GPS CAAL

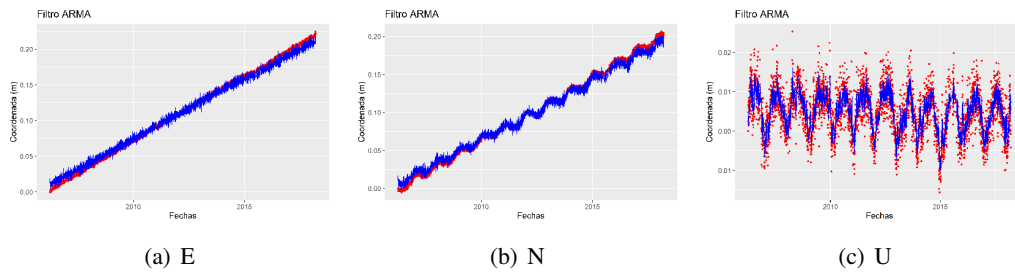


Figura 5.19: ARMA: Estación GPS SEVI

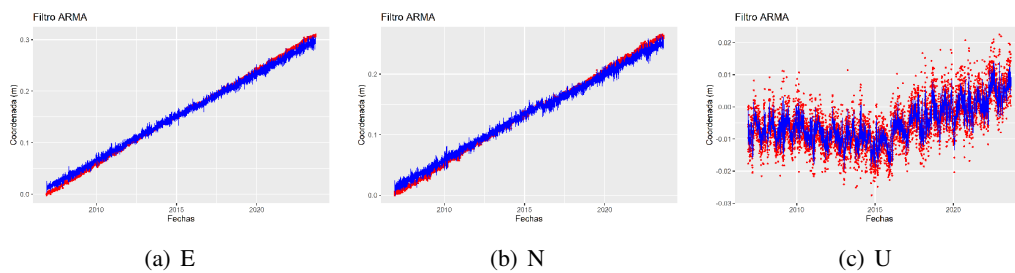


Figura 5.20: ARMA: Estación GPS CAAL

Se puede ver que el modelo ARIMA es el filtrado que más suaviza los datos de la serie. Sin embargo, el filtrado ARMA tiene problemas para ajustarse a las series.

5.2.5 Análisis CATS

Se presenta el análisis CATS, con el cual se obtiene la velocidad de cada componente, y se puede apreciar que las gráficas que genera dicho software están formadas por ondas

sinusoidales debido a cómo está definido el modelo que emplea.

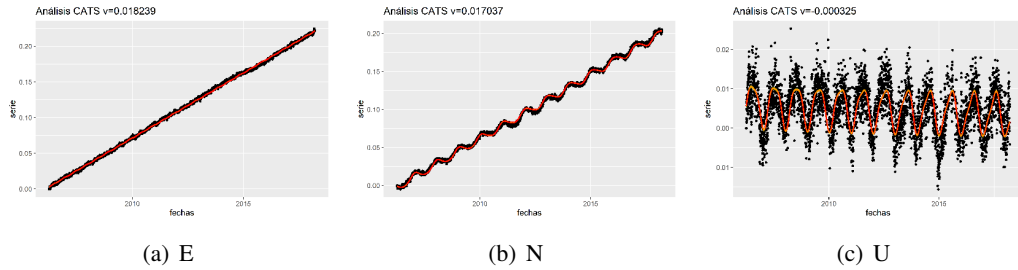


Figura 5.21: CATS: Estación GPS SEVI

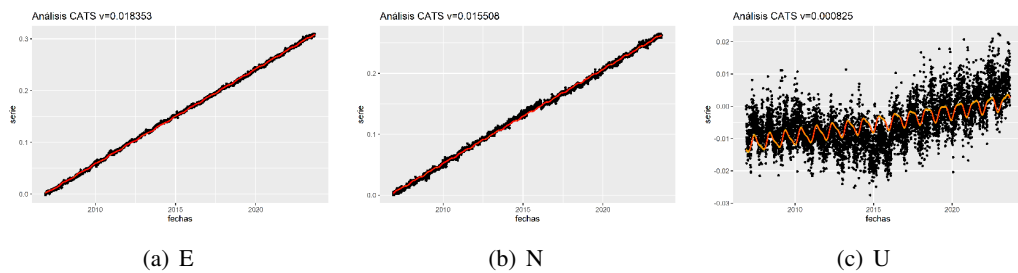


Figura 5.22: CATS: Estación GPS CAAL

5.2.6 Descomposición STL

Aquí se puede apreciar la serie filtrada y su descomposición en las componentes de estacionalidad, tendencia e irregularidades. También se obtienen las velocidades de desplazamiento de cada componente, las cuales son muy similares a las obtenidas en CATS.

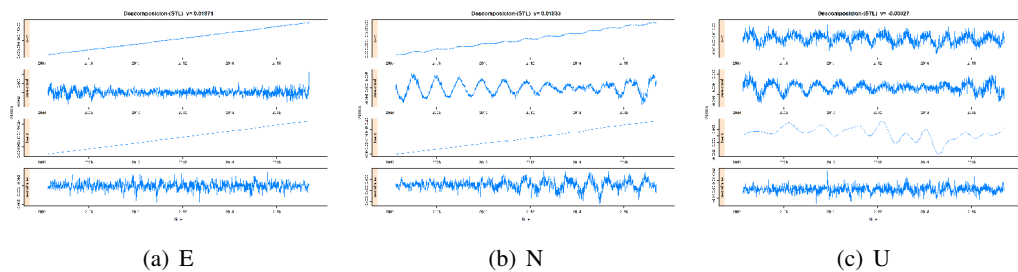


Figura 5.23: Descomposición STL: Estación GPS SEVI

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

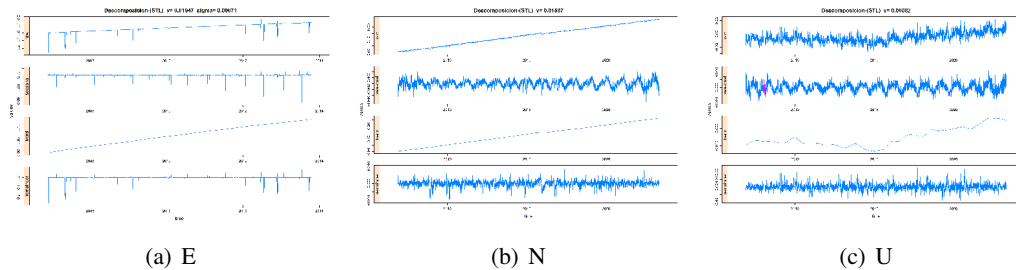


Figura 5.24: Descomposición STL: Estación GPS CAAL

Se observa que las componentes este y norte tienen tendencias lineales creciente, lo que indica que las estaciones SEVI y CAAL se están moviendo hacia el noreste. Sin embargo la tendencia de la componente elevación no es lineal, no se puede decir nada concluyente sobre el movimiento de esta componente.

5.3 Modelos de desplazamiento

Los modelos de desplazamiento vectoriales vienen dados a través de las velocidades de desplazamiento obtenidas de las estaciones permanentes GPS. El laboratorio NGL proporciona las siguientes velocidades de desplazamiento:

ESTACIONES	LATITUD	LONGITUD	VE (mm/yr)	VN	VU
DENI	38,835	0,104	20,19	16,55	0,23
ALCO	38,698	-0,474	19,76	17	-0,14
VJOI	38,53	-1,327	20,29	16,2	-1,1
ALAC	38,339	-1,999	19,9	16,77	-0,27
JUMI	38,502	-1,381	20,46	16,92	-0,3
JMML	38,471	-1,869	19,72	15,86	-1,51
MRAT	38,248	-1,968	19,08	16,3	0,47
CIEZ	38,233	-1,054	19,55	17,48	-0,24
CRVC	38,115	-1,449	19,53	16,5	-0,16
CARV	38,046	-1,123	19,49	16,07	-0,62
ABAN	38,175	-1,054	19,75	17,71	1,01
MULA	38,041	-1,129	19,53	16,58	0,33
MURC	37,99	-1,123	18,05	17,19	3,56
TORR	37,975	-1,646	19,81	17,21	-0,74
AIRM	37,807	-1,31	19,19	16,99	-1,09
SAL7	37,835	-1,687	19,89	17,36	-1,19
AGU2	37,407	-1,646	20,67	19,11	-4,97

5.3 Modelos de desplazamiento

MAZA	37,593	-1,31	19,67	18,23	0,81
LRCA	37,654	-1,687	27,02	11,53	-24,37
LORC	37,657	-1,714	27,17	12,78	-7,36
ACAL	37,731	-0,861	20,32	17,64	-0,07
CABO	37,631	-0,698	20,09	17,55	-0,83
ALGA	37,667	-0,863	19,38	17,94	-2,45
CRT1	37,607	-1,125	19,78	18,14	-1,02
CARG	37,597	-1,123	19,39	18,08	0,02
CRTG	37,606	-2,841	19,92	17,14	-0,6
MRCA	37,992	-1,942	19,88	17,27	-0,13
MCIA	37,99	-3,756	19,99	17,15	0,21
VILH	38,751	-2,841	18,47	15,41	-1,51
HUOV	37,402	-3,083	19,84	17,28	-0,49
CLTR	38,82	-2,932	19,15	16,94	2,84
VIAR	38,168	-2,548	18,83	16,13	-0,39
VICA	38,118	-2,441	18,62	16,3	0,08
PALC	37,702	-2,932	18,25	16,24	0,08
CAAL	37,221	-2,485	18,77	16,23	0,52
ALMR	36,863	-3,521	18,97	16,93	-0,63
ALME	36,853	-3,596	18,68	16,34	-0,33
ALM1	36,832	-3,595	18,67	20,13	-0,17
MOTR	36,755	-4,18	17,34	15,45	-0,36
GRA1	37,19	-4,03	18,45	16,36	0,46
GRA2	37,19	-3,782	18,22	16,03	0,59
ALMO	38,706	-5,539	18,2	17,37	0,64
ANDU	38,04	-4,849	19,07	17	-0,9
UJAE	37,788	-4,721	18,83	16,45	0,17
CATU	38,73	-4,788	18,57	16,85	1,27
POZO	38,383	-4,424	18,66	16,56	0,05
COBA	37,916	-4,394	18,59	16,46	-0,13
CRDB	37,877	-4,468	18,64	16,82	-0,75
CABR	37,468	-4,435	18,41	16,41	-0,65
MALA	36,726	-5,095	17,57	15,04	0,19
APLI	36,732	-5,147	17,13	14,98	-1,42
MLGA	36,716	-5,143	16,99	16,26	-0,81
OSUN	37,232	-5,881	18,3	16,65	-0,83
RON1	36,722	-6,349	16,85	17,03	-1,86
ROND	36,754	-6,41	16,89	17,27	-0,81
BEN2	38,954	-6,011	17,61	14,78	0,06
MEDA	38,916	-5,76	18,29	17,14	0,07
ZFRA	38,426	-6,002	18,28	16,77	-0,25

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

LLER	38,237	-5,939	18,24	16,94	0,07
CAZA	37,938	-5,972	18,45	17,51	0,08
SEV1	37,411	-5,462	19,16	16,12	-0,33
ETSI	37,353	-5,365	18,79	18,31	-0,74
SEVI	37,346	-5,444	18,41	17,36	-0,35
GIBR	36,148	-5,603	15,8	16,78	-0,58
ALGC	36,111	-6,565	16,44	17,82	-0,7
TAR2	36,034	-6,082	32,52	20,79	-2,73
TARI	36,009	-5,938	15,66	17,5	2,09
ARAC	37,894	-6,212	17,98	17,21	-0,04
LEBR	36,922	-6,206	17,76	17,31	0,12
JER1	36,64	-6,206	17,85	17,21	-4,59
UCA1	36,531	-6,206	17,71	17,25	0,86
ROAG	36,463	-6,206	16,78	16,92	0,3
SFER	36,464	-6,784	16,54	16,98	0,26
ROAH	36,464	-6,989	16,19	16,41	-4,52
ROAP	36,464	-6,779	16,66	17,33	-1,34
TLVR	38,866	-6,914	18,09	17,32	0,31
BADJ	38,894	-6,92	18,07	17,45	-0,57
JERE	38,32	-6,834	18,05	17,12	0,48
HULV	37,28	-7,159	18,28	17,43	-0,28
HUEL	37,2	-7,585	17,83	17,51	0,11
HUE1	37,132	-7,463	17,06	17,3	1,42
ELVA	38,879	-7,904	18,81	16,9	-1,45
ESTR	38,847	-7,752	17,74	16,98	-2,42
BORB	38,81	-7,228	19,14	16,87	-0,09
EVOR	38,568	-7,873	18,32	16,82	-1,23
SMA1	38,459	-7,865	18,29	16,88	-0,52
AMAR	38,209	-7,66	18,04	17,24	-0,23
BEJ_	38,013	-7,641	17,97	17,33	-1,14
BEJE	37,998	-7,65	18,27	16,72	-1,38
MERT	37,647	-7,938	17,99	17,33	-0,49
TAVR	37,132	-8,321	17,81	17,4	-0,26
TAVI	37,121	-8,457	18,13	16,89	-1,39
FAR1	37,016	-8,219	17,49	16,88	-1,51
FVFI	38,721	-8,245	18,06	17,77	-0,45
VNO1	38,679	-8,127	18,43	16,83	-1,69
TRRA	38,291	-8,873	17,98	17,18	0,55
MESS	37,835	-9,157	17,84	17,27	-0,68
BNAF	37,232	-9,159	17,59	16,93	-0,59
ALC4	38,785	-9,295	16,45	16,56	-0,4

5.3 Modelos de desplazamiento

FCUL	38,756	-8,96	17,76	16,95	-2,08
IGPO	38,726	-8,668	17,02	16,38	-0,72
PRCS	38,694	-9,419	17,04	16,04	-1,12
SAGR	37,022	-8,903	17,81	17,46	-2,82
LAGO	37,099	-8,961	17,56	17,48	-0,24
CASC	38,693	-8,693	17,95	16,95	-0,55
PMLA	38,571	-8,713	18,06	17,25	0,11
ARRA	38,493	-8,631	17,96	16,37	-0,76
SCAC	38,019	-3,034	17,78	17,01	-0,85
CERC	37,79	-2,929	17,85	17,32	-2,67
ODEM	37,599	-2,952	18,02	17,62	-1,08
ALBO	35,94	-3,863	17,75	17,92	-1,15
MLL	35,291	-4,548	26,57	-37,52	0,33
MELI	35,281	-5,363	17,24	18,86	-0,59
FSTH	35,175	-5,311	16,77	18,41	-0,14
ISGN	34,932	-5,306	16,39	12,22	6,93
TETN	35,562	-5,108	15,3	16,93	0,21
CEUT	35,896	-5,126	16,03	19	-5,86
CEU1	35,892	-5,365	15,84	17,25	-0,97
IFRN	33,54	-6,854	16,85	17,21	1,21
IFR1	33,514	-5,126	17,16	17,53	0,12
ELHA	33,667	-5,365	16,69	17,72	-5,4
RABT	33,998	-6,854	16,36	18,04	-0,63

Tabla 5.2: Datos de las estaciones de la red SPINA. Velocidades tomadas de NGL.

La metodología propuesta en 5.2 se aplica a todas las estaciones de la red SPINA y con ello se pueden obtener las velocidades de desplazamiento de las estaciones GPS de tres maneras distintas; mediante la descomposición STL, con el ajuste lineal y aplicando el análisis CATS a la serie filtrada.

Obteniendo así las siguientes gráficas y velocidades.

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

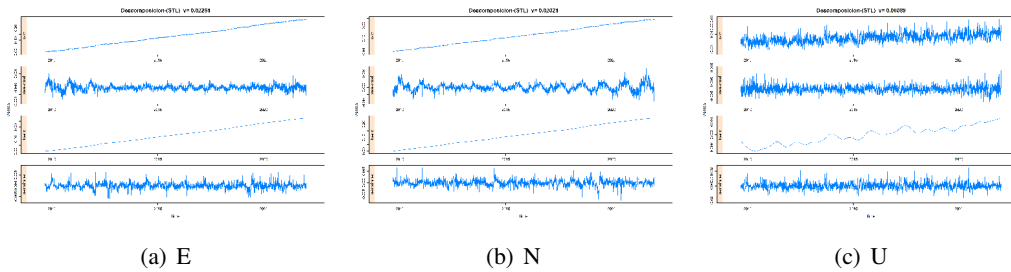


Figura 5.25: Descomposición: Estación GPS ABAN (Abanilla, Murcia).

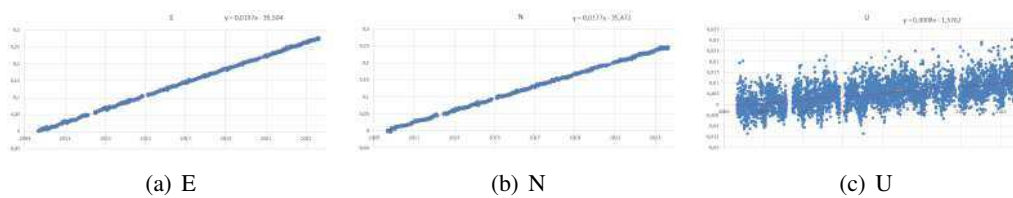


Figura 5.26: Ajuste lineal: Estación GPS ABAN (Abanilla, Murcia).

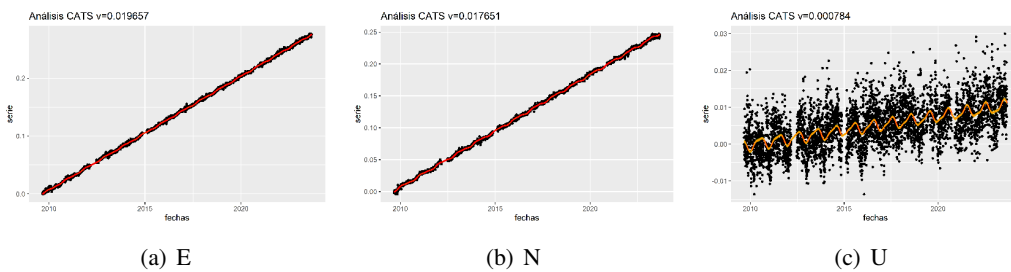


Figura 5.27: CATS: Estación GPS ABAN (Abanilla, Murcia).

METODO	VE	VN	VU
STL	22,15	20,21	0,89
Ajuste lineal	19,7	17,7	0,8
CATS	19,65	17,6	0,78
NGL	19,75	17,71	1,01

Tabla 5.3: Comparación de velocidades obtenidas para la estación ABAN (Abanilla, Murcia).

Estos tres métodos se pueden usar para series lineales con más de 365 datos. Sin em-

5.3 Modelos de desplazamiento

bargo, para series temporales que contengan saltos el ajuste lineal falla y proporciona por velocidad el valor de la pendiente de la linea de tendencia calculada. La descomposición STL tampoco corrige adecuadamente los saltos que puedan contener las series temporales y además, para aplicarse de manera correcta necesita que las series tengan al menos 365 datos y que los datos correspondientes a la fecha sean continuos. Es por ello, que se tomarán las velocidades proporcionadas por el análisis CATS, ya que éste permite corregir los saltos que se encuentren en la serie. Se puede ver las funciones necesarias para corregir los posibles saltos en Anexo A.

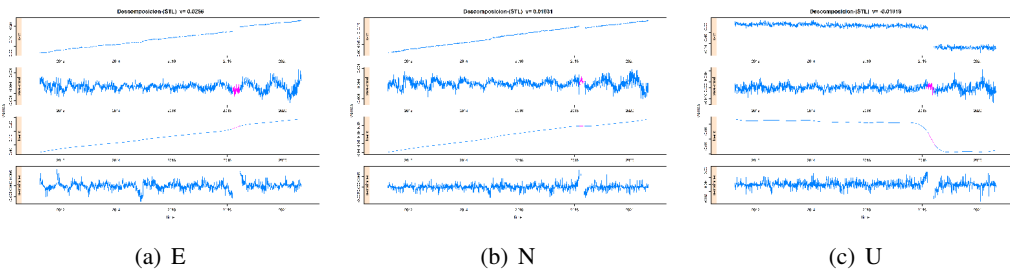


Figura 5.28: Descomposición: Estación GPS CRT1 (Cartagena, Murcia)

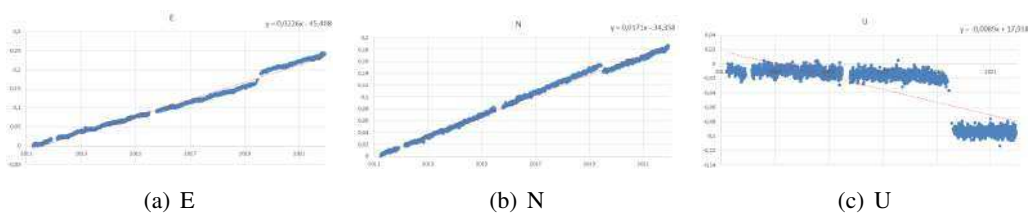


Figura 5.29: Ajuste lineal: Estación GPS CRT1 (Cartagena, Murcia)

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

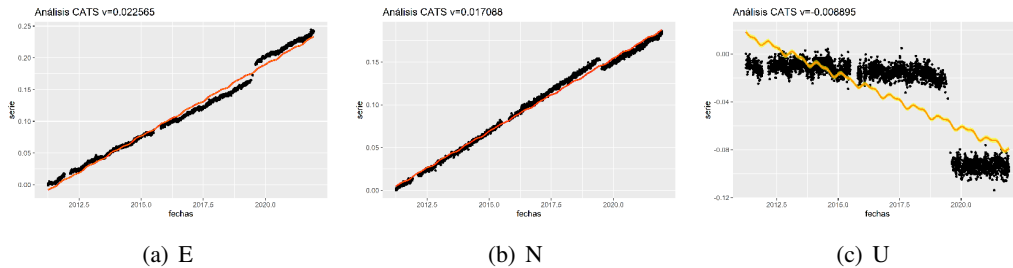


Figura 5.30: CATS: Estación GPS CRT1 (Cartagena, Murcia)

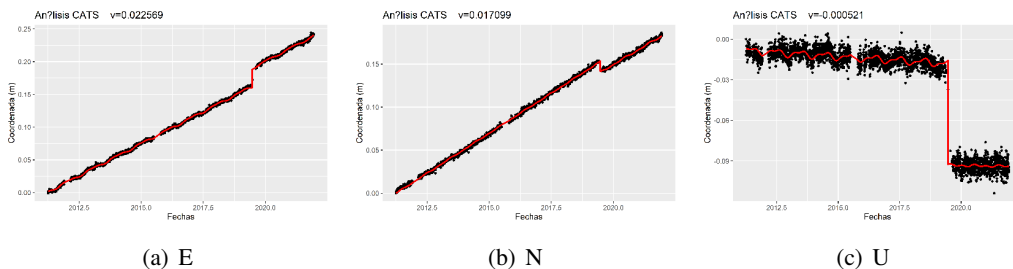


Figura 5.31: Corrección CATS: Estación GPS CRT1 (Cartagena, Murcia)

METODO	VE	VN	VU
STL	25,6	19,31	-10,19
Ajuste lineal	22,6	17,1	-8,9
CATS	22,56	17,08	-8,89
CATS Corregido	22,56	17,09	-0,52
NGL	19,78	18,14	-1,02

Tabla 5.4: Comparación de velocidades obtenidas para la estación CRT1 (Cartagena, Murcia).

Se puede apreciar que la corrección de los saltos aplicada en el análisis CATS es la técnica de ajuste que proporciona la velocidad de desplazamiento en más concordancia con la tomada del laboratorio NGL. Es por ello, que se mostrarán los modelos de desplazamiento obtenidos mediante las velocidades dadas por NGL y CATS con los saltos corregidos. La tabla 5.5 muestra las velocidades obtenidas mediante CATS, corrigiendo las velocidades de las estaciones que presentan saltos debidos a cambios de antena o sismos.

ESTACIONES	LATITUD	LONGITUD	VE (mm/yr)	VN	VU
------------	---------	----------	------------	----	----

5.3 Modelos de desplazamiento

DENI	38,835	0,104	19,588	16,659	-0,001
ALCO	38,698	-0,474	20,159	16,299	-0,122
VJOI	38,53	-1,327	20,350	16,043	-0,320
ALAC	38,339	-1,999	19,911	16,850	-1,120
JUMI	38,502	-1,381	20,290	17,028	-0,124
JMML	38,471	-1,869	19,370	16,290	-0,300
MRAT	38,248	-1,968	19,020	16,400	0,500
CIEZ	38,233	-1,054	19,540	17,430	-0,500
CRVC	38,115	-1,449	19,350	16,670	-0,600
CARV	38,046	-1,123	19,440	16,065	-0,620
ABAN	38,175	-1,054	19,657	17,651	0,784
MULA	38,041	-1,129	19,446	16,719	-0,128
MURC	37,99	-1,123	19,243	16,696	1,522
TORR	37,975	-1,646	19,943	17,079	-0,690
AIRM	37,807	-1,31	19,163	16,917	-1,228
SAL7	37,835	-1,687	19,712	17,318	-1,167
AGU2	37,407	-1,646	18,017	20,535	1,395
MAZA	37,593	-1,31	19,695	18,230	0,669
LRCA	37,654	-1,687	28,563	9,950	-88,718
LORC	37,657	-1,714	26,567	13,491	-5,389
ACAL	37,731	-0,861	20,292	17,532	-0,381
CABO	37,631	-0,698	20,053	17,550	-0,584
ALGA	37,667	-0,863	19,847	18,944	0,542
CRT1	37,607	-1,125	22,569	17,099	-0,521
CARG	37,597	-1,123	19,369	18,080	0,620
CRTG	37,606	-2,841	19,720	16,316	1,749
MRCA	37,992	-1,942	19,880	17,302	-0,176
MCIA	37,99	-3,756	20,017	17,077	-0,144
VILH	38,751	-2,841	18,461	15,453	-1,502
HUOV	37,402	-3,083	19,847	17,122	-0,008
CLTR	38,82	-2,932	19,183	16,645	1,454
VIAR	38,168	-2,548	18,878	16,283	-0,102
VICA	38,118	-2,441	18,631	16,358	0,893
PALC	37,702	-2,932	18,089	16,240	0,679
CAAL	37,221	-2,485	18,353	15,508	0,825
ALMR	36,863	-3,521	18,944	16,683	-0,803
ALME	36,853	-3,596	18,673	16,397	-0,113
ALM1	36,832	-3,595	18,647	20,115	-0,312
MOTR	36,755	-4,18	17,351	15,336	-0,716
GRA1	37,19	-4,03	18,793	16,251	0,289
GRA2	37,19	-3,782	18,139	15,942	0,794

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

ALMO	38,706	-5,539	18,275	16,882	1,107
ANDU	38,04	-4,849	19,025	17,032	-1,030
UJAE	37,788	-4,721	18,637	16,363	-0,106
CATU	38,73	-4,788	18,427	17,082	0,378
POZO	38,383	-4,424	18,565	17,006	-0,186
COBA	37,916	-4,394	18,703	16,612	0,101
CRDB	37,877	-4,468	18,820	16,677	-0,438
CABR	37,468	-4,435	18,999	17,150	-0,737
MALA	36,726	-5,095	17,294	15,449	0,161
APLI	36,732	-5,147	16,960	14,811	-0,914
MLGA	36,716	-5,143	17,131	16,068	-0,408
OSUN	37,232	-5,881	19,063	16,919	-0,680
RON1	36,722	-6,349	16,805	17,270	-1,377
ROND	36,754	-6,41	16,981	17,178	-0,582
BEN2	38,954	-6,011	17,969	15,273	-0,355
MEDA	38,916	-5,76	18,236	17,773	-0,658
ZFRA	38,426	-6,002	18,196	16,813	0,229
LLER	38,237	-5,939	18,240	16,987	0,186
CAZA	37,938	-5,972	18,281	17,493	0,404
SEV1	37,411	-5,462	19,059	16,215	-0,227
ETSI	37,353	-5,365	18,225	17,958	-0,748
SEVI	37,346	-5,444	18,239	17,037	-0,325
GIBR	36,148	-5,603	14,973	14,550	-0,194
ALGC	36,111	-6,565	16,455	17,945	-0,192
TAR2	36,034	-6,082	32,354	21,515	-3,346
TARI	36,009	-5,938	16,147	17,629	0,233
ARAC	37,894	-6,212	18,019	17,872	-0,070
LEBR	36,922	-6,206	17,993	17,231	0,170
JER1	36,64	-6,206	16,915	16,465	-3,756
UCA1	36,531	-6,206	16,910	16,811	1,903
ROAG	36,463	-6,206	16,806	16,902	0,541
SFER	36,464	-6,784	15,965	17,428	0,235
ROAH	36,464	-6,989	16,622	17,013	-5,040
ROAP	36,464	-6,779	17,209	17,507	0,159
TLVR	38,866	-6,914	18,090	17,309	0,148
BADJ	38,894	-6,92	17,920	17,679	-0,955
JERE	38,32	-6,834	18,011	17,039	0,020
HULV	37,28	-7,159	18,318	17,308	-0,221
HUEL	37,2	-7,585	18,207	17,376	-0,003
HUE1	37,132	-7,463	17,093	17,361	1,289
ELVA	38,879	-7,904	18,735	16,763	-1,651

5.3 Modelos de desplazamiento

ESTR	38,847	-7,752	17,210	17,033	-2,183
BORB	38,81	-7,228	18,900	16,658	-0,569
EVOR	38,568	-7,873	18,320	16,867	-2,141
SMA1	38,459	-7,865	21,253	17,812	-0,137
AMAR	38,209	-7,66	18,012	17,295	-0,316
BEJ_	38,013	-7,641	17,922	17,427	-0,141
BEJE	37,998	-7,65	18,332	16,776	-1,649
MERT	37,647	-7,938	18,296	17,688	-0,568
TAVR	37,132	-8,321	16,882	18,515	-0,081
TAVI	37,121	-8,457	19,456	17,234	-1,209
FAR1	37,016	-8,219	17,772	16,774	-1,364
FVFI	38,721	-8,245	18,645	18,931	-1,018
VNO1	38,679	-8,127	18,316	16,828	-1,397
TRRA	38,291	-8,873	17,721	16,967	0,237
MESS	37,835	-9,157	17,773	17,323	-0,606
BNAF	37,232	-9,159	17,443	17,057	-0,566
ALC4	38,785	-9,295	17,915	16,616	-0,001
FCUL	38,756	-8,96	17,897	16,950	-2,209
IGP0	38,726	-8,668	17,003	16,344	-0,686
PRCS	38,694	-9,419	16,997	16,093	-0,770
SAGR	37,022	-8,903	18,067	17,915	-2,859
LAGO	37,099	-8,961	17,680	17,516	0,436
CASC	38,693	-8,693	18,090	16,928	0,236
PMLA	38,571	-8,713	17,898	17,310	0,052
ARRA	38,493	-8,631	18,158	16,396	-1,093
SCAC	38,019	-3,034	17,770	16,958	-0,862
CERC	37,79	-2,929	18,304	17,293	-3,099
ODEM	37,599	-2,952	17,875	18,503	-0,868
ALBO	35,94	-3,863	17,811	17,829	-1,237
MLLL	35,291	-4,548	9,1	1,943	-0,043
MELI	35,281	-5,363	17,455	19,065	-0,292
FSTH	35,175	-5,311	16,735	18,170	0,398
ISGN	34,932	-5,306	14,291	13,094	3,833
TETN	35,562	-5,108	15,192	16,995	-0,006
CEUT	35,896	-5,126	15,729	19,718	-2,794
CEU1	35,892	-5,365	15,524	17,188	-1,294
IFRN	33,54	-6,854	16,896	17,480	0,939
IFR1	33,514	-5,126	17,083	17,604	-0,001
ELHA	33,667	-5,365	16,747	17,270	-14,603
RABT	33,998	-6,854	16,398	18,083	-0,824

Tabla 5.5: Velocidades del análisis CATS corrigiendo saltos.

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

Los modelos de desplazamiento para las velocidades proporcionadas por el laboratorio NGL son los siguientes:

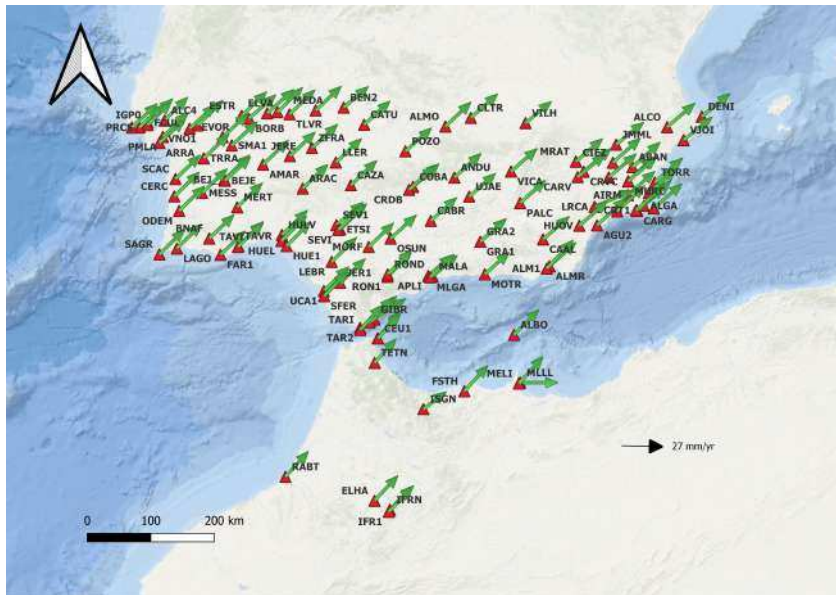


Figura 5.32: Modelo de desplazamiento horizontal. Velocidades NGL.

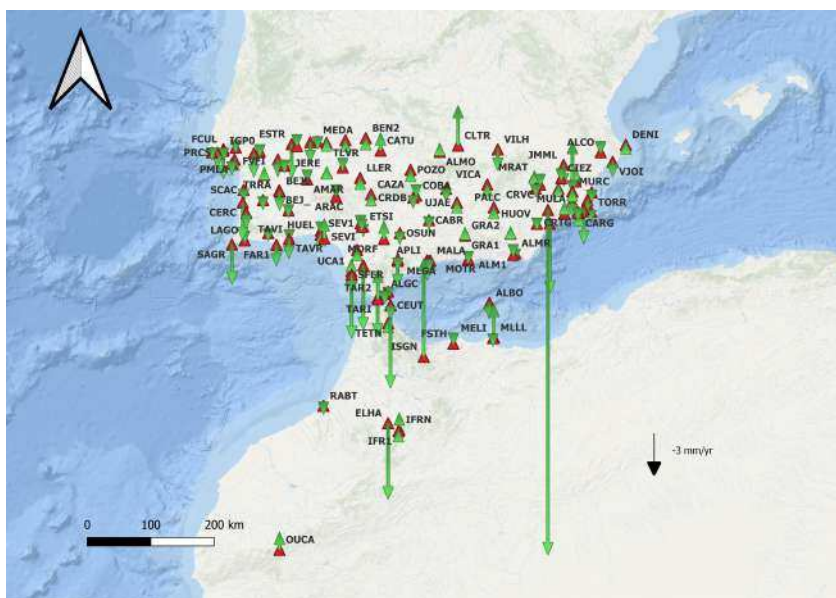


Figura 5.33: Modelo de desplazamiento vertical. Velocidades NGL.

5.3 Modelos de desplazamiento

Para las velocidades obtenidas mediante el análisis CATS se obtienen los siguientes modelos de desplazamiento:

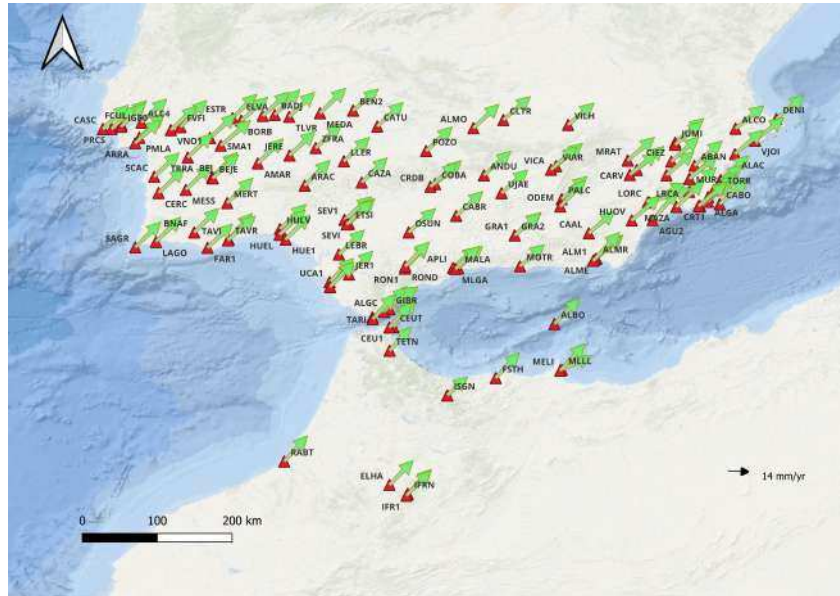


Figura 5.34: Modelo de desplazamiento horizontal. Velocidades CATS.

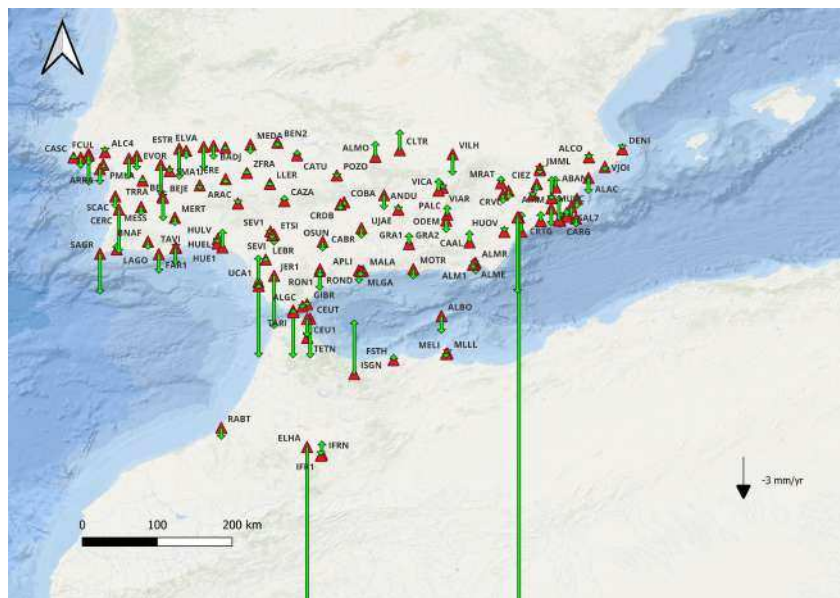


Figura 5.35: Modelo de desplazamiento vertical. Velocidades CATS.

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

5.4 Modelos de esfuerzo-deformación

En esta sección se ha usado el plugin Q-Str2-Models desarrollada en QGIS. Con esta aplicación se conseguirán obtener la máxima deformación geodésica, máxima deformación por corte, rotación, dilatación y los tensores de esfuerzo-deformación a partir de las velocidades horizontales. Dichos modelos pueden venir dados por diferentes tipos de interpolación, como son IDW (Inverse Distance Weighting), Delaunay, Exponencial y Around [20]. Para este estudio se cuenta con un total de 122 estaciones que conforman la red SPINA. A continuación se mostrarán los resultados obtenidos mediante las velocidades proporcionadas por el laboratorio NGL y por el análisis CATS.

5.4.1 Datos de NGL

A través de las velocidades proporcionadas por el laboratorio NGL y mediante el uso del plugin Q-Str2-Models se obtienen los siguientes resultados 5.40:

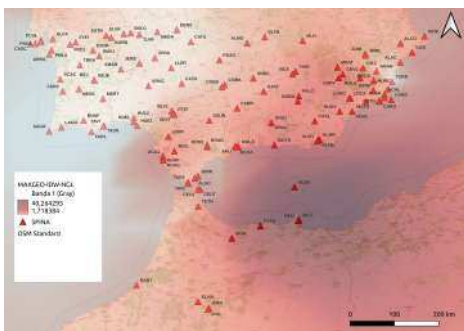


Figura 5.36: Deformación

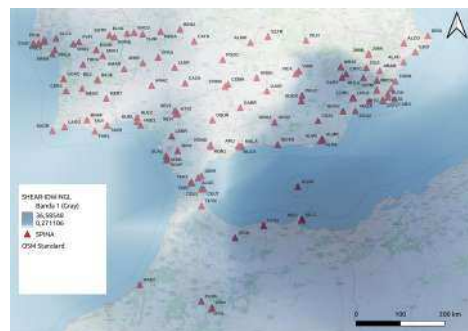


Figura 5.37: Cizallamiento

5.4 Modelos de esfuerzo-deformación

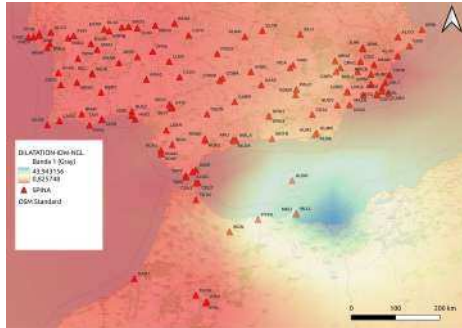


Figura 5.38: Dilatación

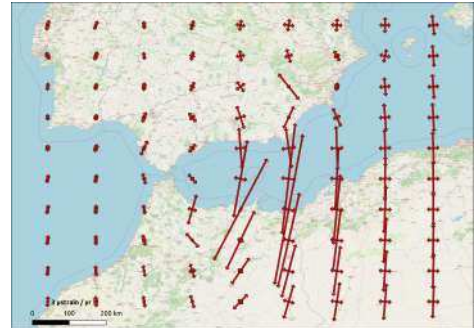


Figura 5.39: Tensores esfuerzo-deformación

Figura 5.40: Aplicación del plugin Q-Str2-Models con IDW a las velocidades obtenidas del NGL.

5.4.2 Datos de CATS

A través de las velocidades obtenidas mediante el análisis CATS sobre las series temporales proporcionadas por el laboratorio NGL y mediante el uso del plugin Q-Str2-Models se obtienen los siguientes resultados 5.45:



Figura 5.41: Deformación



Figura 5.42: Cizallamiento

5. APLICACIÓN A LA RED SPINA

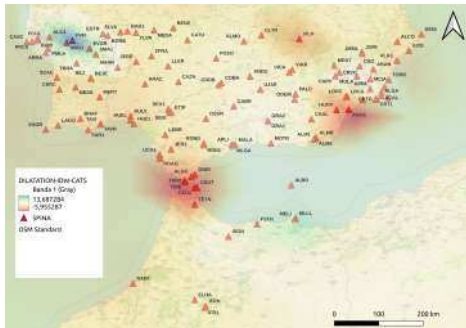


Figura 5.43: Dilatación



Figura 5.44: Tensores esfuerzo-deformación

Figura 5.45: Aplicación del plugin Q-Str2-Models con IDW a las velocidades obtenidas del análisis CATS.

En Anexo B pueden verse los resultados obtenidos para los datos de NGL y CATS al aplicar todas las interpolaciones de las que dispone el plugin.

5.5 Análisis de resultados

El proceso experimental GNSS involucra múltiples factores que pueden introducir desviaciones y dispersiones en los valores de la serie GNSS y consecuentemente en los modelos y resultados obtenidos.

Como se vio anteriormente, las componentes Este y Norte de todas las estaciones tienen la componente de tendencia crecientes, esto quiere decir que la región en la que se encuentran se está desplazando hacia el noroeste, en cuanto a la componente elevación es difícil sacar alguna conclusión de su componente tendencia. En los mapas de velocidades de la red SPINA (5.32, 5.34) se observa cómo la región que comprende la red SPINA se va desplazando hacia el noroeste y observando los mapas 5.33 y 5.35 se ve cómo la elevación en la mayoría de estaciones es negativa, es decir, la región experimenta un proceso de subsidencia.

En los resultados obtenidos en los modelos de esfuerzo-deformación (5.40, 5.45) se observa que dependiendo de las velocidades usadas para calcular los modelos de esfuerzo-deformación se obtienen diferentes resultados. Observando los mapas de los tensores se aprecia que difieren en cuanto a la magnitudes de estos, pero sin embargo, en ambos mapas se ve como los tensores obtenidos en la zona fronteriza de Portugal y España apenas presentan un claro estado de compresión o expansión. Por el contrario, en la región sureste

de la Península y norte de África si se aprecia un proceso de expansión. En los mapas de máxima deformación geodésica y cizallamiento se puede notar como en la región central de la parte peninsular apenas existe deformación o cizallamiento, contrariamente ocurre en la región sureste de la Península y al noreste de África, donde puede apreciarse las mayores zonas de deformación y cizallamiento, con las velocidades del análisis CATS, además se aprecia este fenómeno al noroeste. En cuanto a la dilatación, se encuentran diferentes resultados dependiendo de los datos, según los obtenidos de NGL se tiene que existe un proceso de expansión en la región noreste del continente africano y según los del análisis CATS dicha expansión se produce al noroeste de la red SPINA, viéndose compresión en el golfo de Cádiz y al sureste de la región andaluza.

Finalmente, destacar que no existe un procedimiento estandarizado para ninguna serie temporal, realmente el análisis descriptivo informará sobre los procesos a considerar en su tratamiento.

Conclusiones

El análisis de series temporales GNSS persigue conocer el comportamiento y el grado de actividad geodinámica existente. El modelo geodinámico se obtiene a partir de las velocidades de los desplazamientos de cada una de las estaciones de la región en estudio. Éste es el punto de partida para el cálculo de otros modelos tales como el modelo de esfuerzo y deformación. El proceso experimental GNSS conlleva múltiples factores que pueden introducir desviaciones y dispersiones en los valores de las series GNSS y consecuentemente en los modelos y resultados obtenidos.

En este trabajo se ha realizado una breve revisión de técnicas y métodos de análisis para series temporales GNSS. Se han analizado técnicas de filtrado, de filtrado-ajuste y de ajuste. Previamente se ha establecido la necesidad de efectuar un análisis descriptivo de la serie RAW. Se detectarán valores anómalos, gaps y dispersión de la serie. También se utilizará para detectar cambios en la tendencia o en la estacionalidad de las series GNSS.

Entre las técnicas exclusivamente de filtrado, outliers R es más efectiva y adaptable tanto para series lineales y no lineales; mientras que los procesos 1σ y 2σ sobre todo en casos no lineales no son aplicables a toda la serie completa.

Se han considerado como técnicas de filtrado-ajuste: Kalman, ARMA/ARIMA y wavelets. Como filtros Kalman y ARMA presentan más dispersión en el resultado que ARIMA y wavelets. En el ajuste de las series, Kalman y ARIMA obtienen curvas más suavizadas que ARMA y wavelets, y por tanto son más efectivas en el pronóstico de la serie. ARIMA y

6. CONCLUSIONES

wavelets ajustan mejor aquellos cambios internos de las series proporcionando información sobre el grado de actividad geodinámica y la posible detección de eventos sísmicos.

Se ha analizado y aplicado el paquete STL que permite una descomposición de la serie temporal en tendencia, estacionalidad e irregularidades. Se ha comprobado su versatilidad y precisión una vez aplicada alguna de las otras técnicas y la serie se ha depurado de efectos adversos (outliers, gaps, dispersiones, desviaciones, etc.). Además, también se han comentado sus limitaciones para el cálculo de velocidades de desplazamiento a la hora de trabajar con series temporales que presentan saltos temporales, o pocos datos.

Se ha aplicado el ajuste lineal, con el se obtienen velocidades similares a las obtenidas en CATS para el caso de series lineales. Sin embargo, al tratar con series no lineales, el ajuste lineal no es capaz de ajustarse a este tiempo de series, obteniendo así velocidades de desplazamiento erróneas.

El software CATS-R proporciona un ajuste de las series adaptado a cambios controlados sobre cambios de antena, receptores, firmware, etc. Es una técnica muy fiable en cuanto al cálculo de velocidades, y sobre todo en el ajuste de la componente elevación.

Se ha visto como el software CATS-R puede corregir los saltos en las series temporales, presentando así gran concordancia con las velocidades proporcionadas por el laboratorio NGL, el cual usa el software MIDAS.

Los modelos de desplazamiento de los datos provenientes de NGL y análisis CATS indican el desplazamiento de la región hacia el noreste y la subsidencia de la región.

Mediante las velocidades de desplazamiento se han obtenido los modelos de esfuerzo-deformación, donde puede apreciarse como la zona central de Andalucía apenas sufre deformaciones. Sin embargo, las zonas del golfo de Cádiz, sureste de la península y noreste de África son las que más deformación sufren.



Anexo I: Software análisis Cats corrigiendo saltos

```

#función para corregir saltos

#fechas: serie temporal fechas
#serie: serie temporal de una coordenada concreta
#tiempo_saltos: posicion en los datos donde se produce el salto
#letra: coordenada donde se produce el salto

correg_saltos<-function(fechas , serie , tiempo_saltos , letra){

intervalo3<-c()
intervalo1<-c()
media<-c()
numero<-c()

for(i in 1:(length(tiempo_saltos)-1)){
    fechas_aux<-fechas[tiempo_saltos[i]:tiempo_saltos[i+1]]
    serie_aux<-serie[tiempo_saltos[i]:tiempo_saltos[i+1]]

    media<-c(media , mean(serie_aux , na.rm=TRUE))

library(MASS, pos=17)
GLM<-lm(serie_aux~fechas_aux+sin((2*pi*365.25/365.25)*fechas_aux)

```

A. ANEXO I: SOFTWARE ANÁLISIS CATS CORREGIENDO SALTOS

```
+cos((2*pi*365.25/365.25)*fechas_aux)+sin((2*pi*365.25/180)
*fechas_aux+cos((2*pi*365.25/180)*fechas_aux), weights=NULL)

  datos<-data.frame(fechas_aux, serie_aux)
intervalo <- cbind(datos, predict(GLM, newdata = datos,
interval = 'confidence', level=0.95))
intervalo1<-c(intervalo1, intervalo$fit)

}

  if (length(fechas)!=length(intervalo1)){
    intervalo1<-intervalo1[1:length(fechas)]
  }

intervalo3<-intervalo1

#Indica la coordenada donde se va a corregir el salto
if (('U'==letra)==TRUE){
  intervalo3<-c()
  valor<-media[i]-media[i-1]
  serie_aux1<-serie[tiempo_saltos[i-1]:tiempo_$saltos[i]]+valor

  serie_correg<-c(serie_aux1,
  serie[(length(serie_aux1)+1):length(serie)])

library(MASS, pos=17)
GLM1<- lm(serie_correg ~ fechas
+sin((2*pi*365.25/365.25)*fechas)+cos((2*pi*365.25/365.25)*fechas)
+sin((2*pi*365.25/180)*fechas) +cos((2*pi*365.25/180)*fechas),
weights=NULL)

datos1<-data.frame(fechas, serie_correg)
intervalo2 <- cbind(datos1, predict(GLM1, newdata = datos1,
interval = 'confidence', level=0.95))
intervalo3<-c(intervalo3, intervalo2$fit)
}
if (length(fechas)!=length(intervalo3)){
intervalo3<-intervalo3[1:length(fechas)]
}

return(list(fechas, serie, intervalo1, intervalo3))
}
```

```

#-----
#Funcion analisis cats

analisis_cats<-function(fechas , serie , sigmas , alfa , tiempo_saltos ,
correct , seriecorreg){
library(ggplot2)
library(fBasics)

pd<-data.frame(fechas , serie , correct , seriecorreg)

v<-summary(lm(pd[,4]~pd[,1]))$coefficients[2,1]
pv<-sprintf("%.6s",round(v,6))
p <- ggplot(pd, aes(pd[,1]))
p <- p + geom_point(aes(pd[,1],pd[,2]), size=1)
p <- p + geom_line(aes(pd[,1],pd[,3]), color="red", size=1)
p<-p+labs(title=sprintf("Análisis_CATS_v=%.6s",pv))
+xlab("Fechas")+ylab("Coordenada_(m)")
return(list(summary(lm(pd[,4]~pd[,1])),p,pd[,3]))
}

```


Anexo II: Resultados obtenidos mediante Q-Str2-Models.

B.1 Modelos esfuerzo-Deformación. Velocidades NGL.

Se mostrarán los modelos de esfuerzo deformación obtenidos al usar los diversos tipos de interpolación disponibles.

AROUND



Figura B.1: Deformación



Figura B.2: Cizallamiento

B.2 Modelos esfuerzo-Deformación. Velocidades CATS.

EXPONENCIAL

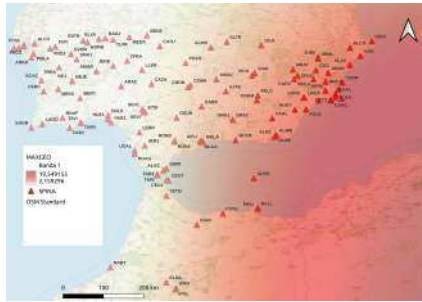


Figura B.11: Deformación

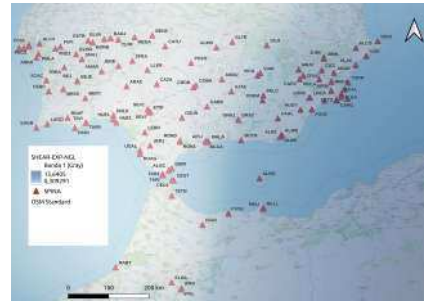


Figura B.12: Cizallamiento



Figura B.13: Dilatación

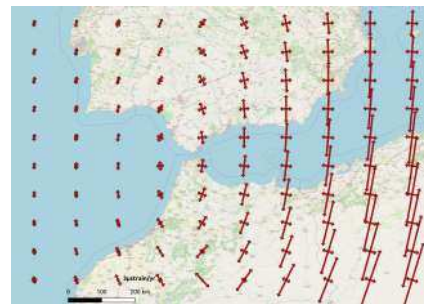


Figura B.14: Tensores esfuerzo-deformación

Figura B.15: Aplicación del plugin Q-Str2-Models con EXPONENCIAL a las velocidades obtenidas del NGL.

B.2 Modelos esfuerzo-Deformación. Velocidades CATS.

AROUND

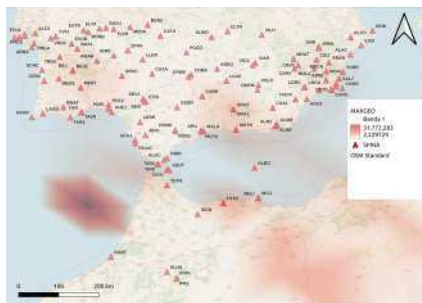


Figura B.16: Deformación



Figura B.17: Cizallamiento

B. ANEXO II: RESULTADOS OBTENIDOS MEDIANTE Q-STR2-MODELS.

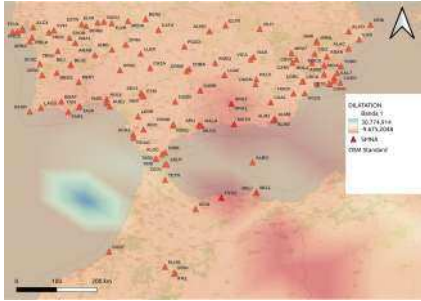


Figura B.18: Dilatación

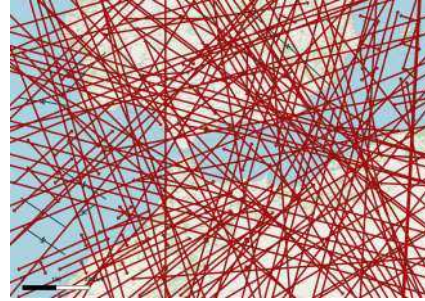


Figura B.19: Tensores esfuerzo-deformación

Figura B.20: Aplicación del plugin Q-Str2-Models con AROUND a las velocidades obtenidas del análisis CATS.

DELAUNAY



Figura B.21: Deformación



Figura B.22: Cizallamiento



Figura B.23: Dilatación

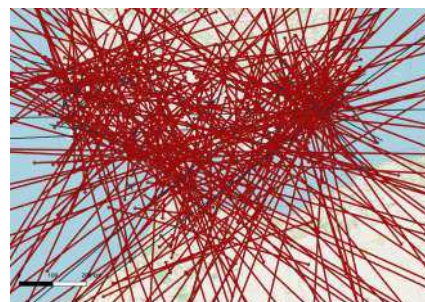


Figura B.24: Tensores esfuerzo-deformación

Figura B.25: Aplicación del plugin Q-Str2-Models con DELAUNAY a las velocidades obtenidas del análisis CATS.

EXPONENCIAL



Figura B.26: Deformación



Figura B.27: Cizallamiento



Figura B.28: Dilatación



Figura B.29: Tensores esfuerzo-deformación

Figura B.30: Aplicación del plugin Q-Str2-Models con EXPONENCIAL a las velocidades obtenidas del análisis CATS.

Anexo III: Resultados

En este anexo se mostrarán los resultados obtenidos de aplicar la metodología para algunas estaciones. No se adjuntan todas las estaciones por el volumen que podría ocupar el archivo.

Estación ABAN (Abanilla, Murcia)

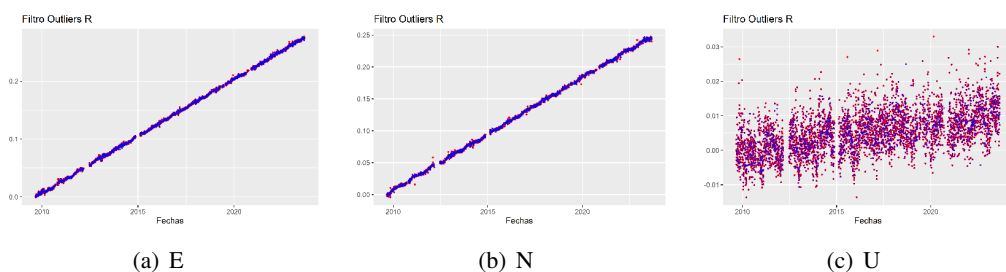


Figura C.1: Filtro Outliers R

C. ANEXO III: RESULTADOS

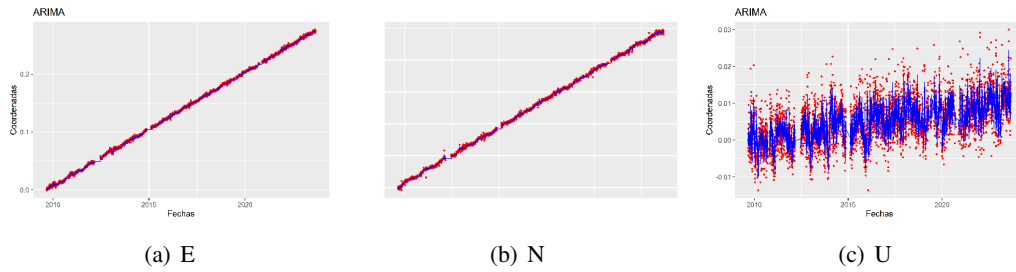


Figura C.2: Modelo ARIMA

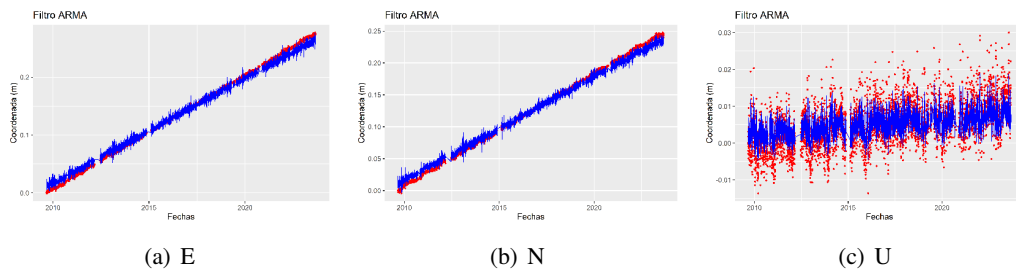


Figura C.3: Modelo ARMA

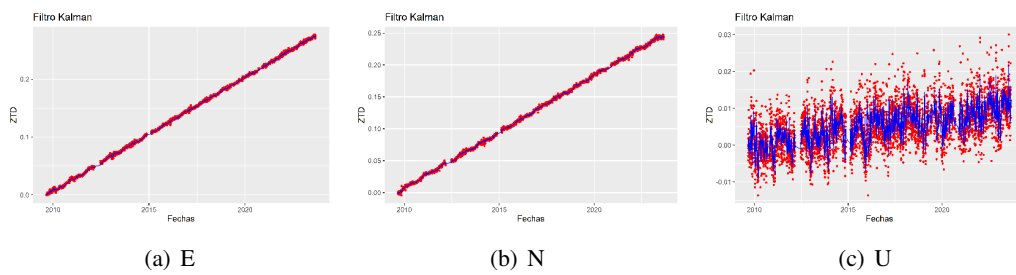


Figura C.4: Técnica Kalman

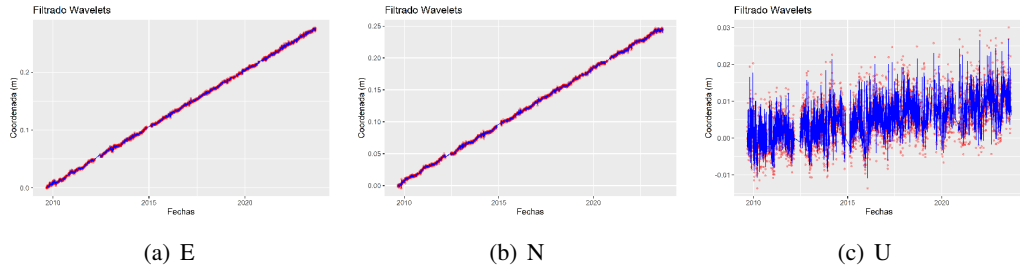


Figura C.5: Análisis Wavelet

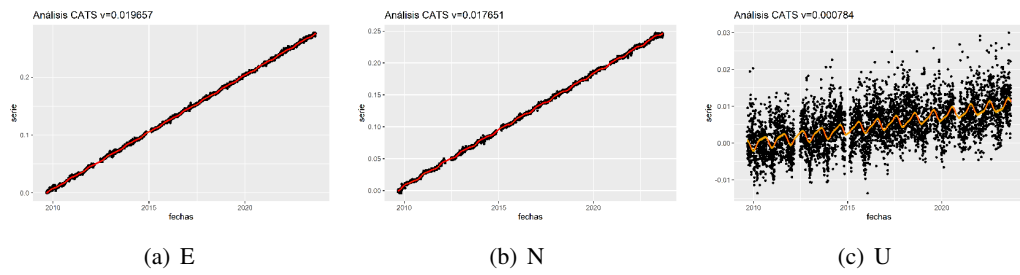


Figura C.6: Análisis CATS

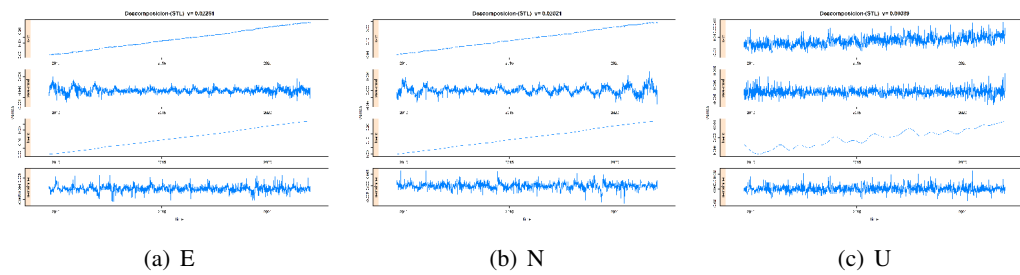


Figura C.7: Descomposición STL

C. ANEXO III: RESULTADOS

Estación ALCO (Alcoi, Alicante)

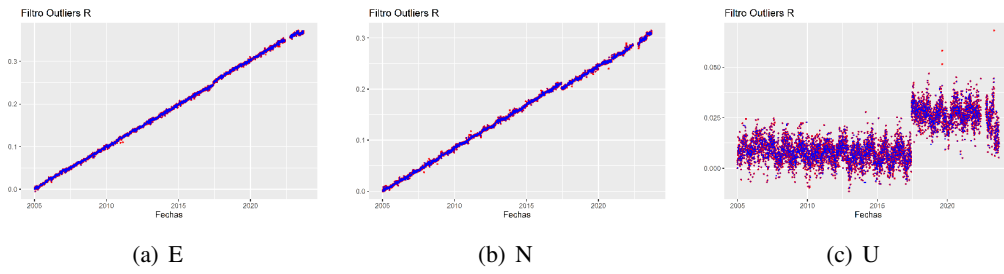


Figura C.8: Filtro Outliers R

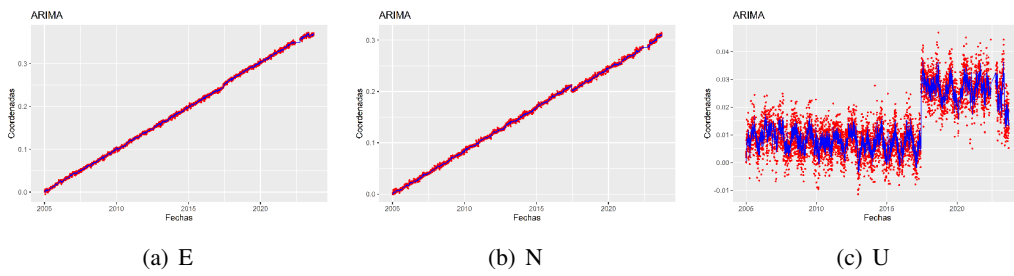


Figura C.9: Modelo ARIMA

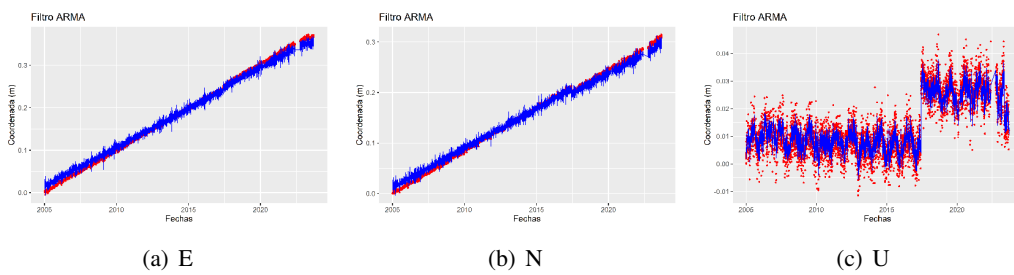


Figura C.10: Modelo ARMA

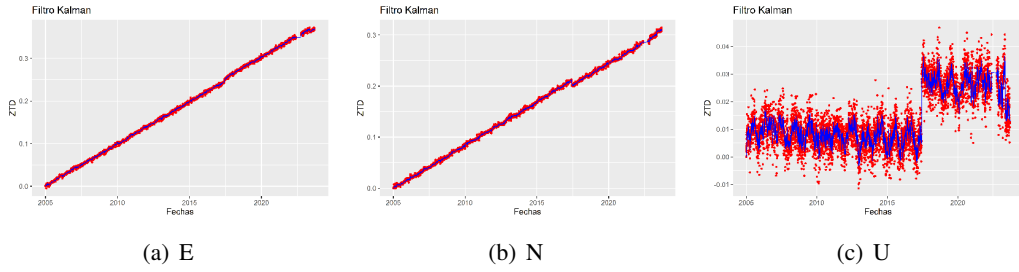


Figura C.11: Técnica Kalman

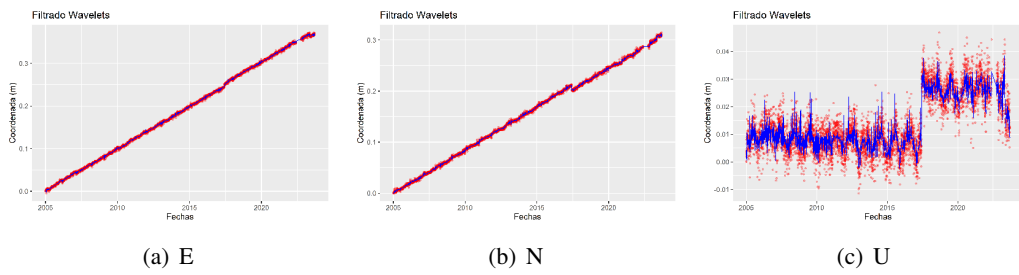


Figura C.12: Análisis Wavelet

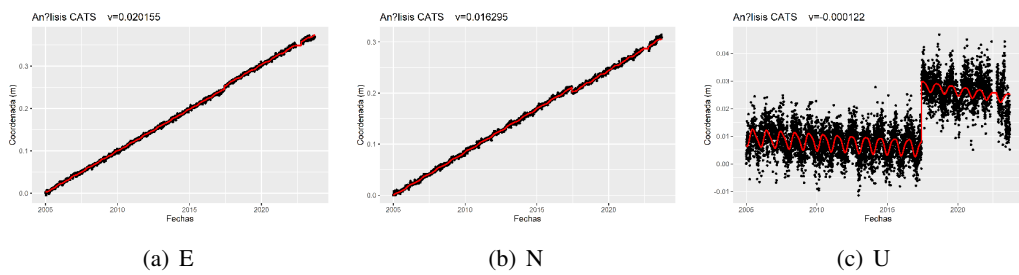


Figura C.13: Análisis CATS

C. ANEXO III: RESULTADOS

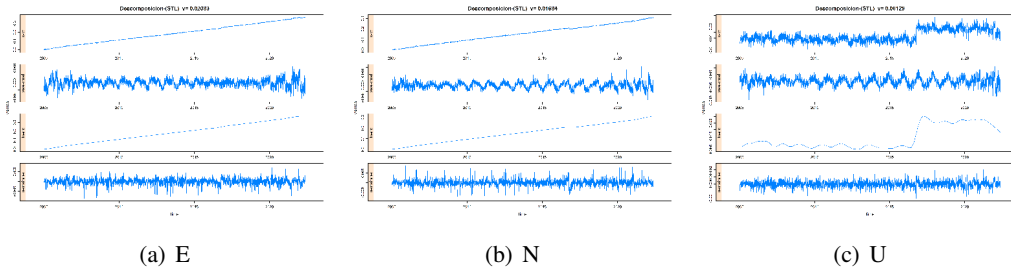


Figura C.14: Descomposición STL

Estación ALGC (Algeiras, Cádiz)

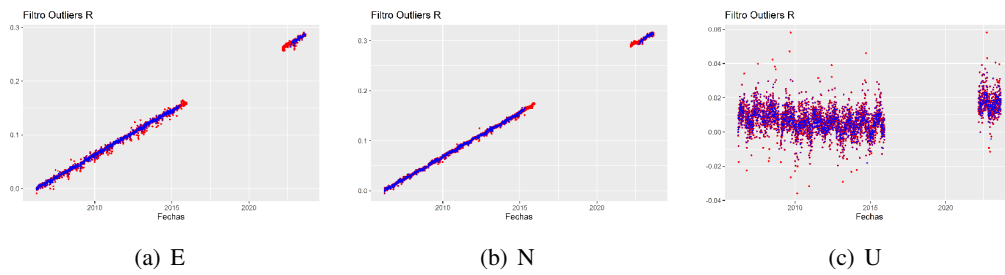


Figura C.15: Filtro Outliers R

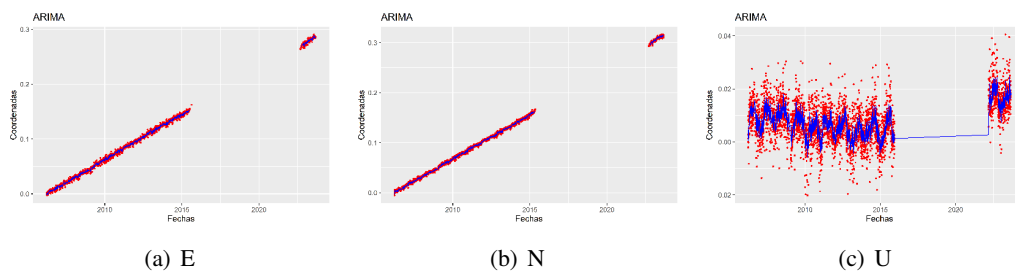


Figura C.16: Modelo ARIMA

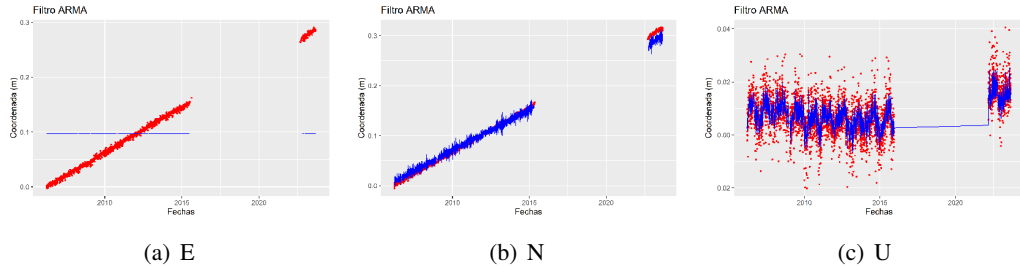


Figura C.17: Modelo ARMA

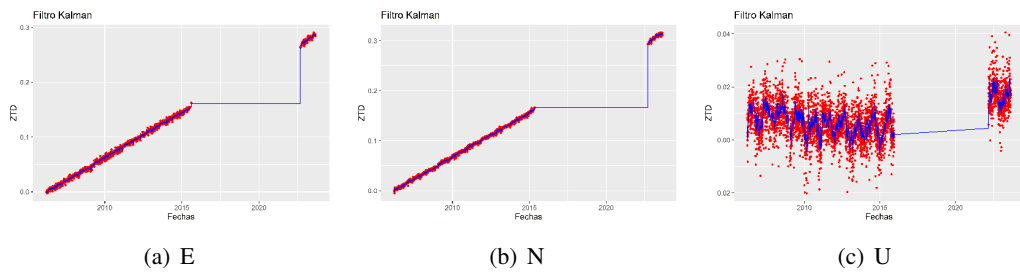


Figura C.18: Técnica Kalman

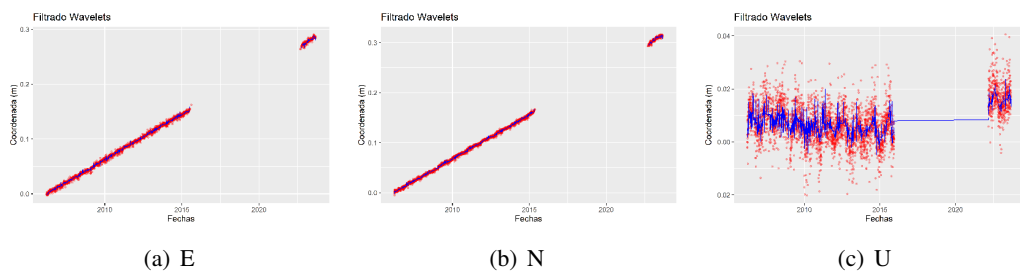


Figura C.19: Análisis Wavelet

C. ANEXO III: RESULTADOS

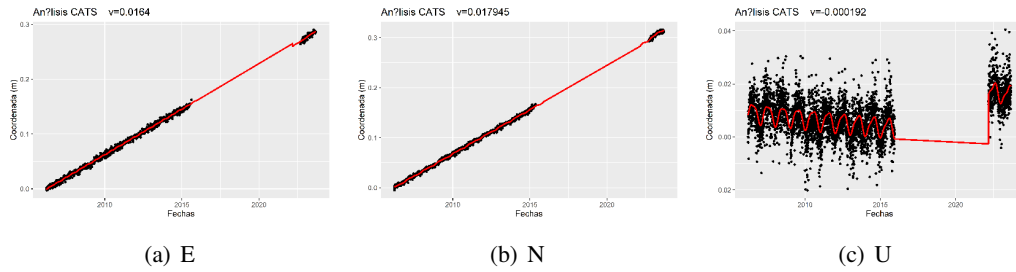


Figura C.20: Análisis CATS

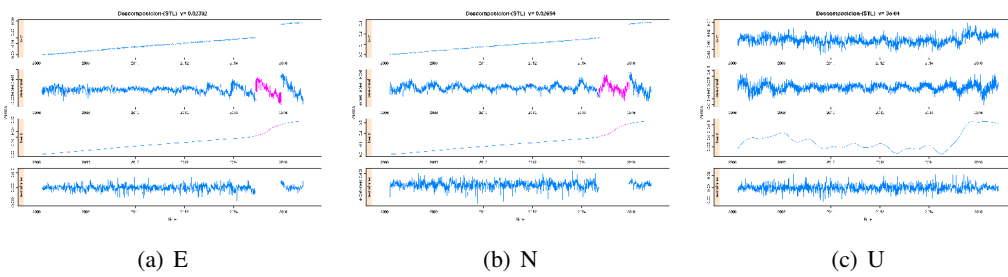


Figura C.21: Descomposición STL

Estación ALMR (Almería, Almería)

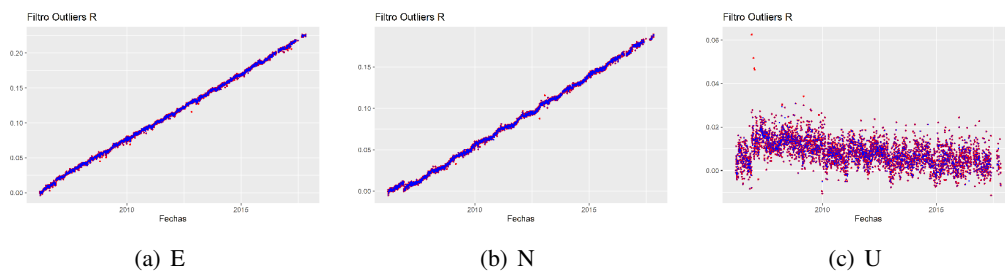


Figura C.22: Filtro Outliers R

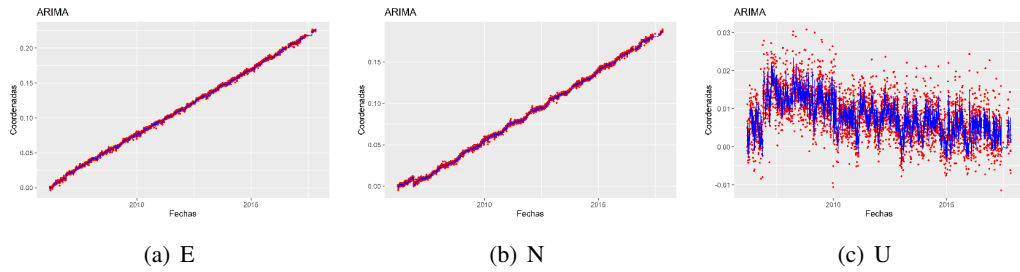


Figura C.23: Modelo ARIMA

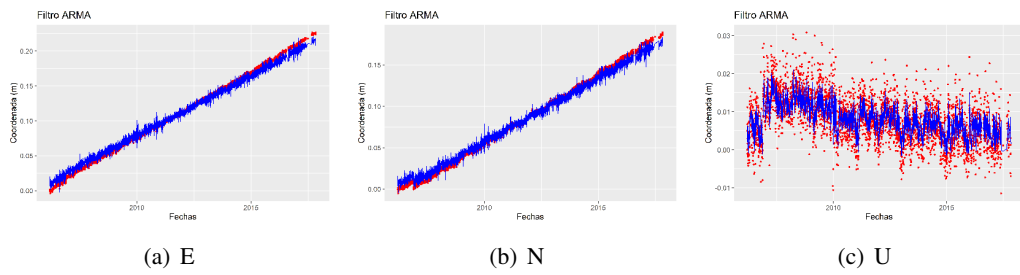


Figura C.24: Modelo ARMA

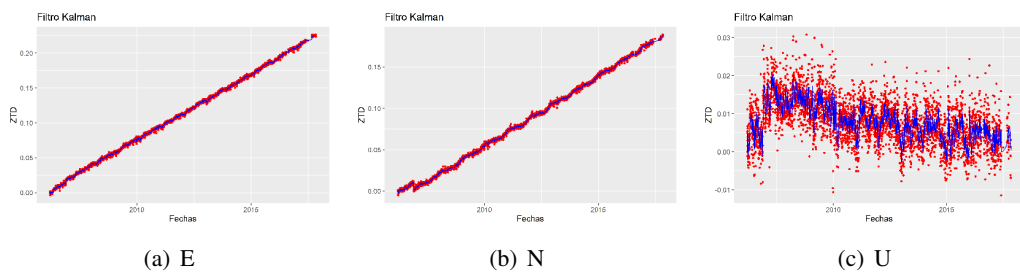


Figura C.25: Técnica Kalman

C. ANEXO III: RESULTADOS

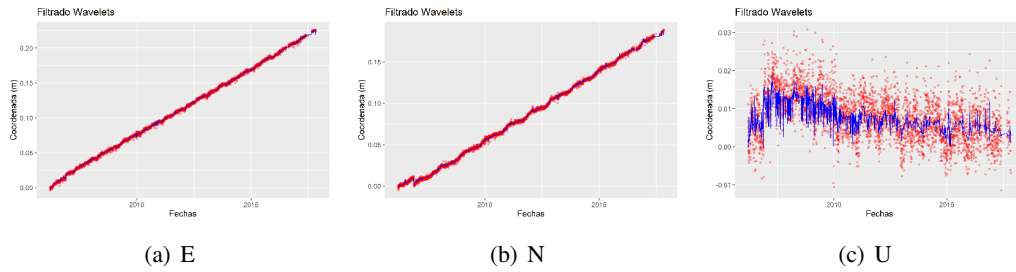


Figura C.26: Análisis Wavelet

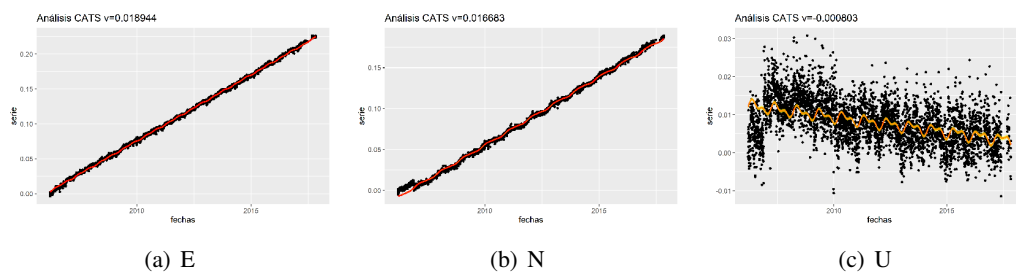


Figura C.27: Análisis CATS

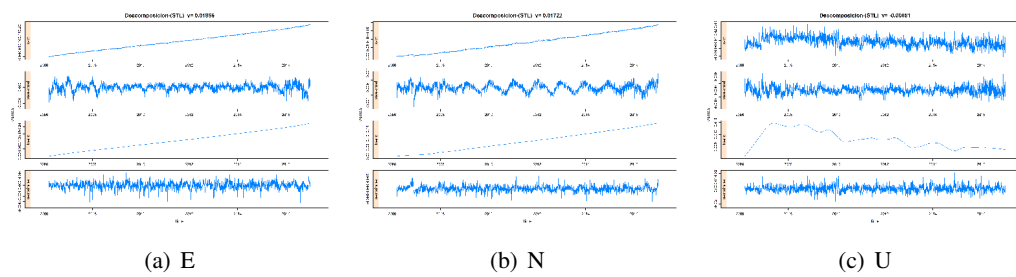


Figura C.28: Descomposición STL

Estación ANDU (Andújar, Jaén)

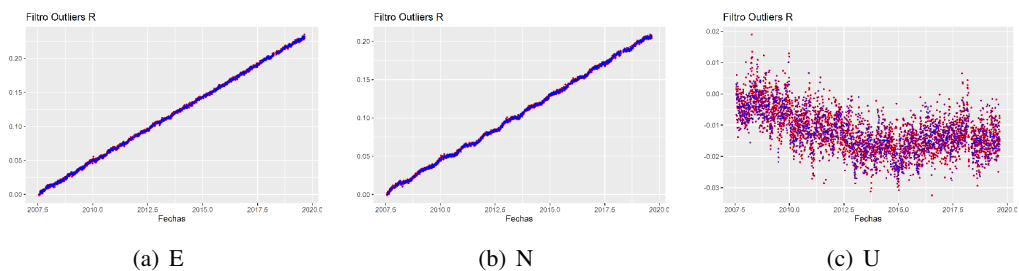


Figura C.29: Filtro Outliers R

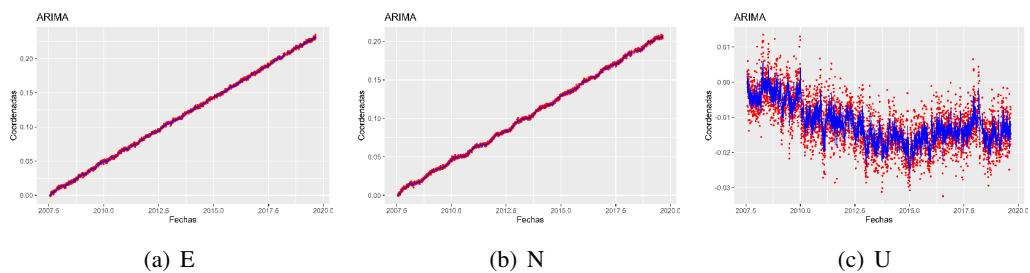


Figura C.30: Modelo ARIMA

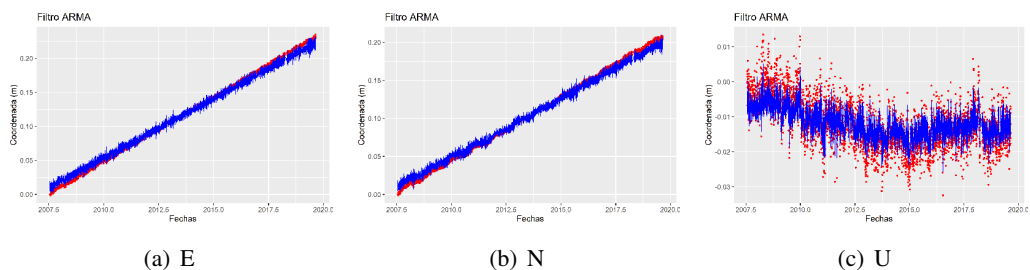


Figura C.31: Modelo ARMA

C. ANEXO III: RESULTADOS

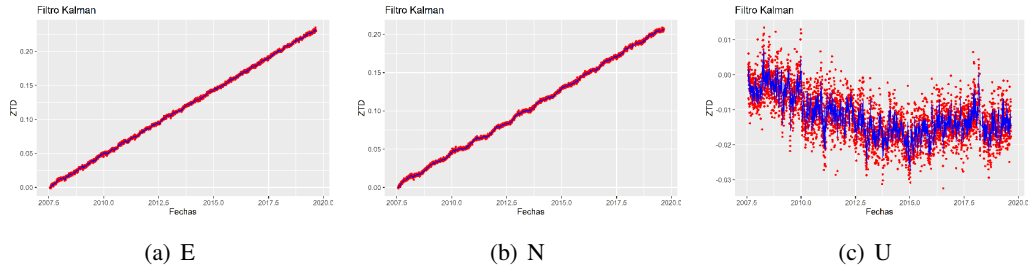


Figura C.32: Técnica Kalman

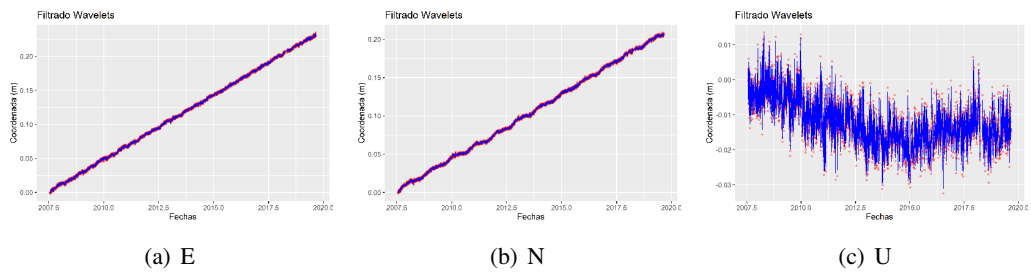


Figura C.33: Análisis Wavelet

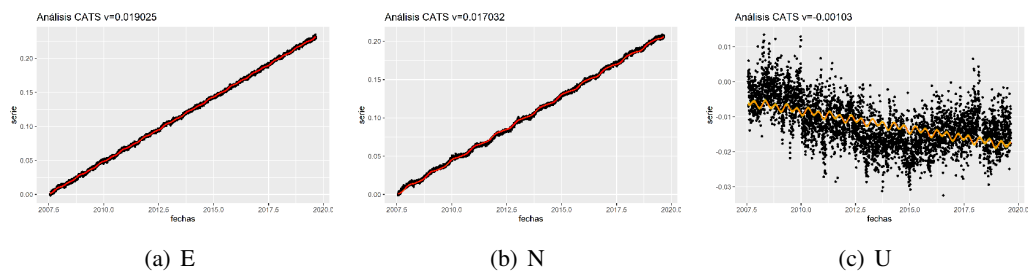


Figura C.34: Análisis CATS

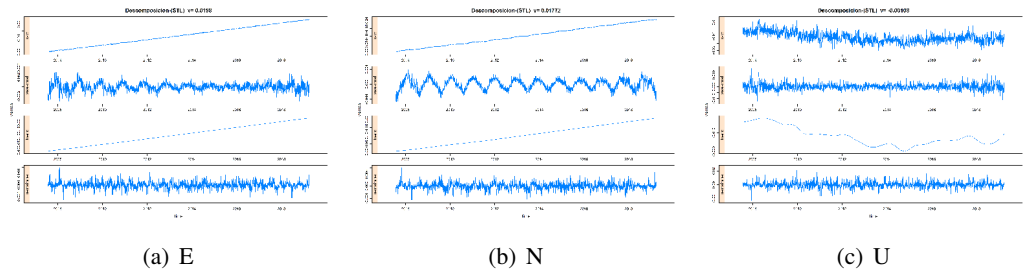


Figura C.35: Descomposición STL

Estación BADI (Badajoz, Extremadura)

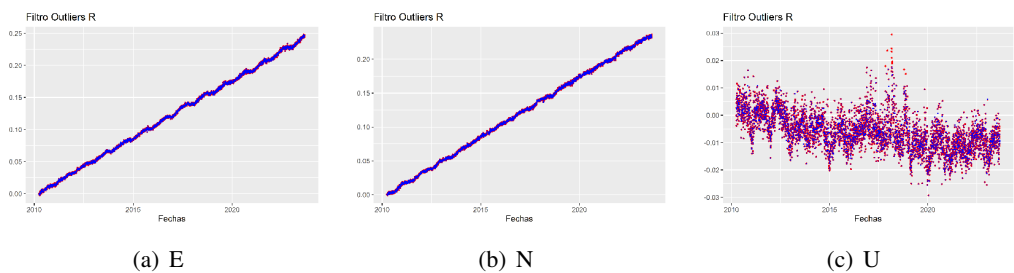


Figura C.36: Filtro Outliers R

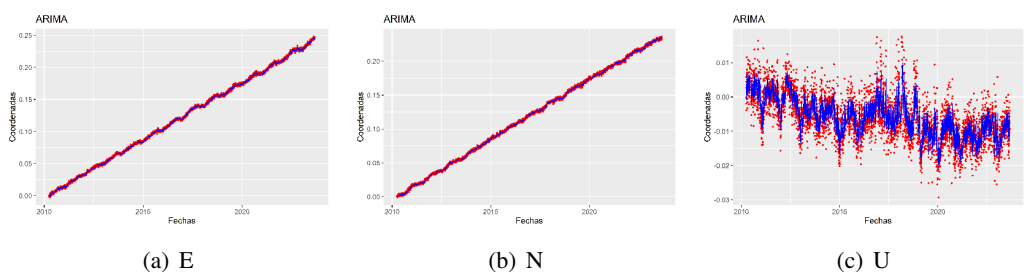


Figura C.37: Modelo ARIMA

C. ANEXO III: RESULTADOS

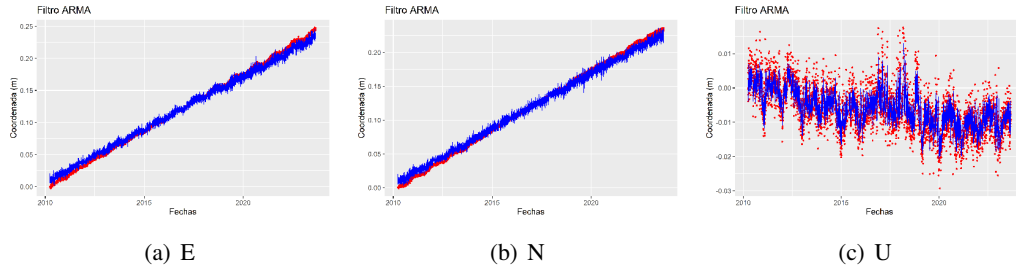


Figura C.38: Modelo ARMA

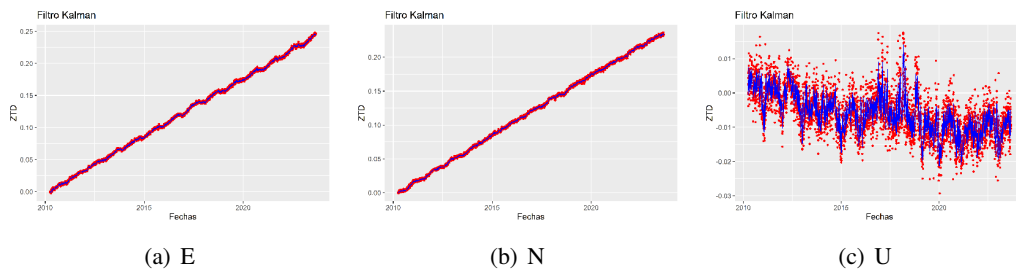


Figura C.39: Técnica Kalman

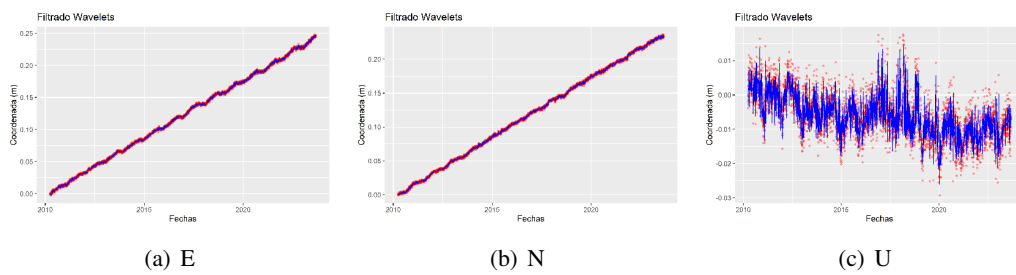


Figura C.40: Análisis Wavelet

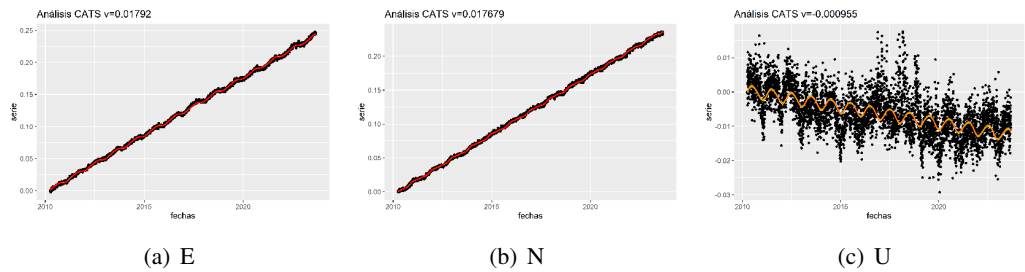


Figura C.41: Análisis CATS

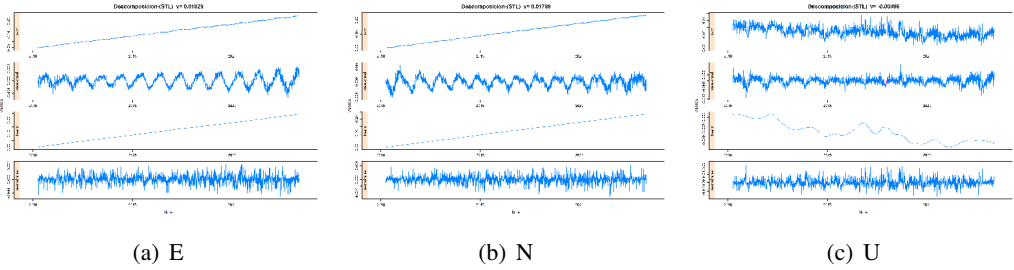


Figura C.42: Descomposición STL

Estación BORB (Borba, Portugal)

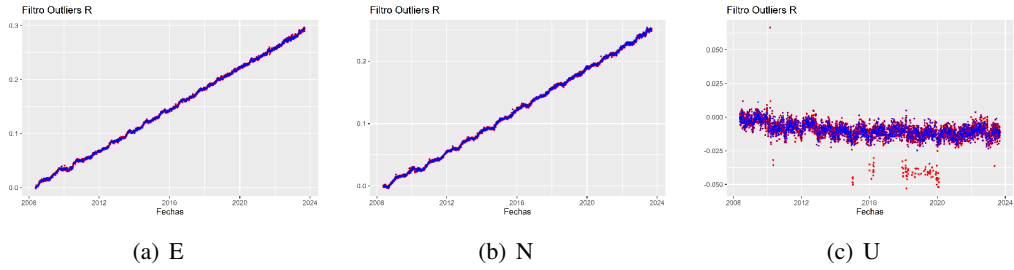


Figura C.43: Filtro Outliers R

C. ANEXO III: RESULTADOS

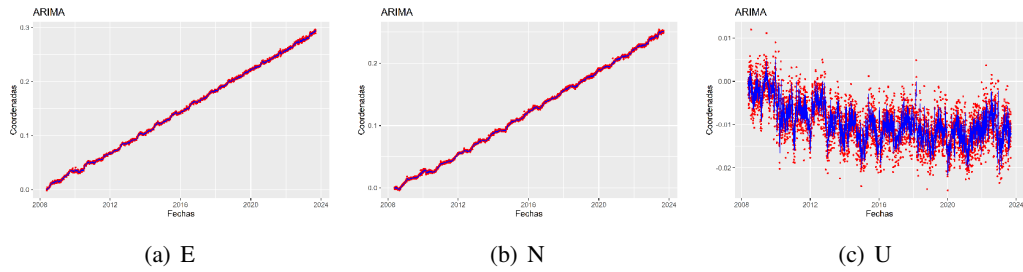


Figura C.44: Modelo ARIMA

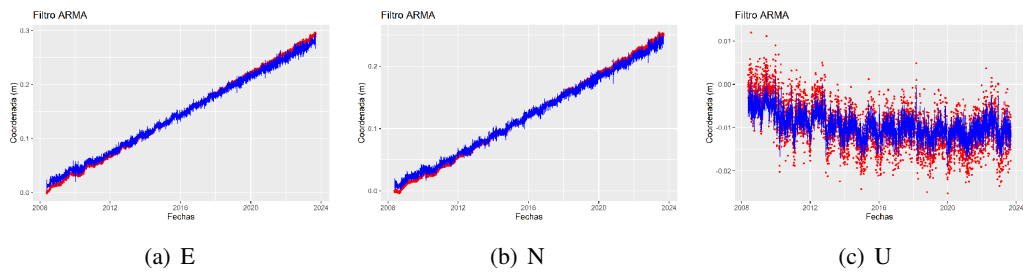


Figura C.45: Modelo ARMA

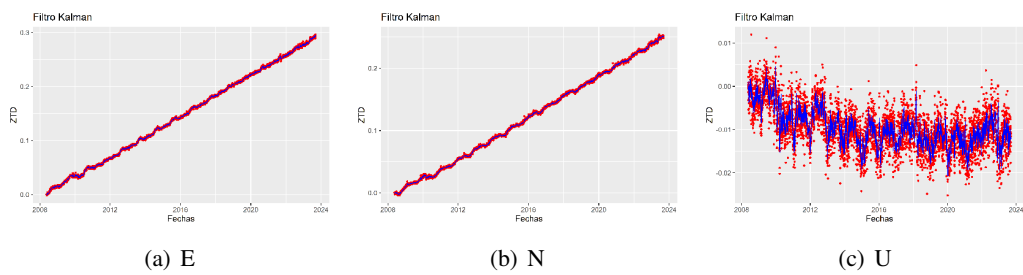


Figura C.46: Técnica Kalman

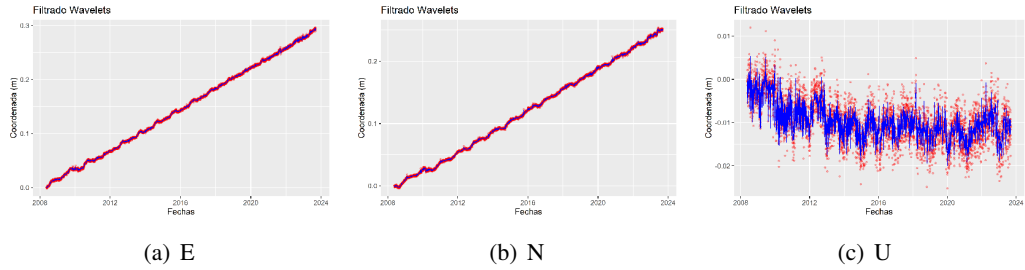


Figura C.47: Análisis Wavelet

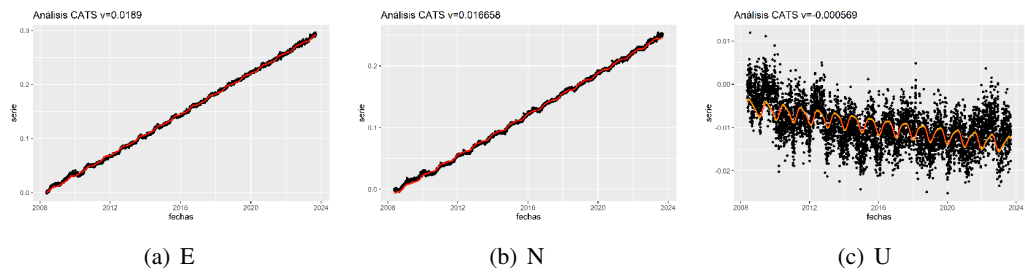


Figura C.48: Análisis CATS

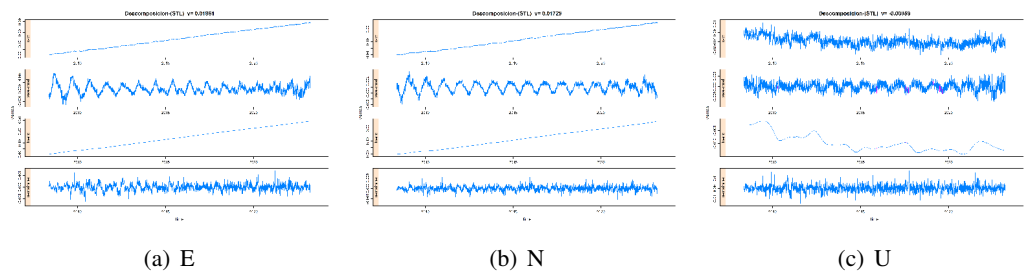


Figura C.49: Descomposición STL

C. ANEXO III: RESULTADOS

Estación CASC (Cascais, Portugal)

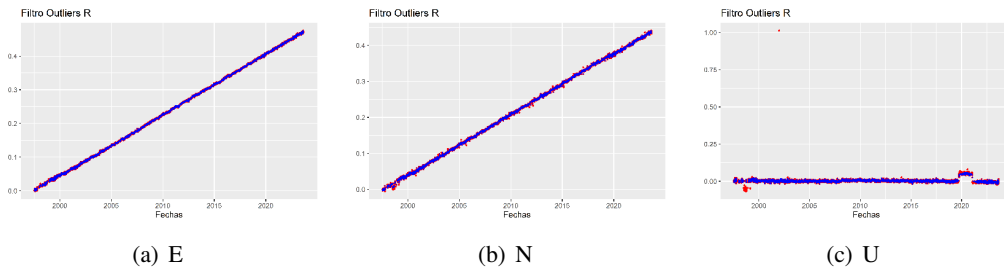


Figura C.50: Filtro Outliers R

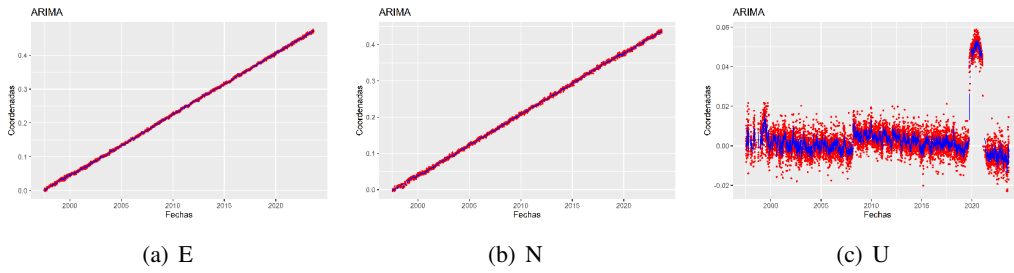


Figura C.51: Modelo ARIMA

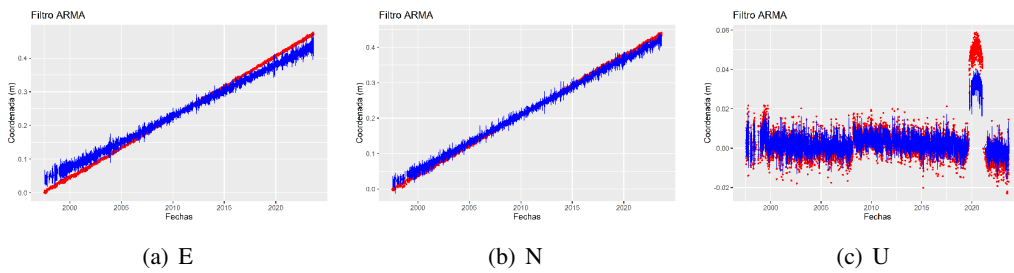


Figura C.52: Modelo ARMA

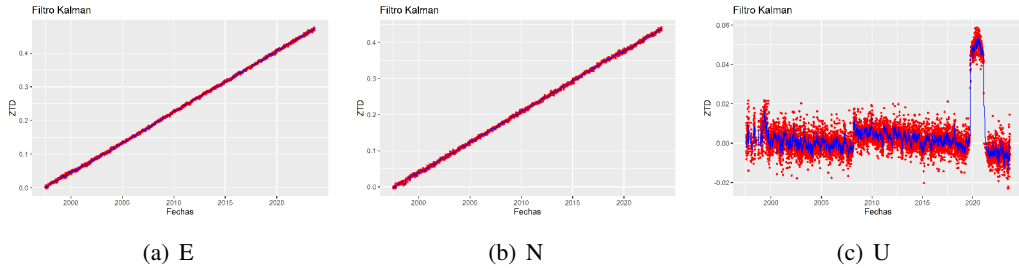


Figura C.53: Técnica Kalman

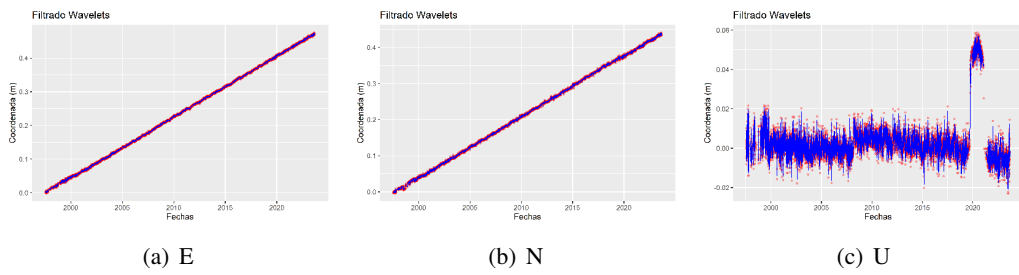


Figura C.54: Análisis Wavelet

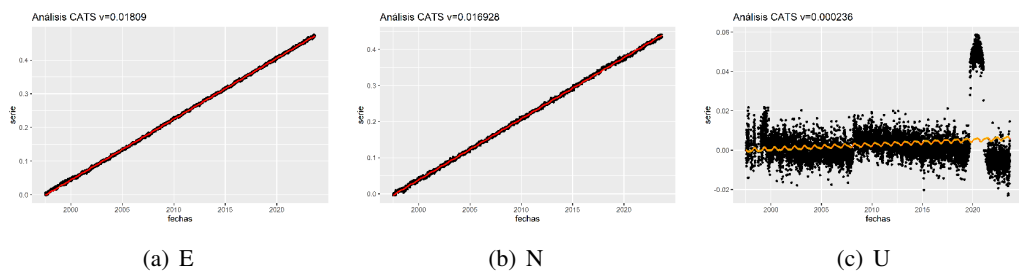


Figura C.55: Análisis CATS

C. ANEXO III: RESULTADOS

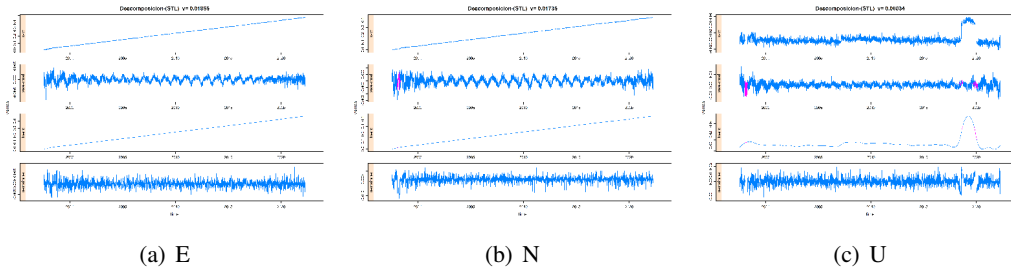


Figura C.56: Descomposición STL

Estación FCUL (Lisboa, Portugal)

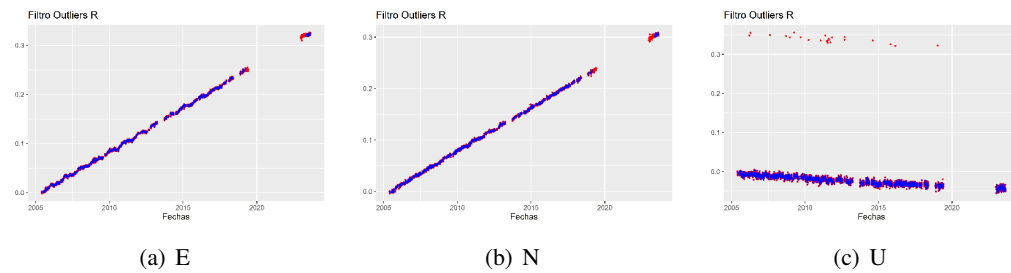


Figura C.57: Filtro Outliers R

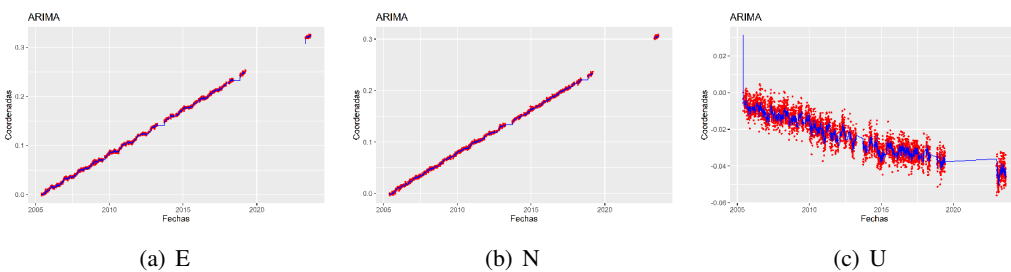


Figura C.58: Modelo ARIMA

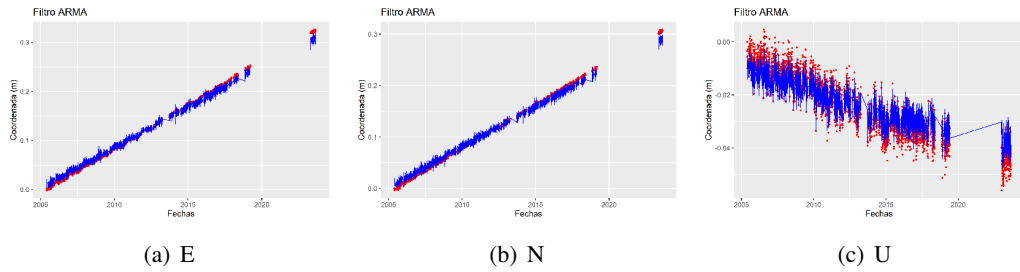


Figura C.59: Modelo ARMA

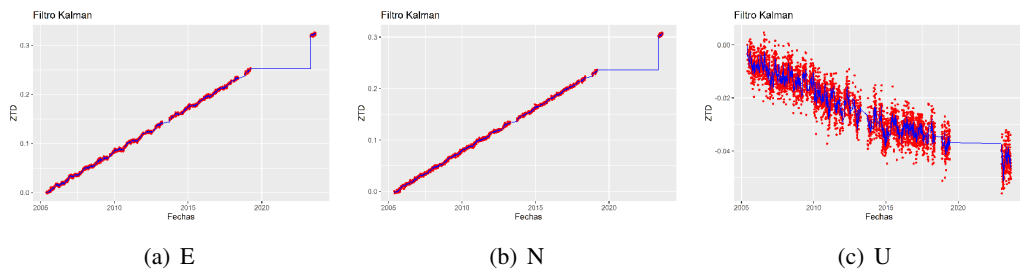


Figura C.60: Técnica Kalman

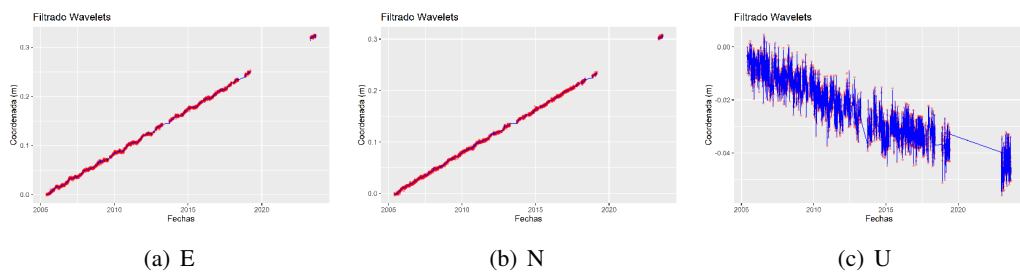


Figura C.61: Análisis Wavelet

C. ANEXO III: RESULTADOS

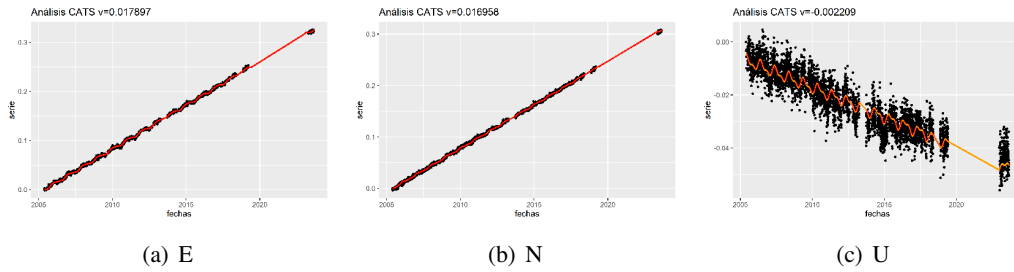


Figura C.62: Análisis CATS

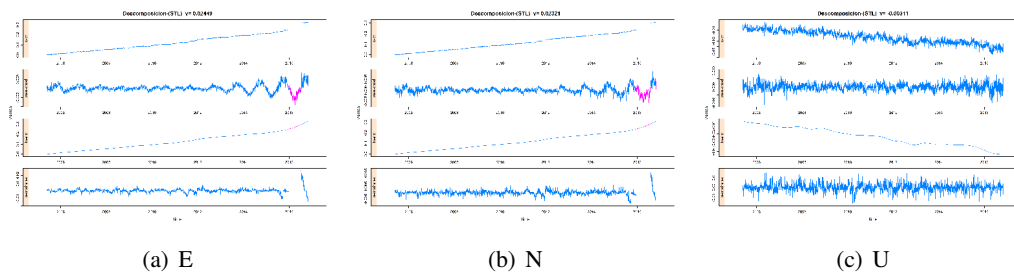


Figura C.63: Descomposición STL

Estación HUEL (Palos de la Frontera, Huelva)

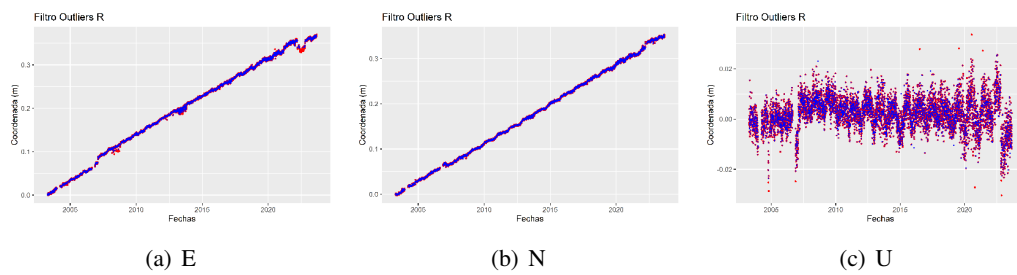


Figura C.64: Filtro Outliers R

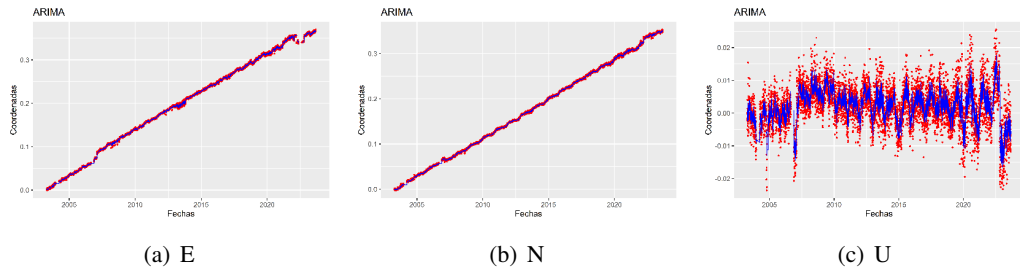


Figura C.65: Modelo ARIMA

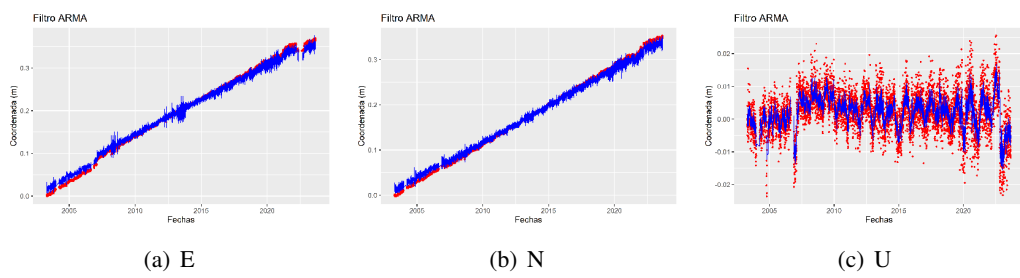


Figura C.66: Modelo ARMA

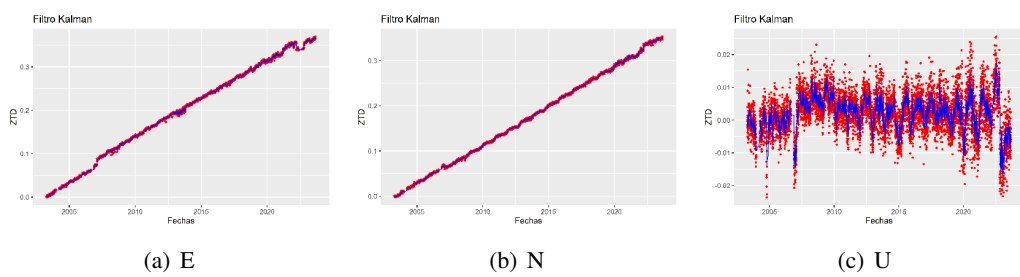


Figura C.67: Técnica Kalman

C. ANEXO III: RESULTADOS

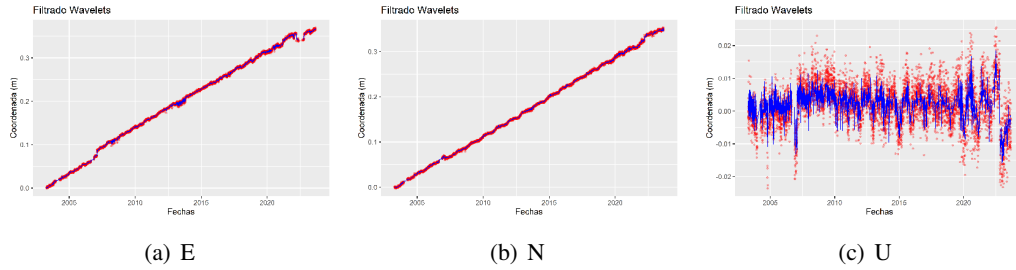


Figura C.68: Análisis Wavelet

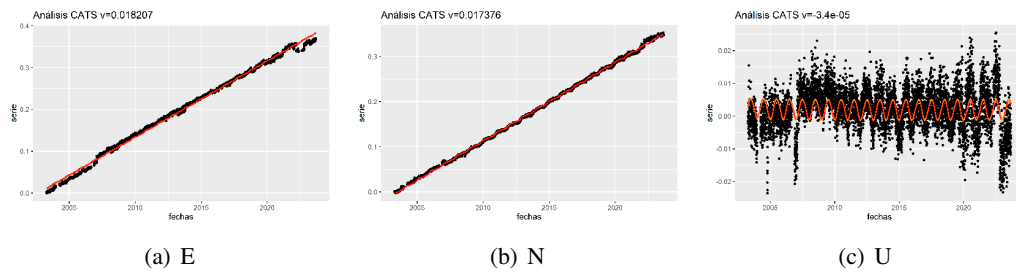


Figura C.69: Análisis CATS

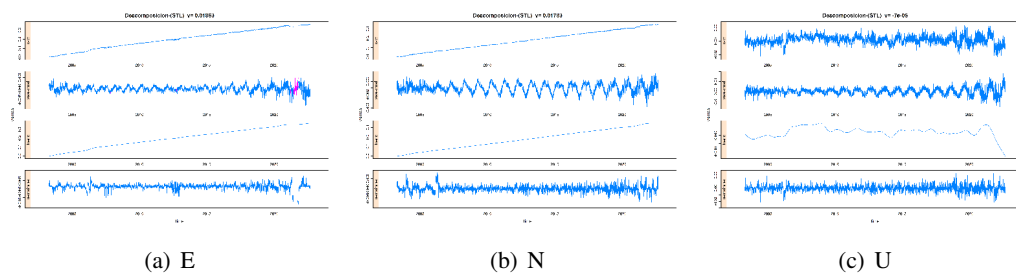


Figura C.70: Descomposición STL

Estación LAGO (Lagos, Portugal)

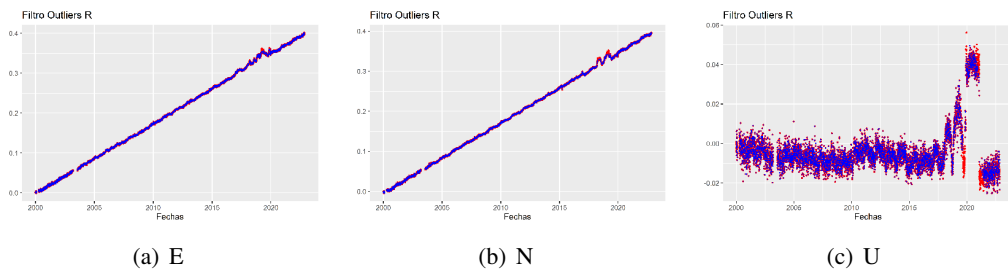


Figura C.71: Filtro Outliers R

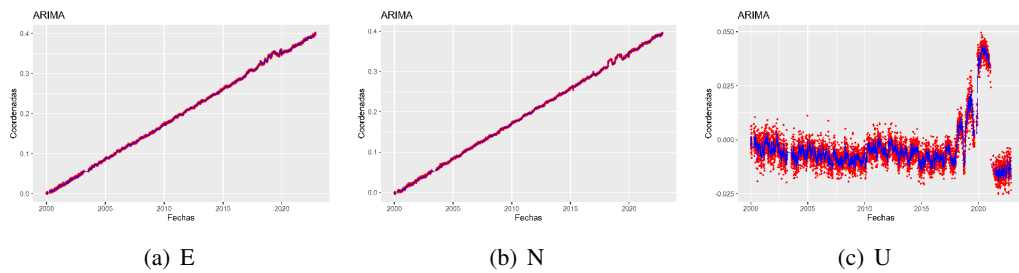


Figura C.72: Modelo ARIMA

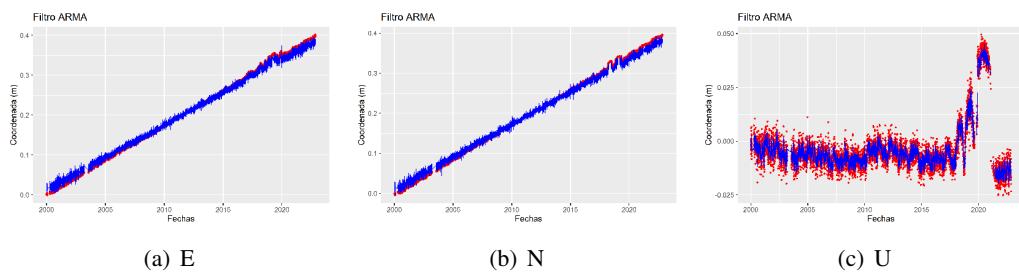


Figura C.73: Modelo ARMA

C. ANEXO III: RESULTADOS

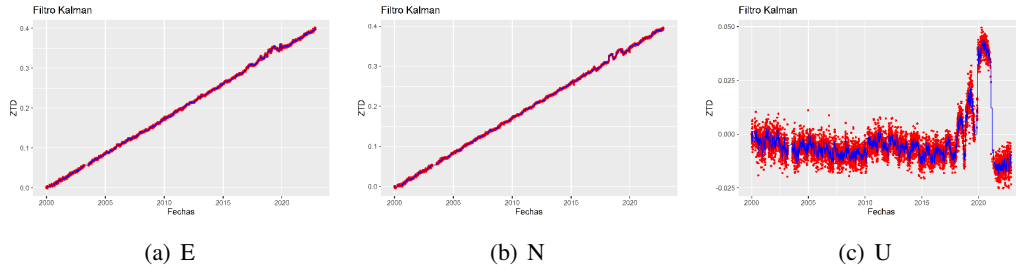


Figura C.74: Técnica Kalman

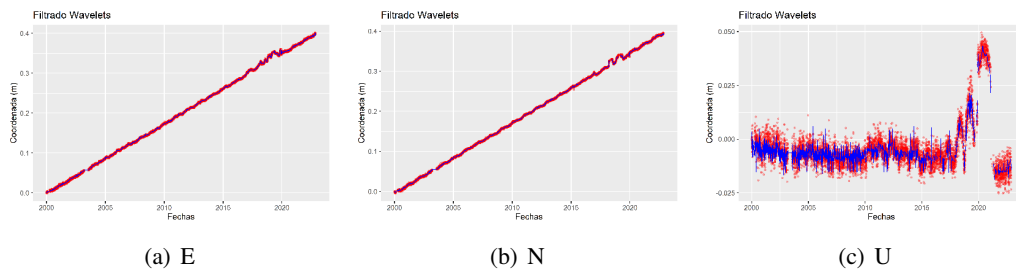


Figura C.75: Análisis Wavelet

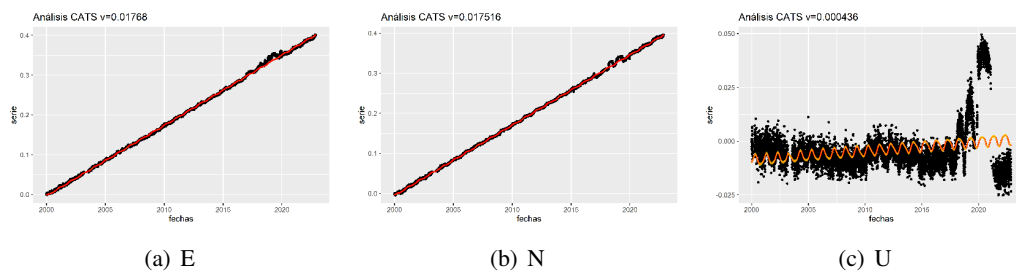


Figura C.76: Análisis CATS

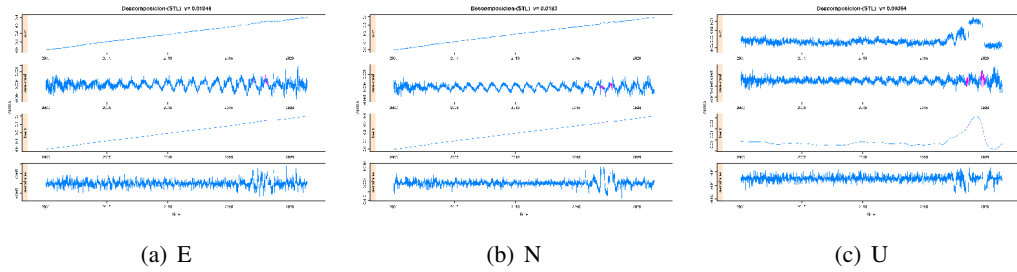


Figura C.77: Descomposición STL

Estación MLLL (Melilla, África)

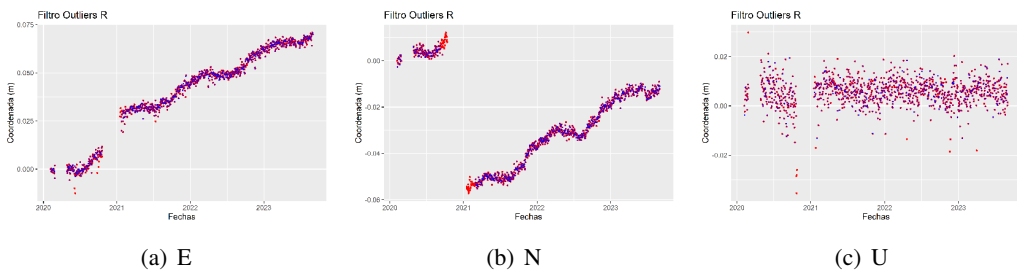


Figura C.78: Filtro Outliers R

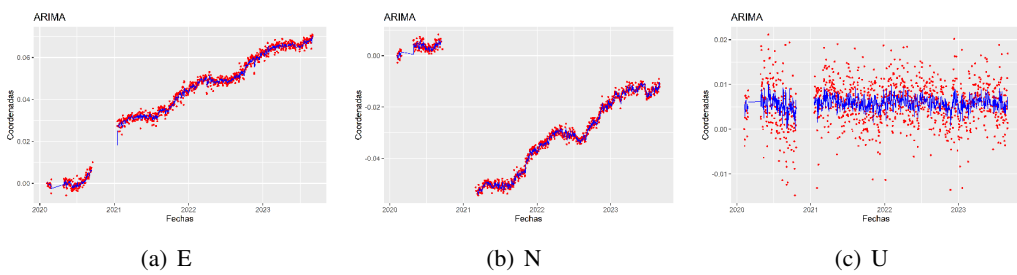


Figura C.79: Modelo ARIMA

C. ANEXO III: RESULTADOS

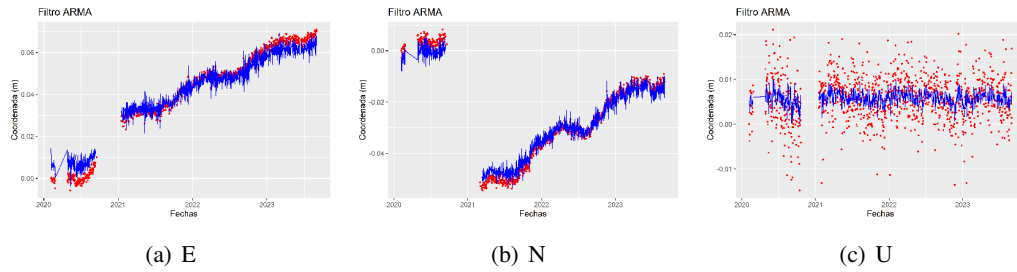


Figura C.80: Modelo ARMA

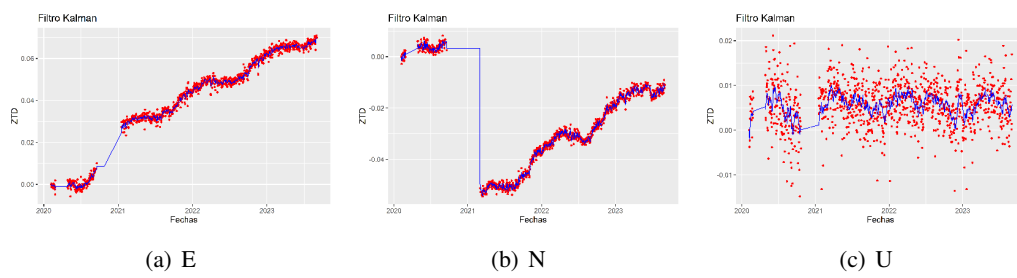


Figura C.81: Técnica Kalman

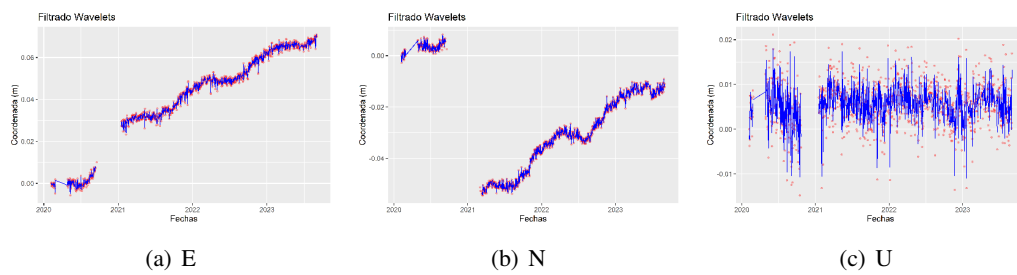


Figura C.82: Análisis Wavelet

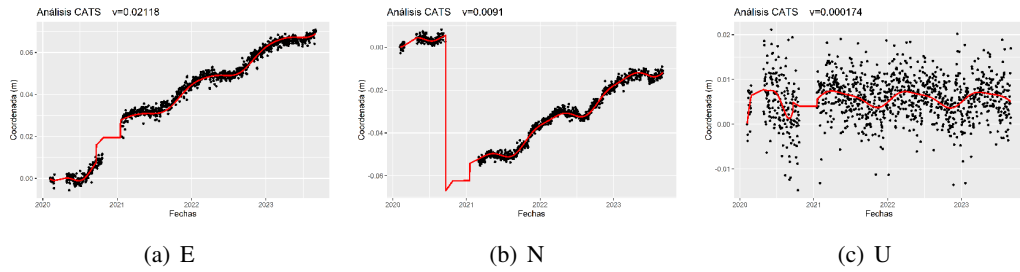


Figura C.83: Análisis CATS

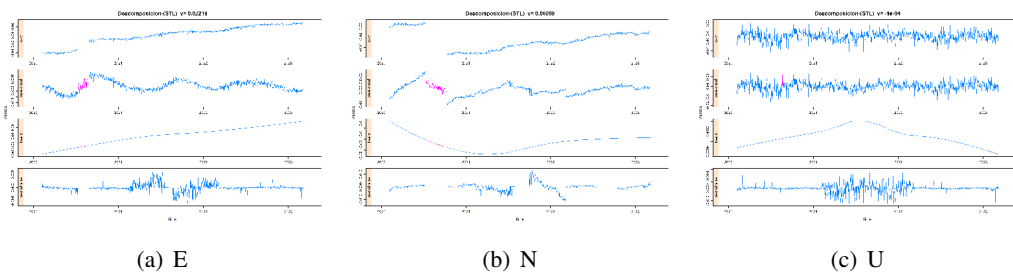


Figura C.84: Descomposición STL

Estación SFER (San Fernando, Cádiz)

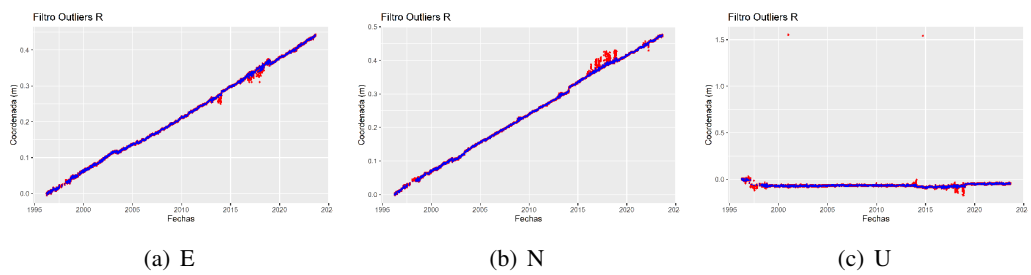


Figura C.85: Filtro Outliers R

C. ANEXO III: RESULTADOS

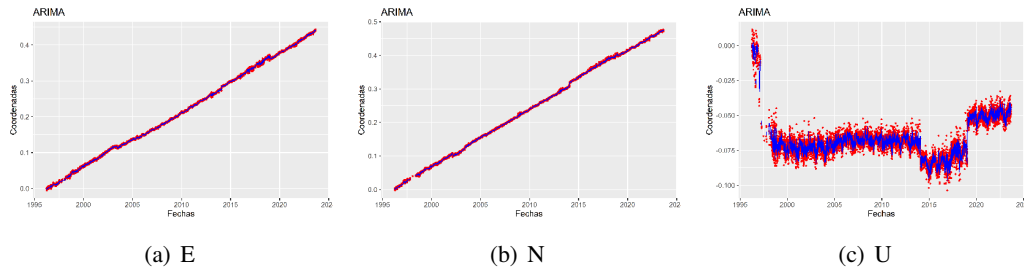


Figura C.86: Modelo ARIMA

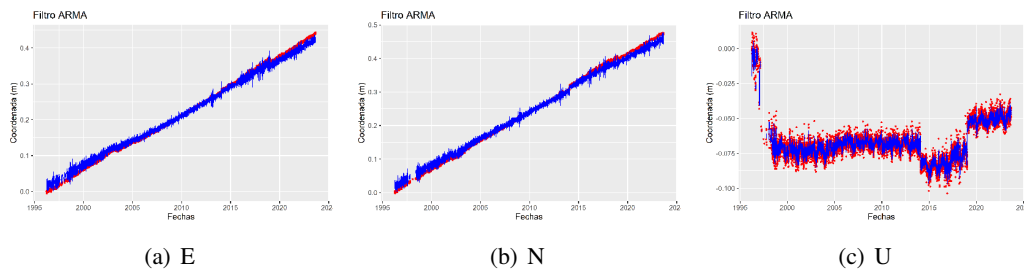


Figura C.87: Modelo ARMA

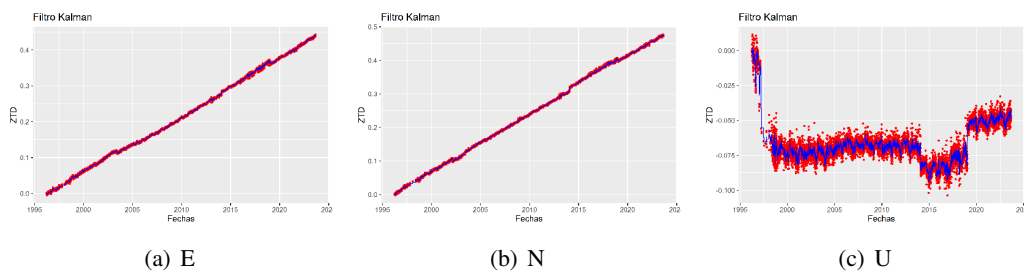


Figura C.88: Técnica Kalman

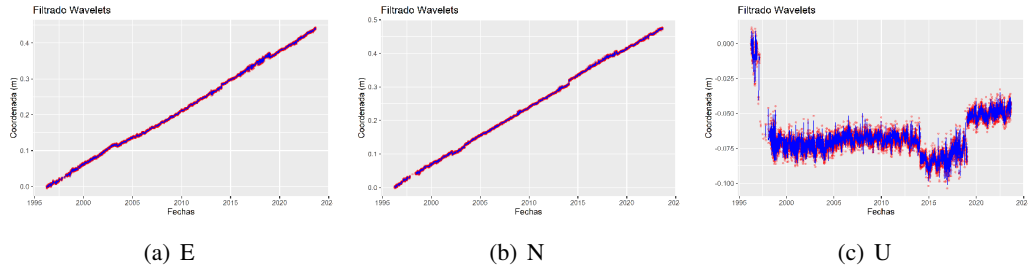


Figura C.89: Análisis Wavelet

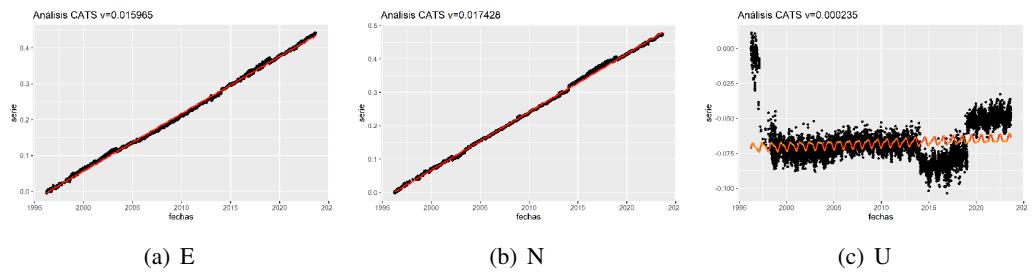


Figura C.90: Análisis CATS

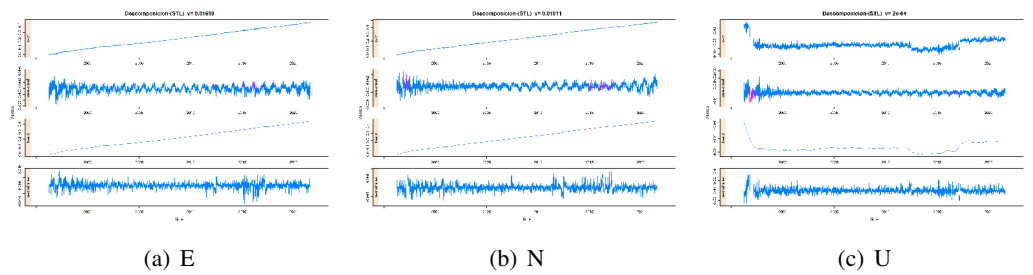


Figura C.91: Descomposición STL

C. ANEXO III: RESULTADOS

Estación ROAG (San Fernando, Cádiz)

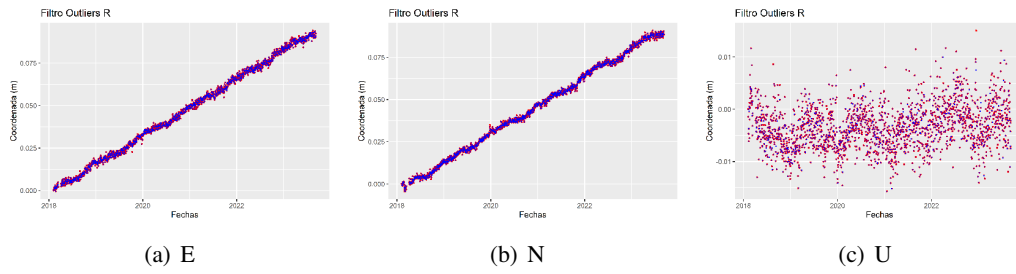


Figura C.92: Filtro Outliers R

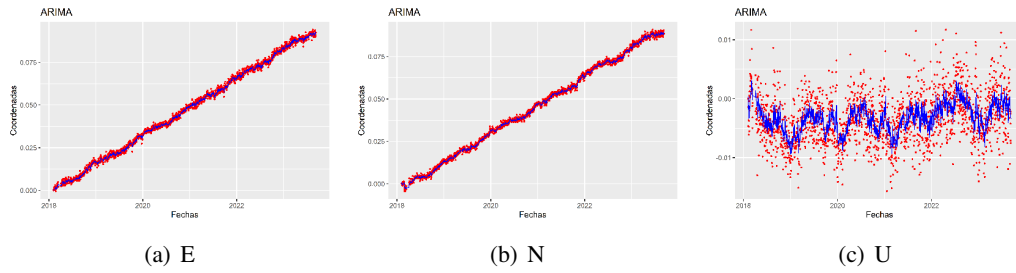


Figura C.93: Modelo ARIMA

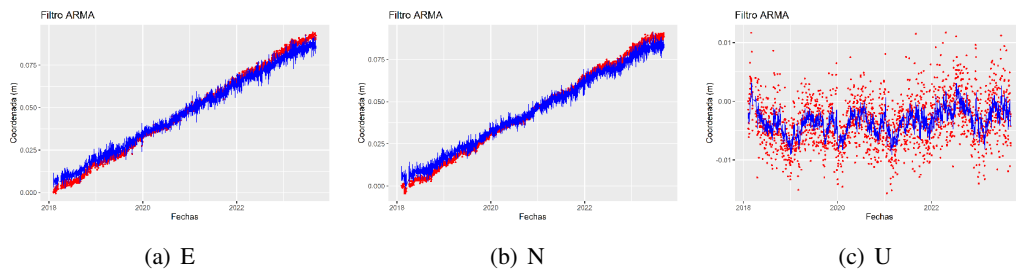


Figura C.94: Modelo ARMA

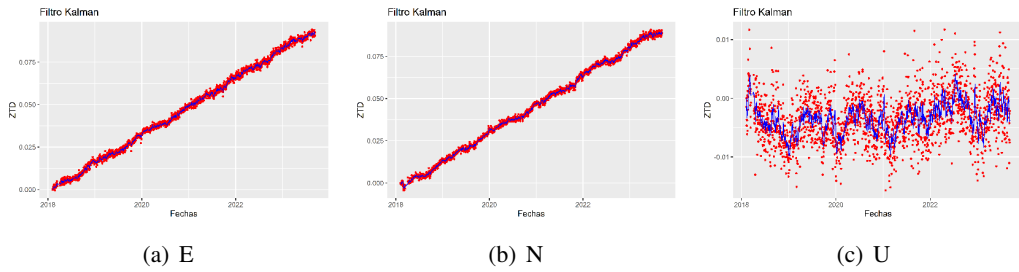


Figura C.95: Técnica Kalman

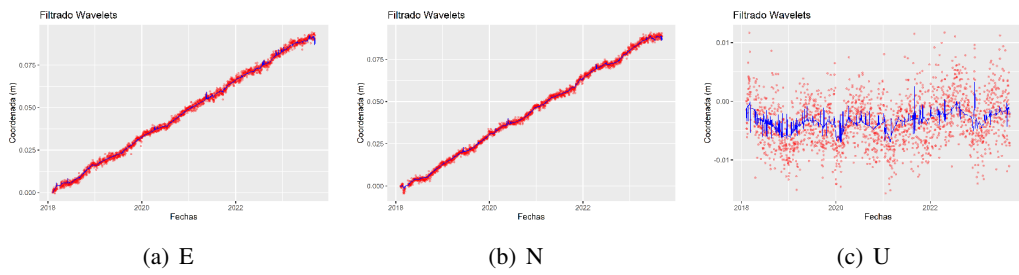


Figura C.96: Análisis Wavelet

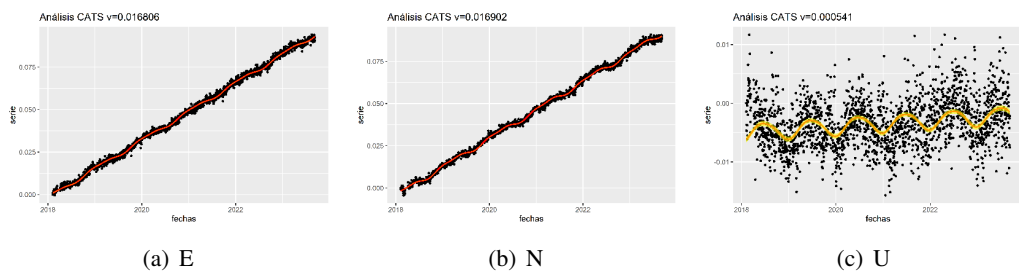


Figura C.97: Análisis CATS

C. ANEXO III: RESULTADOS

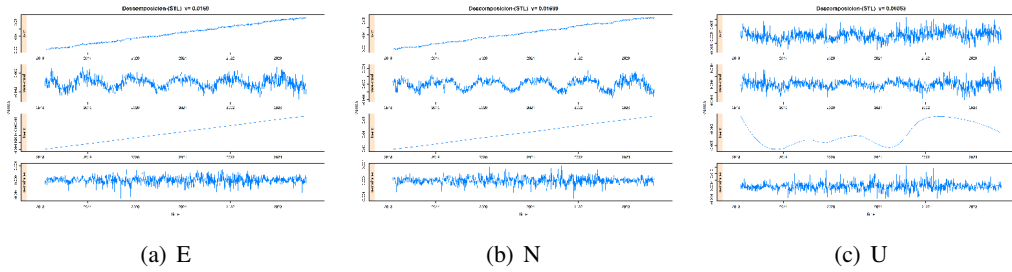


Figura C.98: Descomposición STL

Estación ROAP (San Fernando, Cádiz)

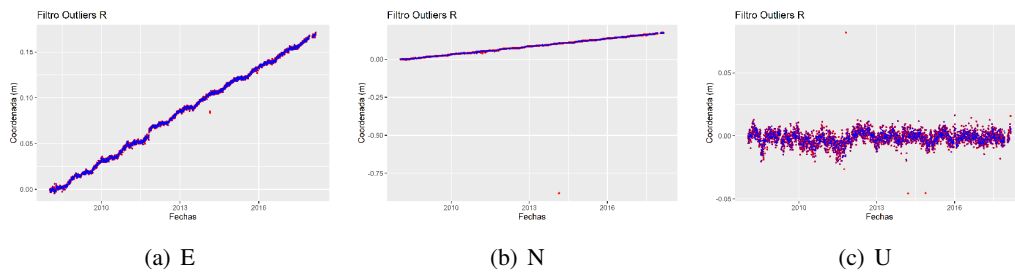


Figura C.99: Filtro Outliers R

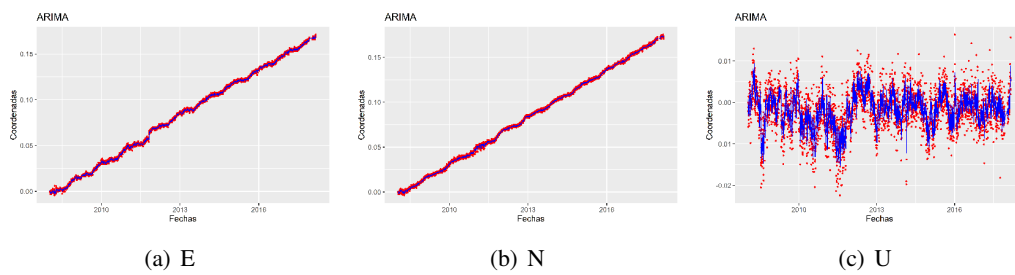


Figura C.100: Modelo ARIMA

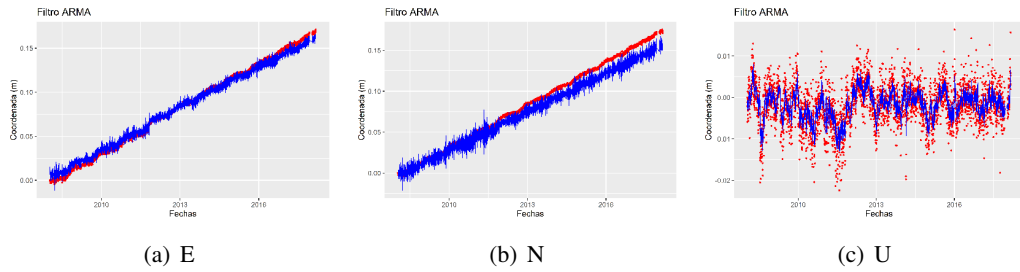


Figura C.101: Modelo ARMA

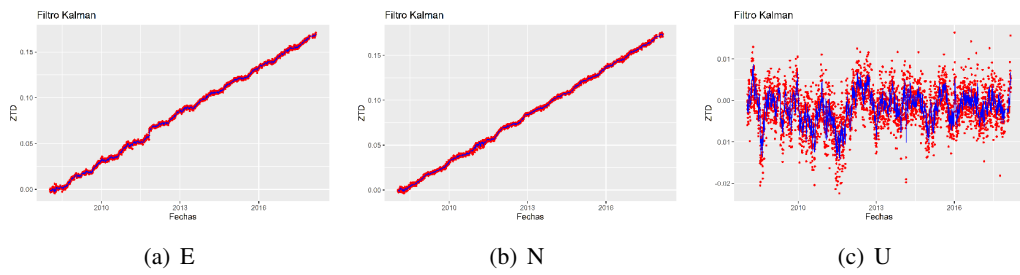


Figura C.102: Técnica Kalman

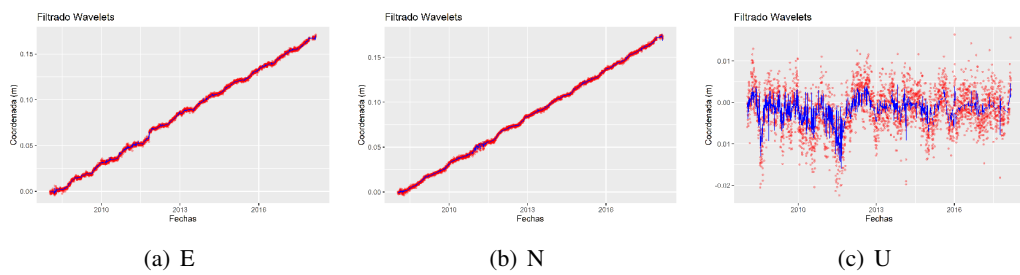


Figura C.103: Análisis Wavelet

C. ANEXO III: RESULTADOS

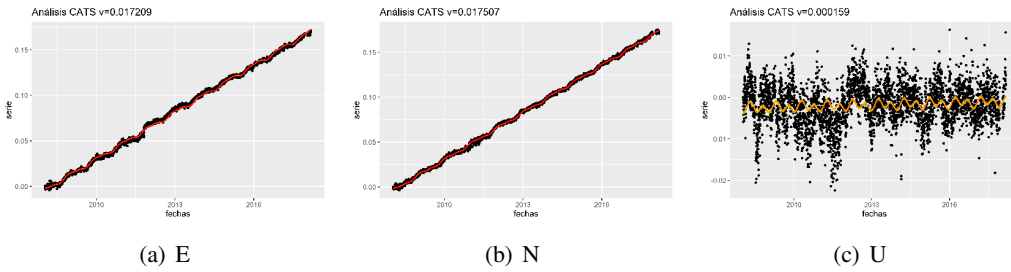


Figura C.104: Análisis CATS

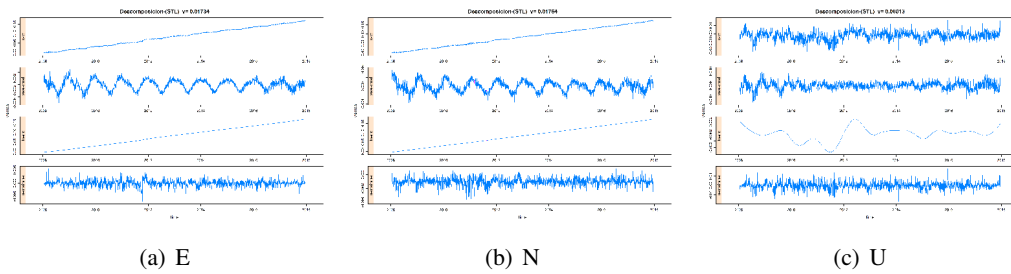


Figura C.105: Descomposición STL

Bibliografía

- [1] S. Mallat. *A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation*, volume 11(7). 1989. 24
- [2] B. Rosado. *Modelización matemática de la actividad volcánica: análisis de series temporales GNSS, algoritmos de inversión y pronóstico espacio-temporal*. Universidad de Cádiz, 2019. 24
- [3] S.D.P. Williams. *Offsets in Global Positioning System Time Series.*, volume 108. 2003. 27
- [4] S.D.P. Williams. *The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic times series*. 2003. 27, 28, 29
- [5] S.D.P. Williams. *Error analysis of continuous GPS position time series*, volume 109. 2004. 27
- [6] F.N. Teferle. *Strategies for Long-Term Monitoring of tide gauges using GPS*. 2003. 27
- [7] B. Rosado. *Modelización de la deformación superficial en áreas tectónicas mediante la teoría wavelets. Aplicación a la red SPINA*. Universidad de Cádiz, 2014. 28, 29
- [8] J.R.M. Hosking. *Fractional Differencing*, volume 68 (1). 1981. 28
- [9] Elisa Buforn, Mourad Bezzeghoud, Agustín Udías, and Carmen Pro. Seismic sources on the Iberia-African plate boundary and their tectonic implications. *Pure and Applied Geophysics*, 161:623–646, 2004. 39

BIBLIOGRAFÍA

- [10] J-M Nocquet and E Calais. Geodetic measurements of crustal deformation in the western mediterranean and europe. *Pure and applied geophysics*, 161:661–681, 2004. 39
- [11] Elisa Buforn, A Udías, and C Pro. Source mechanism studies of earthquakes in the ibero-maghrebian region and their tectonic implications. *Journal of Seismology*, 20(4):1075–1088, 2016. 39
- [12] Hiroaki Takahashi. Static strain and stress changes in eastern japan due to the 2011 off the pacific coast of tohoku earthquake, as derived from gps data. *Earth, planets and space*, 63:741–744, 2011. 39
- [13] Madhav N Kulkarni, Nisha Radhakrishnan, and Deepa Rai. Global positioning system in disaster monitoring of koyna dam, western maharashtra. *Survey Review*, 38(301):629–636, 2006. 40
- [14] Paola Barba, Belén Rosado, Javier Ramírez-Zelaya, and Manuel Berrocoso. Comparative analysis of statistical and analytical techniques for the study of gnss geodetic time series. *Engineering Proceedings*, 5(1):21, 2021. 40
- [15] B. Rosado, A. Fernández-Ros, A. Jiménez, and M. Berrocoso. Modelo de deformación horizontal GPS de la región sur de la Península Ibérica y norte de áfrica (SPINA). *Boletín Geológico y Minero*, 128 (1):141–156, 2017. 40
- [16] Geoffrey Blewitt, William Hammond, et al. Harnessing the gps data explosion for interdisciplinary science. *Eos*, 99, 2018. 41
- [17] Willy Bertiger, Yoaz Bar-Sever, Angie Dorsey, Bruce Haines, Nate Harvey, Dan Hemberger, Michael Heflin, Wenwen Lu, Mark Miller, Angelyn W Moore, et al. Gipsy-x/rtgx, a new tool set for space geodetic operations and research. *Advances in space research*, 66(3):469–489, 2020. 41
- [18] JF Zumberge, MB Heflin, DC Jefferson, MM Watkins, and FH Webb. Precise point positioning for the efficient and robust analysis of gps data from large networks. *Journal of geophysical research: solid earth*, 102(B3):5005–5017, 1997. 41

- [19] Geoffrey Blewitt, Corné Kreemer, William C Hammond, and Julien Gazeaux. Mi-das robust trend estimator for accurate gps station velocities without step detection. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 121(3):2054–2068, 2016. 41
- [20] Javier Ramírez-Zelaya, Luis Miguel Peci, Alberto Fernández-Ros, Belén Rosado, Alejandro Pérez-Peña, Jorge Gárate, and Manuel Berrocoso. Q-str2-models: A software in pyqgis to obtain stress-strain models from gnss geodynamic velocities. *Computers & Geosciences*, 172:105308, 2023. 68
- [21] R. Cleveland, W. Cleveland, J. McRae, and I. Terpenning. Stl: A seasonal-tren decomposition procedure based on loess. *Official statistics*, 6(1):3–73, 1990.
- [22] M. Berrocoso, M.E. Ramírez, A. Pérez-Peña, J.M. Enríquez-Salamanca, A. Fernández, and C. Torrecillas. El sistema de posicionamiento global. *Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz*, 2004.
- [23] R. Dach, U. Hugentobler, P. Fridez, and M. Meindl. Bernese GPS Software ver. 5.0 user manual. *Astronomical Institute, University of Bern*, 2007.
- [24] X. Barber. *Análisis clásico de las series temporales*. Universidad Miguel Hernández de Elche, 2019.
- [25] D. Peña and J. Peña. Un contraste de normalidad basado en la trnasformación box-cox. *Estadística española*, (110):33–46, 1986.
- [26] G. Martín. *Representación en el espacio de los estados y filtro de Kalman en el contexto de las series temporales económicas*. Universidad de la Laguna, 2005.
- [27] S. Mallat. *A wavelet Tour of Signal Processing*. Elsevier, 1999.
- [28] M. Martín. *Modelización geométrica de la deformación superficial en el proceso volcánico de el Hierro*. Universidad de Cádiz, 2011.
- [29] G. Prates, M. Berrocoso, A. Fernández-Ros, and A. García. Enhancement of sub-daily positioning solutions for surface deformation monitoring at Deception volcano (South Shetland Islands, Antarctica). *Bull. Volcanol*, 75:1–10, 2013.
- [30] G. E. P. Box and D. R. Cox. An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society, Serie B*, 26:211–252, 1964.

